

Instytut Fizyki Jądrowej
im. Henryka Niewodniczańskiego
Polskiej Akademii Nauk
Zakład Teorii Systemów Złożonych



Ilościowe charakterystyki złożoności światowego rynku kryptowalut

MARCIN WĄTOREK

Rozprawa doktorska napisana pod kierunkiem
prof. dr hab. Stanisława Drożdża

Kraków 2020

Podziękowania

Bardzo dziękuję promotorowi tej rozprawy prof. dr hab. Stanisławowi Drożdżowi za opiekę naukową, zaproponowanie tematu badań, liczne dyskusje dotyczące zagadnień rozważanych w rozprawie oraz inspirację, a także życzliwą i przyjazną atmosferę podczas studiów doktoranckich.

Dr hab. Pawłowi Oświęcimce prof. IFJ PAN, dr hab. Jarosławowi Kwapieniowi prof. IFJ PAN i dr hab. Ludovico Minati serdecznie dziękuję za owocną współpracę naukową, ciągłą gotowość do dyskusji nad zagadnieniami związanymi z tematyką badań, niezwykle cenne merytoryczne uwagi do treści rozprawy oraz za wielką życzliwość. Dziękuję również dr Robertowi Gębarowskiemu z Politechniki Krakowskiej za liczne konstruktywne dyskusje, a szczególnie za ukierunkowanie mnie na tematykę ekonofizyki już na etapie studiów magisterskich.

Moje specjalne podziękowania kieruję również w stronę dr hab. Marka Stanuszka profesora Politechniki Krakowskiej za wszechstronne wsparcie, które okazało się bardzo pomocne na dalszych etapach realizacji tej rozprawy doktorskiej.

Spis treści

1	Wstęp	1
2	Opis kryptowalut	4
2.1	Od wymiany barterowej do technologii blockchain	4
2.2	Blockchain	7
2.2.1	Sieć Bitcoin	8
2.2.2	Metody uzyskiwania konsensusu	13
2.3	Kryptoaktywa i różne zastosowania technologii blockchain	15
2.4	Handel kryptowalutami	19
3	Statystyczne charakterystyki fluktuacji na rynku kryptowalut	23
3.1	Bitcoin	24
3.2	Porównanie kryptowalut z EUR/USD	27
3.3	Porównanie giełd Binance i Kraken	31
4	Nieliniowe korelacje na rynku kryptowalut	36
4.1	Metody multifraktalne oparte na detrendowaniu	36
4.1.1	Metoda MFCCA jako uogólnienie MF DFA i DCCA	37
4.1.2	Zdetrendowany współczynnik korelacji	39
4.1.3	Zależność między $\lambda(q)$ i $\rho(q, s)$	40
4.2	Analiza wykładnika Hursta na rynku kryptowalut	41
4.2.1	Ewolucja wartości wykładnika Hursta w czasie	41
4.2.2	Porównanie wartości H na giełdach Binance i Kraken	43
4.3	Multifraktalność kursów wymiany	44
4.3.1	Ewolucja wieloskalowych korelacji dla bitcoina	45
4.3.2	Porównanie charakterystyk multifraktalnych walut oraz kryptowalut	48
4.3.3	Porównanie charakterystyk multifraktalnych na giełdach Binance i Kraken	50
5	Nieliniowe korelacje krzyżowe na rynku kryptowalut	53
5.1	Multifraktalne korelacje pomiędzy bitcoinem i ethereum na giełdzie Kraken, arbitraż trójkątny	53
5.2	Wieloskalowe korelacje krzyżowe w ramach jednej giełdy	60
5.2.1	Korelacje na giełdzie Kraken	61
5.2.2	Korelacje na giełdzie Binance	66
5.2.3	Porównanie giełd kryptowalutowych, arbitraż trójkątny	72
5.3	Korelacje i arbitraż pomiędzy giełdami	77
5.4	Korelacje na rynku Forex, arbitraż trójkątny	83

5.4.1	Korelacje pomiędzy dojrzałymi rynkami finansowymi i rynkiem kryptowalut	90
6	Macierzowa analiza korelacji na rynku kryptowalut	92
6.1	Opis danych	92
6.2	Macierz korelacji	94
6.2.1	Rozkłady elementów macierzowych	94
6.2.2	Obszar Wisharta dla macierzy losowych	95
6.2.3	Rozkład wartości własnych	95
6.2.4	Największa wartość własna dla różnych walut bazowych . . .	100
6.2.5	Ewolucja struktury korelacji rynku w czasie	102
6.3	Sieciowa reprezentacja rynku kryptowalut	104
6.3.1	Minimalne drzewo rozpinające	104
6.3.2	Rozkłady krotności wierzchołków dla różnych walut bazowych	106
6.4	Porównanie największej wartości własnej i maksymalnej krotności wierzchołka w MST	109
7	Podsumowanie i wnioski	111
A	Giełdy Binance i Kraken	115
B	Forex	122
C	Lista nazw 100 kryptowalut	123

Rozdział 1

Wstęp

Współczesne rynki finansowe cechują się błyskawicznym przepływem informacji. Dokonywana jest na nich ogromna liczba transakcji pomiędzy podmiotami o różnych horyzontach inwestycyjnych. Działają na nich zarówno fundusze emerytalne, dla których skalą czasową są lata, i jednocześnie wyspecjalizowane algorytmy operujące na poziomie sekund, a nawet milisekund (ang. HFT – high-frequency trading). Zachowanie rynku jest wypadkową różnych czynników oddziałujących, począwszy od danych ekonomicznych, wyników spółek, interwencji banków centralnych, wyników referendum, a nawet pojedynczych tweetów wysoko postawionych osób oraz wzajemnych interakcji pomiędzy uczestnikami. Poprzez sprzężenia zwrotne prowadzi to do zjawisk krytycznych, takich jak bańki spekulacyjne czy krachy. Dzieje się to często w ciągu godzin, a nawet minut – tzw. „flash crash”. Powyższy opis niewątpliwie wpisuje się w charakterystyki systemów złożonych, takie jak duża liczba elementów oddziałujących między sobą w nieliniowy sposób oraz powstawanie efektów emergentnych.

Rynki finansowe wzbudzały zainteresowanie fizyków na długo przed pojawieniem się badań naukowych na ich temat. Pierwszy udokumentowany przypadek to Isaac Newton. W drugiej dekadzie XVIII wieku spekulował on na akcjach Kompanii Mórz Południowych. Była to angielska spółka akcyjna, która posiadała królewski monopol na handel z Ameryką Południową. Spektakularny wzrost wyceny akcji tej spółki, a następnie krach, był drugim po Tulipomanii klasycznym przypadkiem bańki spekulacyjnej. Newton miał wtedy wypowiedzieć słowa: „Mogę przewidywać ruchy gwiazd, ale nie szaleństwo ludzi”.

Pierwsze badania ilościowe dotyczące rynków finansowych były przedmiotem pracy Louisa Bacheliera [8], w której wyprowadził on wzór na cenę opcji w oparciu o dystrybuantę procesu stochastycznego, obecnie nazywanego procesem Wienera. Przełomowymi dokonaniem okazały się prace Benoîta Mandelbrota [121]. Badając zmiany cen bawełny zaobserwował on, że rozkłady stóp zwrotu wcale nie mają charakteru gaussowskiego, jak do tej pory powszechnie uważano, ale cechują się znacznie grubszymi ogonami rozkładu. Jako pierwszy zauważył on również struktury fraktalne w zmianach cen na rynkach finansowych.

Ponad 20 lat temu powstała dyscyplina zorientowana na badanie zjawisk zachodzących na rynkach finansowych z punktu widzenia fizyki statystycznej – ekonofizyka [164, 103]. Liczne prowadzone od tamtej pory badania pozwoliły wskazać stylizowane fakty, nazywane również charakterystykami złożoności, obserwowane na zdecydowanej większości rynków finansowych. Zaliczają się do nich: „grube ogony”

rozkładów stóp zwrotu, grupowanie zmienności, „długa pamięć”, nieliniowe korelacje, fraktalność, a nawet multifraktalność oraz występowanie baniek spekulacyjnych i krachów. Niniejsza rozprawa przeanalizuje w tym kontekście – przy użyciu nowoczesnych narzędzi fizyki statystycznej – własności nowo powstałego instrumentu finansowego, jakim są kryptowaluty.

Pierwszą kryptowalutą – bitcoin (BTC) – została zaproponowana w 2008 roku przez osobę lub grupę osób o pseudonimie Satoshi Nakamoto [134]. Data pojawienia się nowej koncepcji wydaje się nie być przypadkowa, gdyż jest skorelowana z epicentrum światowego kryzysu finansowego. Aby złagodzić jego skutki banki centralne zaczęły masowo zwiększać bazę monetarną („drukować pieniądze”), co osłabiło zaufanie do tradycyjnych walut fiducjarnych. Protokół Bitcoin¹ został oparty na sieci peer-to-peer (P2P) i znanych wcześniej technikach kryptograficznych klucza publicznego i prywatnego. W połączeniu pozwoliło to stworzyć rozproszony zabezpieczony rejestr (ang. DLT – distributed ledger technology). Ideą stojącą za Bitcoinem było zapewnić po raz pierwszy w historii ludzkości narzędzie, dzięki któremu ludzie w dowolnym miejscu mogliby sobie wzajemnie ufać i przeprowadzać transakcję za pośrednictwem sieci bez centralnej instytucji zarządzającej. Zamiast obecnego zaufania do państwa/banków centralnych zaproponowano zaufanie do technologii.

Pierwszą szeroko rozpoznawaną giełdą oferującą wymianę bitcoina na waluty fiducjarne był Mt.Gox, który powstał w lutym 2011. Od tamtej pory nastąpił spektakularny rozwój rynku kryptowalut. W obrocie znajduje się już 2440 różnych kryptowalut na 260 giełdach. Notowanych jest blisko 20000 par kryptowalutowych. Kapitalizacja całego rynku to około 300 miliardów dolarów amerykańskich (dane ze strony [31], stan na wrzesień 2019). Rynek kryptowalut gwałtownie zwiększył swoją kapitalizację i rozpoznawalność w 2017 roku w trakcie bańki spekulacyjnej, określanej jako ICO-mania [71, 3]. Podczas szczytu, na początku 2018 roku, kapitalizacja całego rynku przekraczała 800 mld USD. Wycena bitcoina na niektórych giełdach koreańskich wynosiła nawet 20 tys. USD. Kryptowaluty obecnie są mocno zdecentralizowanym rynkiem. Te same pary kryptowalutowe są notowane i handlowane na różnych giełdach. Nie ma jednej ceny, do której można by się odnieść, jak dostarczana przez serwis Reuters w przypadku rynku Forex. Jedynie na kurs bitcoina są notowane kontrakty terminowe, począwszy od grudnia 2017 na giełdzie CME [29]. Transakcje na rynku kryptowalutowym są dokonywane najczęściej poprzez giełdy, a nie tak jak w przypadku Forexa na rynku pozagiełdowym (ang. OTC – over the counter).

Z punktu widzenia ekonofizyki kryptowaluty stwarzają wyjątkową okazję do obserwacji powstawania zupełnie nowego rynku w krótkim okresie czasu. Dostępność danych wysokiej częstotliwości od początku handlu pozwala na analizę statystycznych własności fluktuacji na giełdach kryptowalut od momentu ich narodzin, poprzez fazę dojrzwania, aż do obecnej. Pojawia się pytanie na ile, po takim dynamicznym rozwoju, charakterystyki złożoności kursów wymiany na rynku kryptowalut są podobne do tradycyjnych rynków, takich jak: akcje, obligacje, towary czy waluty. Jak każdy nowo powstały rynek, kryptowaluty cechują się wysoką zmiennością oraz pewnymi nieefektywnościami.

W niniejszej rozprawie przedstawiona zostanie historia powstania kryptowalut oraz opis stojącej za nimi technologii blockchain. Pokazane zostaną różnice pomię-

¹Nazwy kryptowalut pisane z dużej litery odnoszą się do całej sieci (lub protokołu), na której dana kryptowaluta się opiera, natomiast pisane z małej oznaczają instrument finansowy.

dzy kryptowalutami oraz giełdami na których się nimi handluje. Główną częścią pracy będzie analiza charakterystyk zmian cen kryptowalut na różnych giełdach. Prześladowany zostanie rozwój handlu bitcoinem oraz jego droga do dojrzałości. Rozkłady stóp zwrotu, autokorelacje i czasy międzytransakcyjne dla kryptowalut zostaną porównane z ich odpowiednikami wyznaczonymi dla tradycyjnych rynków. Następnie przeanalizowane zostaną nieliniowe korelacje oraz charakterystyki multifraktalne na rynku kryptowalut. Pokazane zostanie, że częstszy handel powoduje zmianę własności rozkładów, funkcji autokorelacji, wykładnika Hursta oraz efektów multifraktalnych.

Kolejnym fragmentem rozprawy jest analiza korelacji pomiędzy parami kryptowalutowymi w ramach jednej giełdy, pomiędzy giełdami oraz z rynkiem Forex. Korelacje krzyżowe na giełdach kryptowalut wykazują charakter multifraktalny, a ich siła zależy w znacznym stopniu od skali czasowej. Pary związane relacją trójkąta są mocniej skorelowane niż te spoza relacji. Charakterystyczną cechą dla rynku kryptowalut jest wzrost poziomu korelacji wzajemnych wraz ze skalą czasową, co może wskazywać na jego wolniejszą synchronizację w porównaniu do rynku Forex. Jest to również związane ze znacznie częstszym występowaniem okazji w ramach arbitrażu trójkątnego. Analiza korelacji krzyżowych dla tych samych par kryptowalutowych notowanych jednocześnie na dwóch giełdach, dla różnych opóźnień czasowych, pozwoliła na wskazanie relacji prowadzący – opóźniony i idących za tym okazji arbitrażowych pomiędzy giełdami.

Ostatni rozdział rozprawy to analiza zmian cen stu kryptowalut o największej kapitalizacji na danych dziennych w okresie od października 2015 do marca 2019. Przy pomocy formalizmu macierzowego i sieciowego będzie prześladowana ewolucja struktury korelacji na rynku kryptowalut oraz jego topologii. Zostanie pokazane, że obecnie to bitcoin jest naturalną walutą bazową dla pozostałych kryptowalut oraz można już mówić o powstaniu osobnego rynku, na którym kryptowaluty handlowane są między sobą.

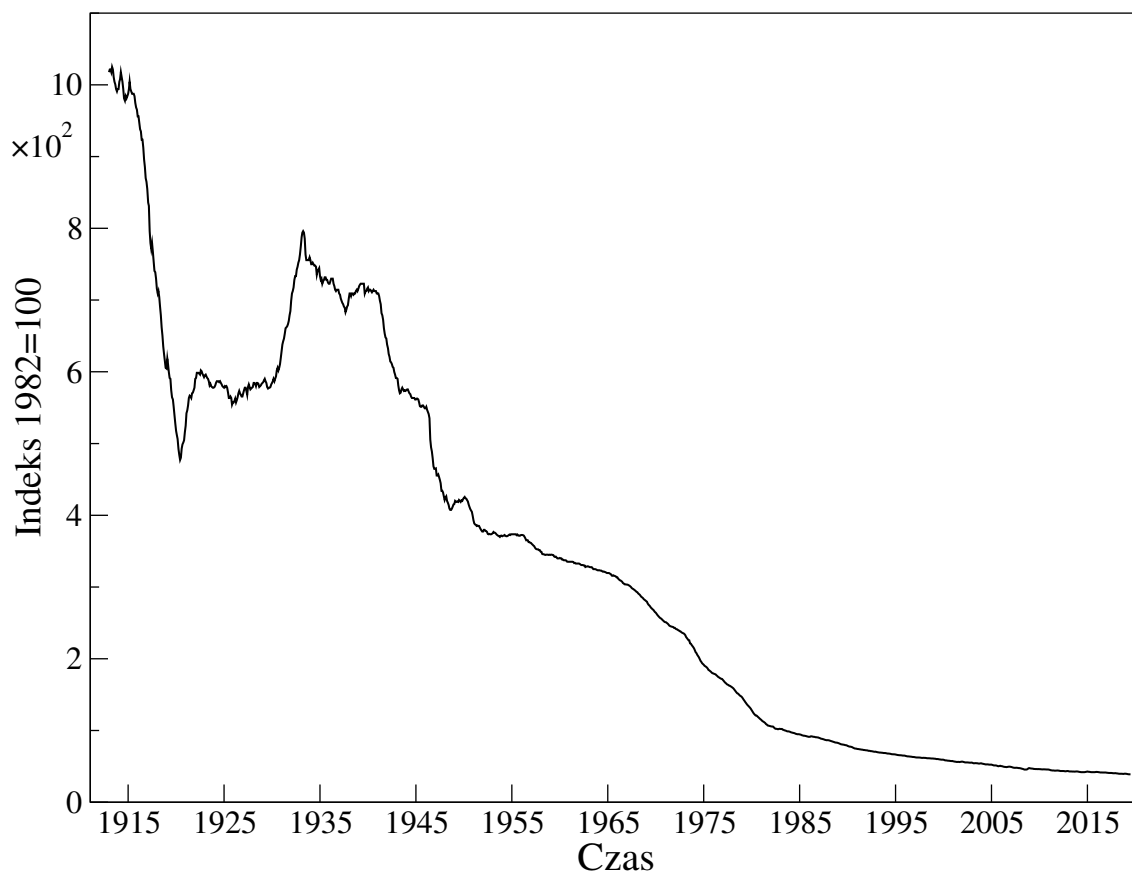
Rozdział 2

Opis kryptowalut

2.1 Od wymiany barterowej do technologii blockchain

Historia ludzkości jest naznaczona wydarzeniami, które zmieniły jej bieg i znacząco przyspieszyły rozwój. Jednym z takich było pojawienie się pieniądza w formie kruszcowej. Wynaleziono go w Lidii około 600 lat p.n.e. Była to tzw. pierwsza generacja pieniądza, która ukształtowała kulturę śródziemnomorską [185]. Od tej pory znacząco zwiększyła się wymiana handlowa. Ludzie nie musieli już rozliczać się barterowo, dobro za dobro czy usługa za usługę. Środek płatniczy umożliwił wzrost gospodarczy. Drugą generacją był pieniądz papierowy, który pojawił się w renesansie. Zapoczątkowały go banki włoskie, a następnie przejęły utworzone banki narodowe. Wynalezienie bankowości i pieniądza papierowego zniszczyło dotychczasowy system feudalny. Wzmocniło to państwa narodowe jako jego emitenta. Można było od tej pory zwiększać lub zmniejszać podaż pieniądza w łatwy sposób. Ukształtowało to system kapitalistyczny [185]. XX wiek przyniósł pojawienie się transakcji elektronicznych, co jeszcze bardziej przyspieszyło cyrkulację pieniądza w gospodarce i pobudziło wzrost gospodarczy. Z drugiej strony papierowy i elektroniczny pieniądz spowodowały całkowite oderwanie się tradycyjnych walut od wartości fundamentalnej. Po upadku systemu Bretton Woods w 1971 roku kursy walutowe przestały być powiązane ze złotem i opierają się na zaufaniu do państwa. Waluty fiducjarne systematycznie tracą na wartości. Zostało pokazane na przykładzie dolara amerykańskiego na rysunku 2.1. Od momentu zerwania ze standardem złota systematycznie zwiększa się liczba USD w obiegu – rysunek 2.2.

Obecnie banki centralne mogą w łatwy sposób zwiększać podaż pieniądza, nawet bez jego fizycznego drukowania. Po kryzysie finansowym w 2008 roku wszystkie główne banki centralne znacząco powiększyły bazę monetarną poprzez programy luzowania ilościowego (ang. QE – quantitative easing) – rysunek 2.2. W tym czasie – w 2009 roku – pojawiło się również całkowicie nowe aktywo, pierwsza kryptowaluta – bitcoin [134]. Rewolucyjny pomysł polegał na połączeniu dotychczas istniejących technologii – kryptografii oraz rozproszonej bazy danych w zdecentralizowany zabezpieczony rejestr (ang. DLT – distributed ledger technology) – blockchain [184]. Kryptowaluty w zamyśle nie podlegają żadnej instytucji czy rządowi, tylko opierają się na zaufaniu do technologii którą dostarczają. Pozwalają przesyłać w dowolne miejsce na świecie, praktycznie natychmiastowo, środki finansowe. Mechanizmu weryfikacji dostarczają sami użytkownicy sieci. Koncepcja kryptowalut łączy zalety

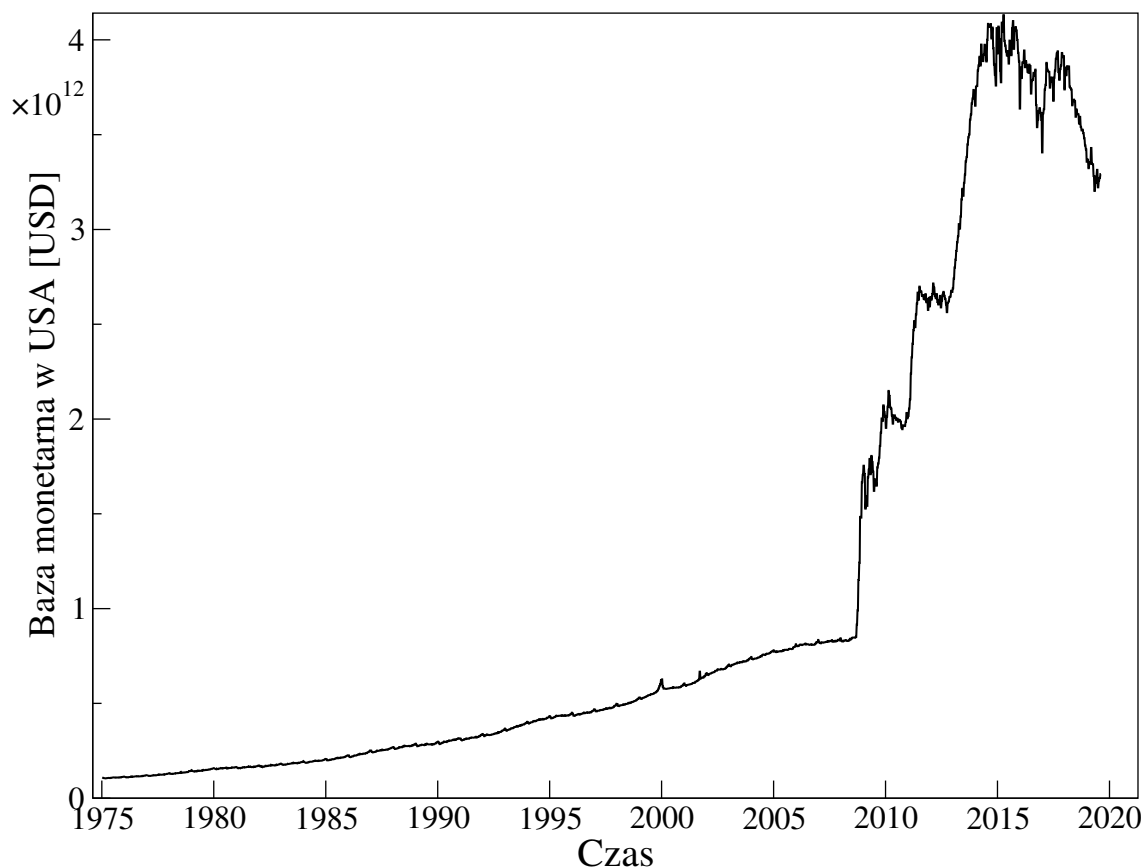


Rysunek 2.1: Indeks siły nabywczej dolara amerykańskiego (USD), źródło: Board of Governors of the Federal Reserve System (US) [19].

gotówki (anonimowość przy transakcjach) z szybkością i wygodą transakcji elektronicznych.

Na początku Bitcoin był jedynie technologiczną ciekawostką i nie było dla niego zorganizowanego handlu. Opisane są pojedyncze transakcje wymiany na rzeczywiste dobra za pośrednictwem internetowych grup dyskusyjnych, jak zakup dwóch pizz w maju 2010 za 10000 BTC [16]. Nowatorska idea szybko zaczęła jednak wychodzić poza pierwotny krąg komputerowych geeków do sektora finansowego oraz, z uwagi na anonimowość, do świata przestępczego. Pierwsza mająca szeroki zasięg giełda umożliwiająca wymianę bitcoina na tradycyjne waluty Mt.Gox została uruchomiona w lipcu 2010. Niewiele później powstał pierwszy internetowy czarny rynek – Silk Road. Można było na nim kupić w zasadzie wszystko czego się zapragnęło i zapłacić wyłącznie bitcoinami, pozostając anonimowym. W ten sposób pojawiło się pierwsze praktyczne zastosowanie Bitcoina. Znacząco zwiększyło to popyt i przyczyniło się do pierwszej bańki spekulacyjnej na bitcoinie [71]. Jej pęknięcie nastąpiło po zamknięciu Silk Road przez FBI w październiku 2013 i zawieszeniu handlu przez największą wtedy giełdę kryptowalut Mt.Gox (w tym czasie przeprowadzono na niej od 70 do 80 procent transakcji bitcoinem) w lutym 2014, po prawdopodobnym włamaniu i zniknięciu 850000 BTC (rysunek 2.3).

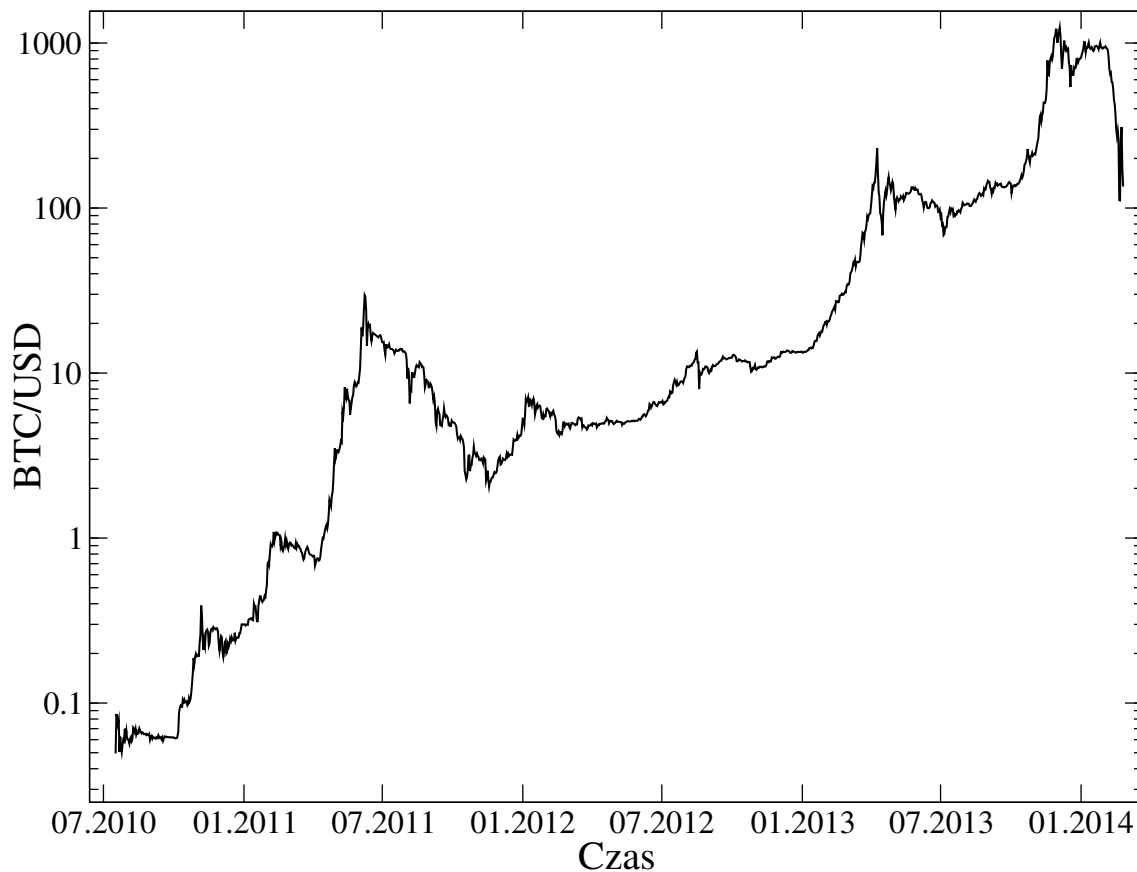
W miarę wzrostu rozpoznawalności Bitcoina, wykorzystaniem technologii zaczęły interesować się coraz szersze kręgi. Okazało się, że technologia blockchain, na której opierają się kryptowaluty, pozwala nie tylko na prowadzenie zdecentralizowanego



Rysunek 2.2: Baza monetarna w USA, źródło: Board of Governors of the Federal Reserve System (US) [19].

rejestr do celów finansowych, ale również na przetwarzanie kodu komputerowego (skryptów) w zdecentralizowany sposób. Pod koniec 2013 roku została zaproponowana idea rozproszonej sieci obliczeniowej Ethereum. Projekt wystartował w lipcu 2015 roku [61]. Platforma Ethereum pozwala każdemu na tworzenie zdecentralizowanych aplikacji działających bez możliwości przestoju, ocenzurowania, oszustwa lub ingerencji w ich kod. Umożliwia również wyemitowanie własnych tokenów, przy użyciu inteligentnych kontraktów (ang. smart contracts) – kodu komputerowego wykonującego pewne działanie przy spełnieniu określonych warunków – na blockchainie Ethereum. Szybko znalazło to zastosowania do pozyskiwania kapitału w uproszczony sposób na różnego rodzaju projekty poprzez tzw. Initial Coin Offer (ICO). W 2017 nastąpił prawdziwy boom na ICO, który przyczynił się do kolejnej bańki spekulacyjnej na rynku kryptowalut – ICO-manii [3]. W tym czasie liczba kryptowalut zwiększyła się dwukrotnie z 700 do 1400 na koniec 2017 (rysunek 2.4), a kapitalizacja całego rynku osiągnęła poziom 800 mld USD (rysunek 2.5). Bańka ostatecznie pękła w styczniu 2018 roku.

Obecny stan technologii blockchain można porównywać do bańki internetowej z przełomu wieków (ang. dot-com bubble). Widziano wtedy już duże potencjalne możliwości Internetu, ale nie było dokładnie wiadomo w którą stronę rozwinię się ta technologia. W tamtym czasie wzmianka o tym, że firma zamierza zająć się działalnością związaną z Internetem powodowała gwałtowny wzrost kursu [168]. Podobnie było w przypadku kryptowalut [182]. Pierwsza euforyczna faza już się zakończyła, bitcoin od szczytu do dołka w grudniu 2018 stracił ponad 80 procent na

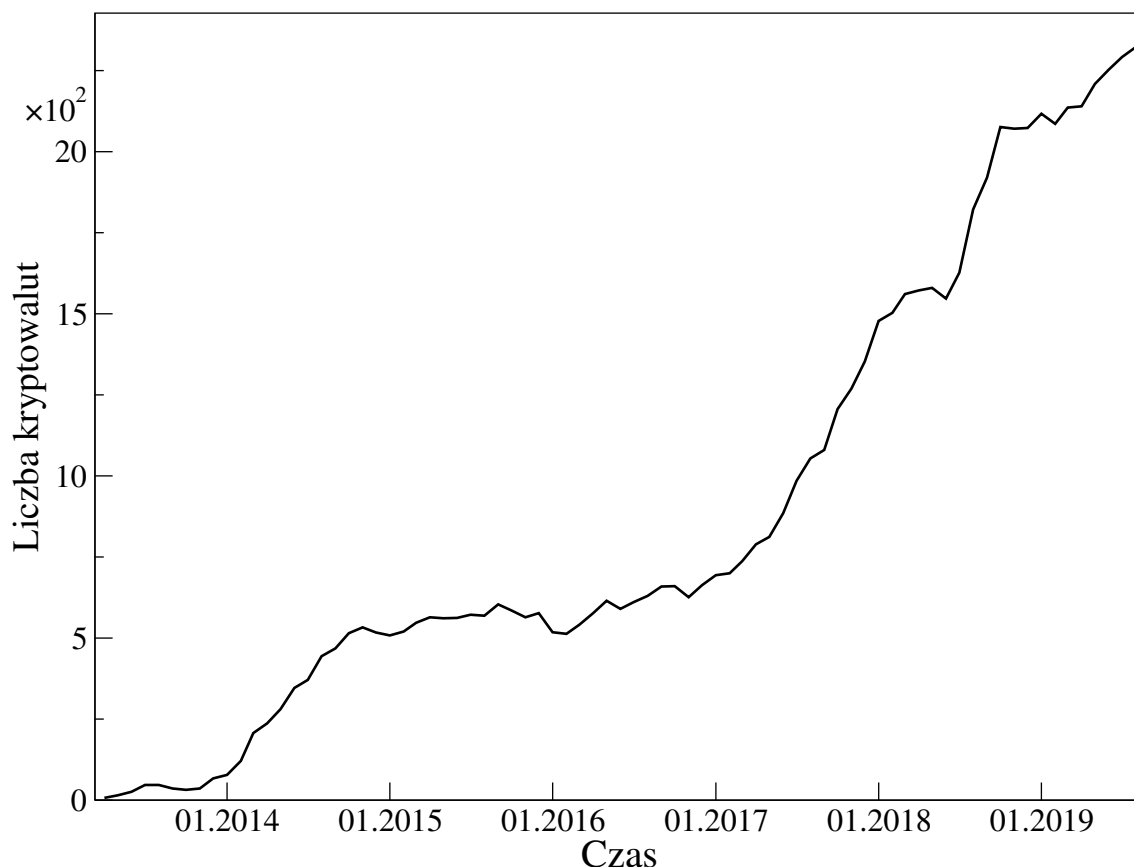


Rysunek 2.3: Cena bitcoina w USD na giełdzie Mt.Gox.

wartości (rysunek 2.6). Inne kryptowaluty zanotowały nawet 99 procentowe spadki; nie wszystkie przetrwały. Obecnie pojawiają się pierwsze praktyczne zastosowania blockchaina. Zostaną one omówione wraz z mechanizmem działania technologii w następujących rozdziałach.

2.2 Blockchain

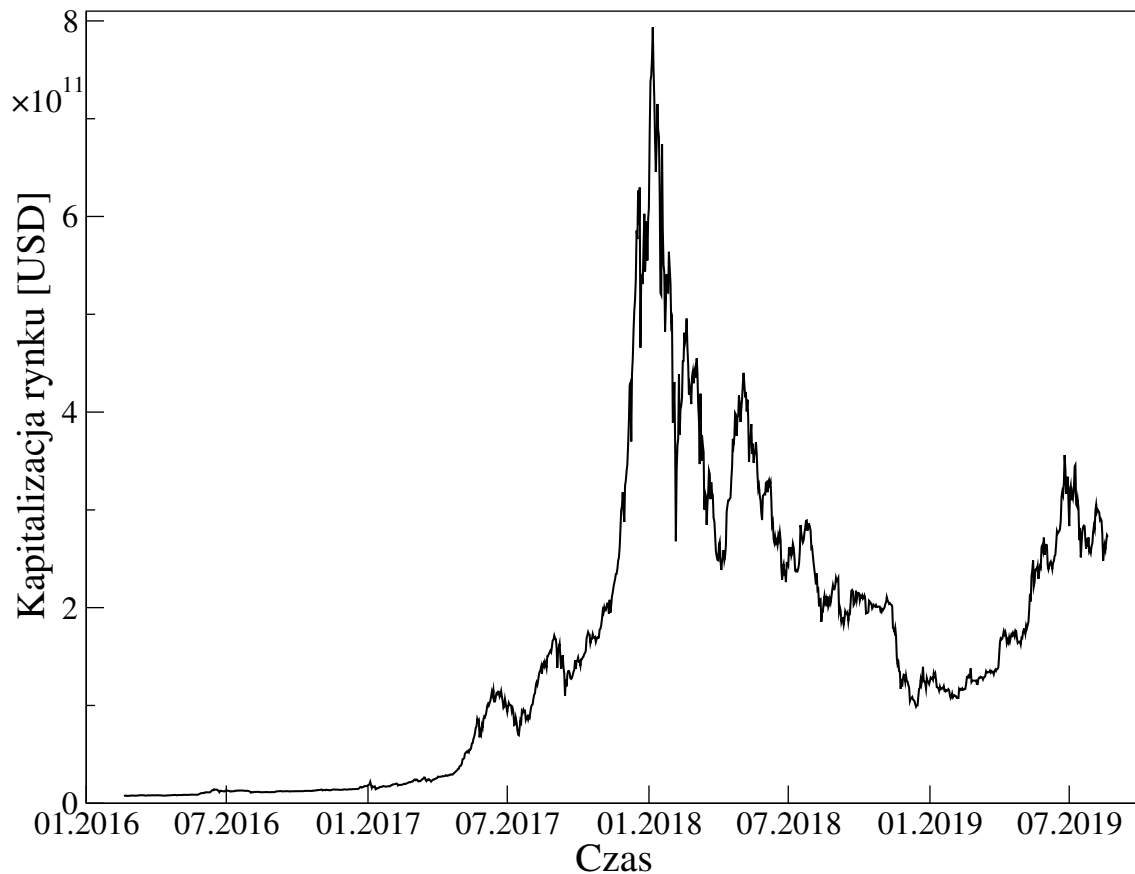
Najprostszym sposobem przesyłania „elektronicznej gotówki” byłoby użycie plików. Jednakże dane cyfrowe z uwagi na swoją naturę mogą być wielokrotnie kopiowane. Powoduje to problem podwójnego wydatkowania. Musiano więc wymyślić technologię w formie elektronicznego rejestru, który obejmowałby wszystkie transakcje. Przesłanie środków polega wtedy na zamianie zapisów w rejestrze. Tego typu rejestry funkcjonują obecnie w systemie bankowym, ale ideą kryptowalut było odejście od ich centralnego charakteru. Jedynym rozwiązaniem było więc całkowite upublicznienie. W ten sposób każdy użytkownik może sam weryfikować transakcje. Kolejną istotną własnością jest brak możliwości zmiany historii rejestru. Rozwiązano to poprzez użycie sieci peer-to-peer (P2P), technik kryptograficznych oraz łączenie transakcji w bloki, a następnie w łańcuch bloków – blockchain. W tym rozdziale przedstawiony zostanie opis technologii na przykładzie pierwszej kryptowaluty – Bitcoina.



Rysunek 2.4: Liczba aktywnie handlowanych kryptowalut. Dane ze strony CoinMarketCap [31].

2.2.1 Sieć Bitcoin

Bitcoin jest wirtualną jednostką pieniężną i jako taki nie ma fizycznej postaci. Minimalna jednostka to 0.00000001 BTC (1 satoshi). Blockchain Bitcoina to pliki danych, które zawierają informacje o przeszłych transakcjach oraz o stworzeniu nowych bitcoinów (jako nagroda za zamknięcie bloku z transakcjami). Jest to nazywane rejestrem sieci Bitcoin. Blockchain składa się z sekwencji bloków, gdzie każdy kolejny blok jest zbudowany na poprzednim i zawiera informacje o nowych transakcjach w sieci Bitcoin. Pierwszy blok został utworzony w 2009 roku. Obecnie łańcuch liczy blisko 600000 bloków (stan na wrzesień 2019). Blockchain Bitcoina jest publiczny. Każdy może uzyskać w dowolnym momencie informację o tym, ile BTC należy do danego adresu w sieci. Bitcoin nie posiada jednego rejestru. Uczestnicy sieci mają swoje kopie i mogą je modyfikować. Nie ma jednostki nadzorczej; zamiast tego jest zbiór reguł, których użytkownik sieci musi przestrzegać. Kontrolują się wzajemnie sami uczestnicy. Aby wejść do sieci Bitcoin, użytkownik musi skorzystać z klienta sieci lub zewnętrznego portfela. Przesłanie środków polega na wysłaniu do sieci informacji o tym, że adres odbiorcy jest teraz właścicielem określonej sumy BTC. Informacja jest rozprawdzana dopóki wszystkie węzły nie zostaną poinformowane o transferze. Poprawności transakcji gwarantowana jest przy pomocy kryptografii asymetrycznej. Klucz prywatny jest używany do zakodowania transakcji przez wysyłającego, a inni użytkownicy sieci mogą odczytać transakcję przy użyciu klucza publicznego osoby wysyłającej. Oznacza to, że transakcja została zakodowana

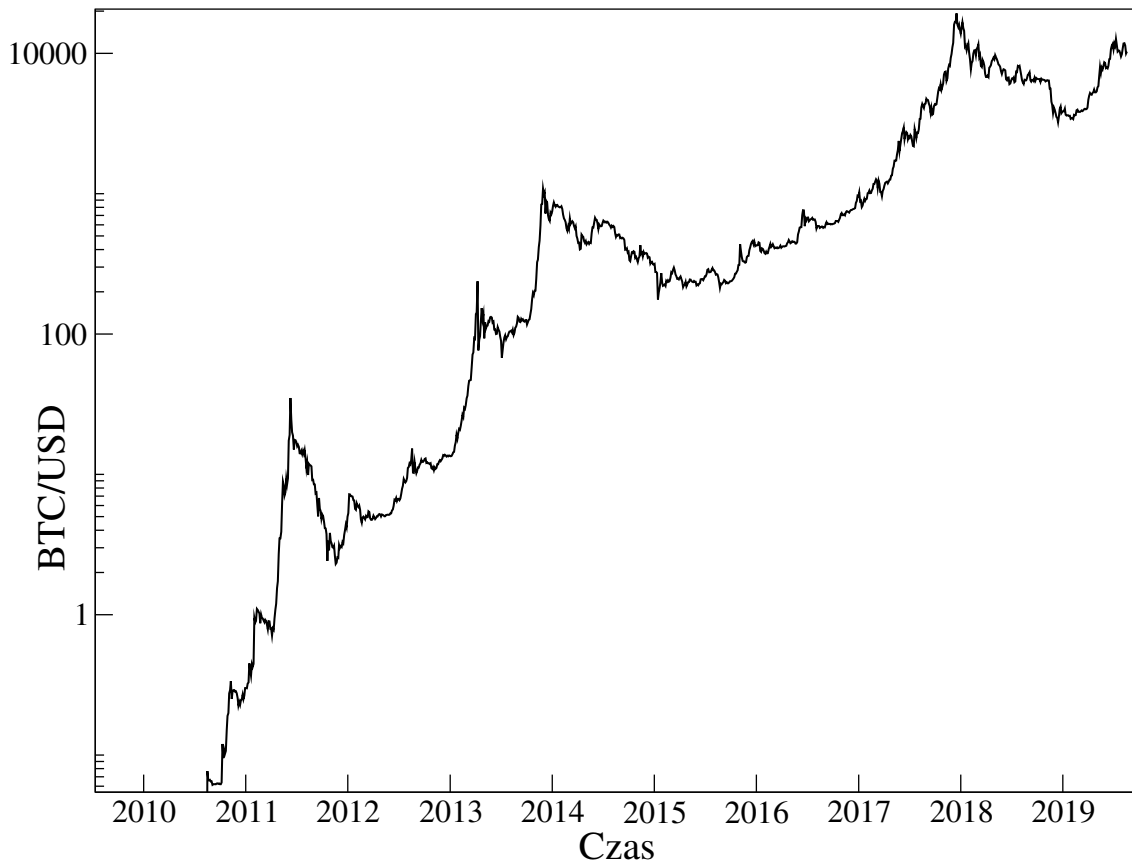


Rysunek 2.5: Kapitalizacja całego rynku kryptowalut w USD. Dane ze strony Co-inMarketCap.com [31].

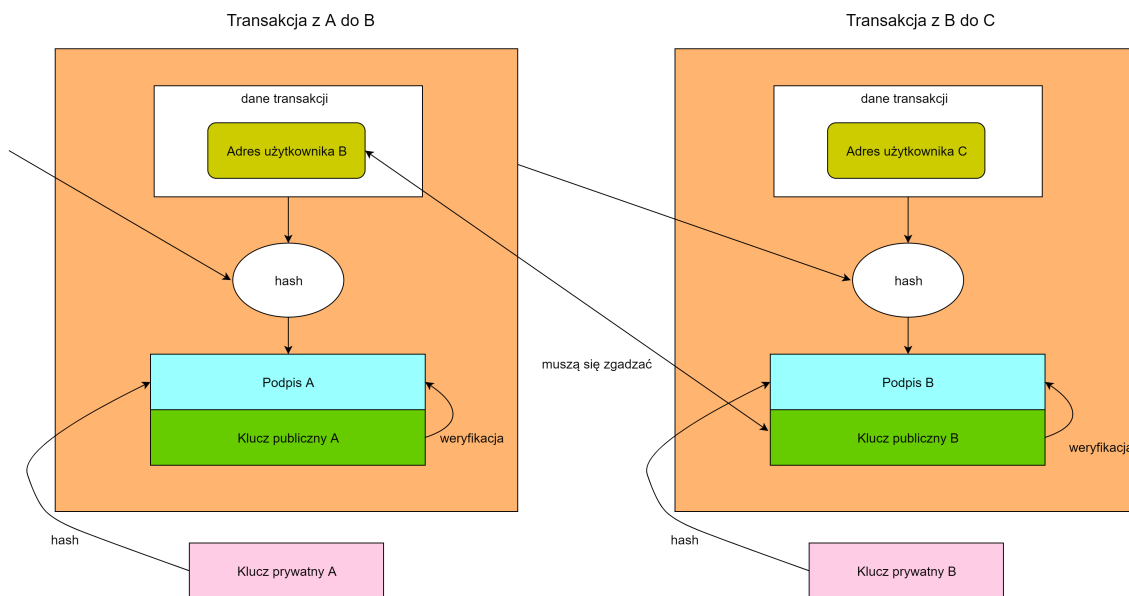
przez daną osobę, ponieważ żadna inna nie ma dostępu do jej prywatnego klucza. Zapewnione jest przez to bezpieczeństwo. Kiedy informacja krąży po sieci, każdy użytkownik może ją odczytać i zmodyfikować, ale nie posiada klucza prywatnego pierwotnej osoby wysyłającej i nie może ponownie zakodować zmienionej transakcji. Schemat przesłania BTC w sieci przedstawia rysunek 2.7. Cała transakcja jest kodowana przy pomocy funkcji skrótu (haszującej); dla sieci Bitcoin jest to dSHA256.

Dla wirtualnej waluty kluczowe do funkcjonowania jest ustalenie, ile w danym momencie jednostek krąży w obiegu oraz ile będzie jeszcze wykreowanych. Musi istnieć mechanizm konsensusu, który zapewnia, że wszyscy użytkownicy zgadzają się co do praw własności wirtualnej waluty. W sieci Bitcoin, gdzie użytkownicy pozostają anonimowi i nie muszą sobie wzajemnie ufać, jej poprawne działanie wymaga, aby węzły stale ustalały konsensus między sobą na temat bieżącego stanu systemu. Większość uczestników rozproszonej sieci musi się zgodzić i wykonać to samo działanie. Główną innowacją Bitcoina jest właśnie mechanizm pozwalający w dużej skali uzyskać zgodność użytkowników. Jest to rozwiązanie tzw. problemu bizantyjskich generałów [145].

Aby sieć działała sprawnie muszą istnieć osoby, które zbierają transakcje, sprawdzają ich poprawności oraz łączą w potencjalne bloki (rysunek 2.8). Nazywają się one górnikami. Za swoją działalność otrzymują nagrodę w postaci nowo wykreowanych bitcoinów, po zatwierdzeniu bloku i włączeniu go do głównego łańcucha. Dzieje



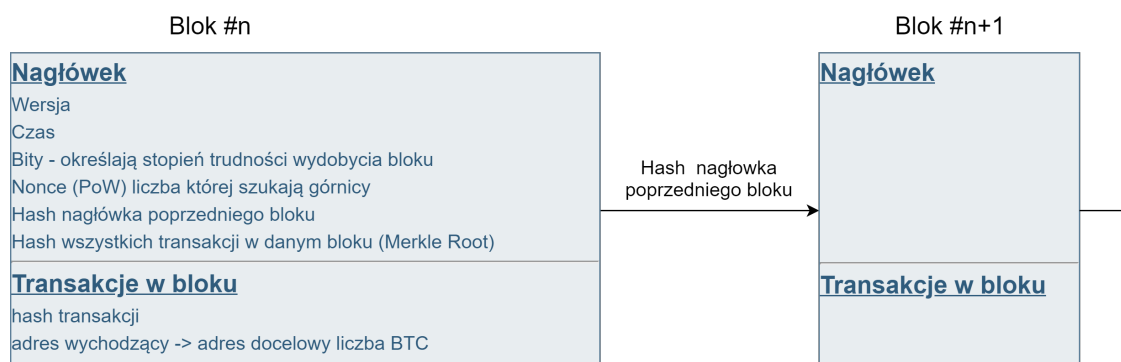
Rysunek 2.6: Cena bitcoina w USD.



Rysunek 2.7: Schemat transakcji w sieci Bitcoin.

się to wtedy, gdy przekonana zostanie większość uczestników sieci do dodania ich kandydata na blok do własnej kopii blockchaina. Górnikiem może zostać każdy. Potrzebne jest do tego odpowiednie oprogramowanie i najnowsza kopia rejestru sieci. Obecnie jednak z uwagi na złożoność procesu zajmują się tym tzw. „mining pool”, korzystające ze specjalnych układów scalonych (ang. ASIC). Aby nowy blok został

zaakceptowany, musi spełniać odpowiednie kryteria. Wynik funkcji skrótu (dla Bitcoina to dSHA256) dane zawarte w bloku – hash – musi posiadać specjalną własność, tzn. zaczynać się od określonej liczby zer. Liczba początkowych bitów w wyniku funkcji skrótu, które muszą być zerami, odzwierciedla stopień trudności potwierdzania bloków. Górnicy zbierają transakcje z sieci (rysunek 2.9) i szukają liczby zwanej „nonce”, po dodaniu której funkcja skrótu zwróci wynik z określoną liczbą zer na początku. Jeśli to im się uda, natychmiast wysyłają swój blok do sieci, a pozostali użytkownicy mogą łatwo zweryfikować jego poprawność. Mechanizm konsensusu pomiędzy górnikiem polega na tym, że każdy górnik, który otrzyma nowy blok z odpowiednim wynikiem funkcji skrótu (haszem), włącza go do łańcucha bloków. Z punktu widzenia teorii gier strategia, w której wszyscy górnicy dodają prawidłowe bloki do swoich kopii blockchaina, jest stanem równowagi Nasha [139]. Jeśli górnik uważa, że wszyscy pozostali postępują odpowiednio, wtedy jego najlepszą opcją jest dodanie bloku do swojej kopii. Działanie na wersji blockchaina, która nie jest powszechnie akceptowana, jest ekonomicznie nieopłacalne. Nie dostaje się nagrody za utworzenie w niej nowych bloków. Skutkuje to zachowaniem konsensusu odnośnie stanu posiadania bitcoinów w całej sieci, pomimo braku głównego zarządzającego.

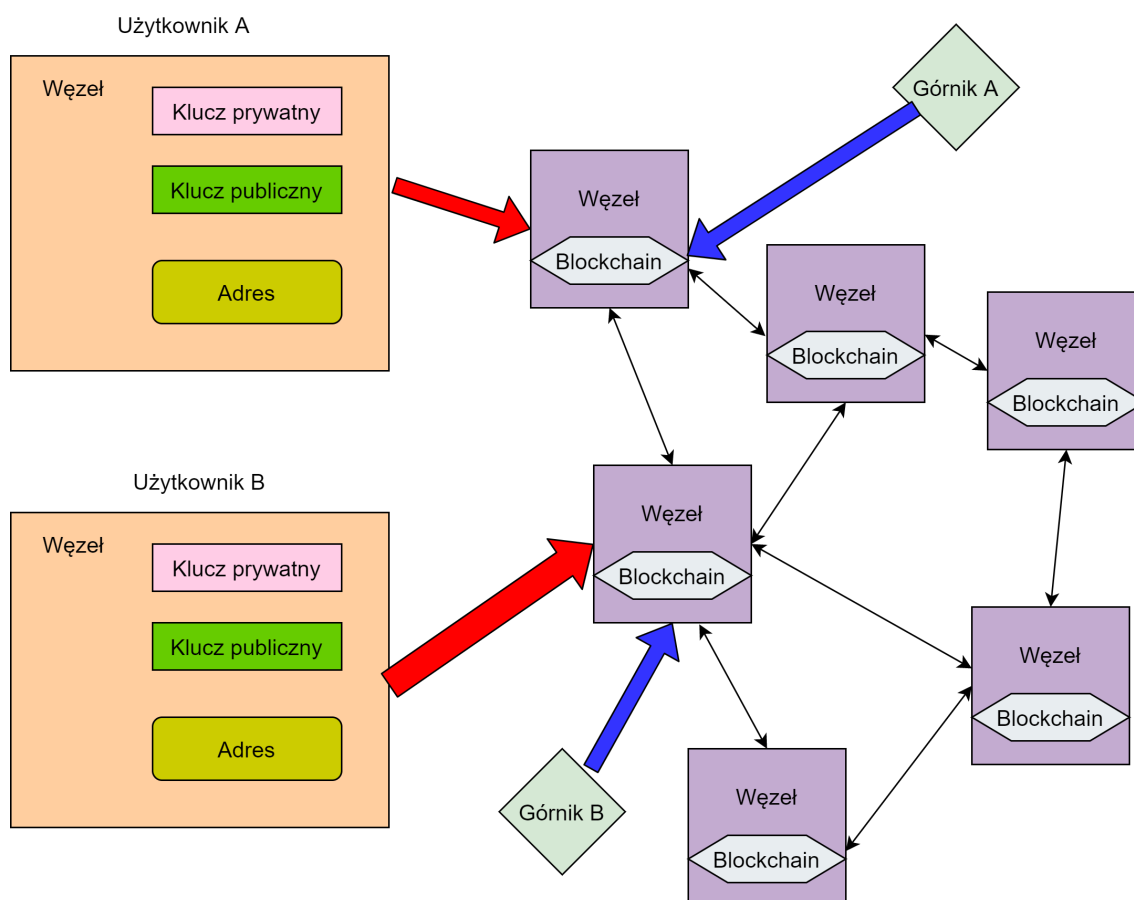


Rysunek 2.8: Schemat łańcucha bloków w sieci Bitcoin.

Przy potwierdzaniu kolejnych bloków („kopaniu bitcoinów” – ang. mining) ponosi się koszty ekonomiczne w postaci zużycia prądu oraz potrzeby posiadania wyspecjalizowanego sprzętu. Nonce, liczba odpowiadająca za zamknięcie bloku, może być uzyskana tylko w procesie prób i błędów. Dlatego ten mechanizm konsensusu nazywany jest dowodem pracy (ang. PoW – proof of work). Znalezienie odpowiedniego wyniku funkcji skrótu (z określoną liczbą zer na początku) wymaga przeprowadzenia średnio dużej liczby obliczeń. Dodanie błędnej informacji (np. fikcyjnych transakcji) do kandydata na blok spowodowałoby jego odrzucenie. Zmarnowałoby to czas i energię użytą na obliczenia. Dlatego znalezienie odpowiedniego wyniku funkcji haszującej jest dowodem, że górnik pomaga w utrzymaniu sieci Bitcoin.

Ponieważ każdy następny blok zawiera nagłówek poprzedniego, niemożliwe jest zmodyfikowanie transakcji z przeszłości bez przebudowy całego łańcucha. Z uwagi na potrzebny czas, trudność oraz koszt znalezienia odpowiedniego wyniku funkcji skrótu jest to ekonomicznie nieopłacalne. Schemat łańcucha bloków przedstawia rysunek 2.8. Protokół Bitcoin został stworzony w ten sposób, że stopień trudności znalezienia odpowiedniego wyniku funkcji haszującej jest dopasowywany przez algorytm do mocy obliczeniowej sieci tak, aby nowy blok by tworzony średnio co dziesięć minut (historyczne zmiany mocy sieci przedstawiono na rysunku 2.10). Maksymalna wielkość bloku, określająca ile może być w nim transakcji to 1 MB. Za włączenie

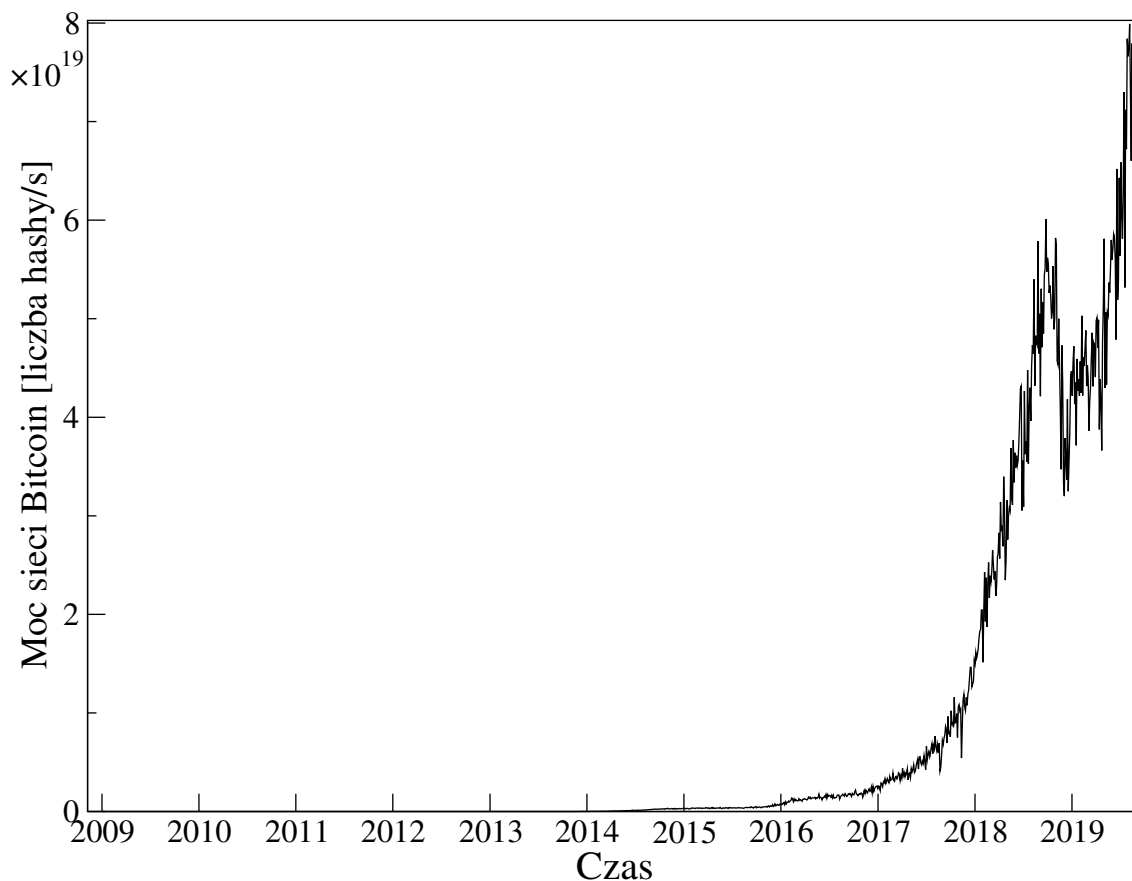
Sieć Bitcoin



Rysunek 2.9: Schemat sieci Bitcoin.

nowego bloku do blockchaina górnicy otrzymują nagrodę w postaci nowo wykreowanych bitcoinów. Jest ona zmniejszana co 210 tysięcy bloków, aż do limitu 21 milionów. Stan wydobycia jako funkcja czasu jest przedstawiony na rysunku 2.11. Może się zdarzyć tak, że w tym samym czasie dwóch górników wyprodukuje niezależnie nowy blok i włączy go do swojej kopii blockchaina. Wtedy użytkownicy w sieci będą widzieć jego różne wersje. W takim przypadku ma zastosowanie zasada najdłuższego łańcucha (przy tworzeniu takiego wykonano najwięcej pracy obliczeniowej). Jest on uznawany za obowiązujący. Transakcje z krótszej odnogi wracają do puli oczekujących na potwierdzenie, a górnik nie dostaje za nie nagrody. Technologia blockchain jest przez to podatna na ataki typu 51%. Gdy górnik posiada ponad połowę mocy obliczeniowej w danej sieci może potwierdzać bloki szybciej niż inni i zmanipulować transakcje w najbliższych dołączanych blokach. Koszt przeprowadzenia takiego ataku na sieć Bitcoin i inne oparte o dowód pracy można znaleźć na stronie [94].

Niedoskonałością protokołu Bitcoin jest niska wydajność, a co za tym idzie, wysokie koszty zapewnienia bezpieczeństwa w sieci. Składają się na to koszty ekonomiczne: moc obliczeniowa w postaci energii elektrycznej (obecnie porównywalny do ilości energii zużywanej przez całe państwa – Irlandia, Dania [26]) oraz aparatura obliczeniowa. Drugim elementem jest niska przepustowość sieci. Bitcoin jest w stanie obsłużyć tylko średnio pięć transakcji na sekundę (ang. TPS). Dla sieci Visa jest to



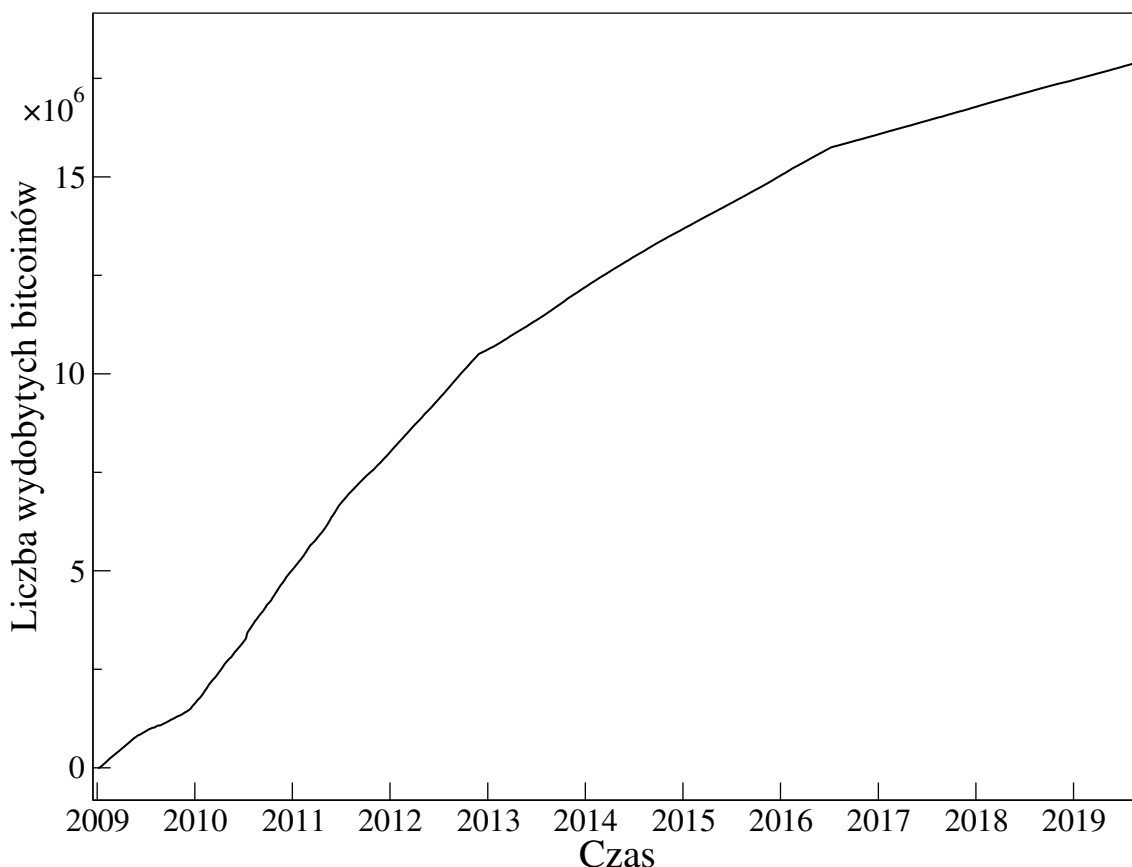
Rysunek 2.10: Moc obliczeniowa w sieci Bitcoin – liczba hashy na sekundę. Dane ze strony blockchain.com [18].

około 1700 TPS. To co jest jedną z zalet technologii blockchain – niemożność dokonania zmian w łańcuchu bloków – może być też wadą. W przypadku modyfikacji lub wprowadzenia poprawek w protokole konieczne jest sklonowanie sieci, a następnie porzucenie pierwotnej wersji łańcucha. Prowadzi to do tzw. „hard forków”.

Protokół Bitcoina nie jest statyczny, tylko podlega ciągłym modyfikacjom. Dotychczas wprowadzono mechanizm zmniejszający rozmiar transakcji – „SegWit” (ang. segregated witness), który pozwala na spakowanie większej liczby transakcji w jednym bloku. Obecnie trwają prace nad wprowadzeniem „Lightning Network” – mikropłatności poza głównym łańcuchem – co zwiększyłoby przepustowość sieci. Konsekwencją jest jednak ograniczenie bezpieczeństwa.

2.2.2 Metody uzyskiwania konsensusu

Większość kryptowalut opiera się, tak jak Bitcoin, na pierwotnie wymyślonym algorytmie konsensusu PoW – proof of work. Chroni on przed atakami zewnętrznymi (takimi jak atak 51%), ale z drugiej strony jest nieefektywny. Dlatego opracowano i próbuje się wdrażać szybsze algorytmy. Drugim najpopularniejszym algorytmem po dowodzie pracy jest dowód stawki (ang. PoS – proof of stake) oraz jego różne modyfikacje. W odróżnieniu od PoW nie ma tutaj górników, którzy starają się jak najszybciej znaleźć odpowiednią wartość funkcji haszującej aby zamknąć blok. Zamiast tego walidatorem (sprawdzającym) kolejnego bloku jest wybrany pseudo-



Rysunek 2.11: Liczba wydobytych bitcoinów. Dane ze strony blockchain.com [18].

losowo węzeł z sieci. Wybór opiera się na kombinacji czynników, w skład których może wchodzić losowość oraz to, ile jednostek kryptowaluty posiada dany węzeł.

W algorytmie PoS bloki są „kute” (ang. forged), a nie wydobywane, jak ma to miejsce w przypadku mechanizmu PoW. Sieci blockchain oparte o dowód stawki wykorzystują również opłaty za dokonanie transakcji, jako nagrody dla „wykuwaczy” (ang. forgers). Natomiast w przypadku sieci opartych o dowód pracy głównym wynagrodzeniem górników są nowo stworzone jednostki kryptowaluty. Użytkownicy, którzy chcą wziąć udział w procesie kucia, muszą zablokować na jakiś czas pewną liczbę jednostek kryptowaluty w sieci, jako wnoszoną „stawkę” (ang. stake). Wielkość założonej stawki określa szanse na wybranie danego węzła jako następnego walidatora, który zajmie się sprawdzeniem kolejnego bloku. Im większa stawka, tym większe są jego szanse. Aby proces selekcji nie faworyzował tylko najbogatszych, w sieci dodawane do niego są kolejne metody selekcyjne. Dwie najczęściej stosowane to losowy wybór bloku (ang. randomized block selection) oraz wybór na podstawie wieku stawki (ang. coin age selection).

Każda kryptowaluta wykorzystująca dowód stawki ma własny zespół reguł określających, kto zostanie walidatorem kolejnego bloku. Bezpieczeństwo w algorytmie PoS polega na możliwości utraty zablokowanej stawki i prawa do uczestnictwa w sieci w przyszłości w przypadku przeprowadzenia fałszywej transakcji. Jak długo stawka jest wyższa niż nagroda, to walidator straci więcej jednostek kryptowaluty, niż uzyskałby w przypadku podjęcia próby oszustwa. Podobnie jak w przypadku protokołu PoW, algorytm PoS jest również narażony na atak 51%. Jest on możliwy do przeprowadzenia wtedy, gdy węzeł w sieci posiada ponad połowę podaży danej

kryptowaluty. Może on wtedy zatwierdzać nieuczciwe transakcje. Główną zaletą algorytmu PoS jest efektywność. Z uwagi na brak konieczności przeprowadzania skomplikowanych obliczeń, nie potrzeba wyspecjalizowanych grup użytkowników do potwierdzania bloków. Może się to odbywać szybciej niż w przypadku PoW.

Odmianą algorytmu PoS jest delegowany dowód stawki (ang. DPoS – delegated proof of stake). Polega on na tym, że posiadacze danej kryptowaluty zlecają pracę przy przetwarzaniu bloków stronie trzeciej. Są to tzw. delegaci, na których użytkownicy sieci mogą oddawać swoje głosy, którzy w przypadku wygrania wyborów zabezpieczają sieć. Ich zadanie polega na osiągnięciu konsensusu w trakcie generowania i zatwierdzania nowych bloków w sieci. Waga z jaką w głosowaniu każdy użytkownik sieci decyduje o jej przyszłości jest proporcjonalna do liczby jednostek danej kryptowaluty, którą posiada. System głosowania różni się w zależności od projektu, ale zazwyczaj każdy z delegatów przedstawia indywidualną propozycję związaną z jego planem na rozwój sieci, a następnie prosi o głosy. Z reguły nagrody otrzymywane przez delegatów za tworzenie i potwierdzanie bloków są proporcjonalnie dzielone z ich wyborcami. Algorytm DPoS oparty jest o system głosowania, który jest bezpośrednio zależny od reputacji delegatów. Jeśli wybrany węzeł (delegat) nie działa wydajnie lub łamie reguły, zostaje usunięty, a na jego miejsce wybrany zostanie inny. Pod względem wydajności sieci wykorzystujące DPoS są w większym stopniu skalowalne. W miarę wzrostu liczby użytkowników mogą przetwarzać więcej transakcji na sekundę w porównaniu z sieciami wykorzystującymi algorytmy PoW i PoS.

Inną odmianą PoS jest „Proof of Authority” (PoA), który jest często stosowany w prywatnych sieciach blockchain. W mechanizmie PoA zamiast kryptowaluty walidatorzy oferują swoją reputację. Ten mechanizm konsensusu porzuca decentralizację, aby osiągnąć wyższą przepustowość i poradzić sobie z problemem skalowalności. Możliwe są też hybrydy, jak na przykład połączenie PoW i PoS wykorzystywane w kryptowalucie Dash. W następnych rozdziale szerzej zostaną omówione modyfikacje protokołu Bitcoina i inne możliwe zastosowania technologii blockchain.

2.3 Kryptoaktywa i różne zastosowania technologii blockchain

Protokół Bitcoina w swoim założeniu jest otwarty (ang. open source): każdy może go przejrzeć, analizować lub po prostu skopiować. Spowodowało to szybkie rozpowszechnienie się nowej technologii. Na początku powstawały klony Bitcoina. Były one oparte dokładnie na tej samej strukturze z niewielkimi modyfikacjami, takimi jak: wielkość bloku, funkcja skrótu, limit wydobycia oraz czas kreacji nowych bloków. W miarę rozwoju technologii powstały projekty poszerzające jej zastosowanie. Pozwalały już nie tylko na zapisywanie rejestru transakcji, ale również umożliwiały wykonywanie kodu komputerowego w formie skryptu. Z uwagi na rozwój rynku i różne możliwe wykorzystania technologii blockchain, pierwotne pojęcie kryptowaluta zaczęło się rozmywać. Szerszym pojęciem jest kryptoaktywo. Obecnie¹ handlowanych na giełdach jest 2440 różnych kryptokatywów. Klasyfikuje się je w trzech kategoriach z uwagi na różne zastosowania: kryptowaluty, kryptotowary i tokeny [174].

¹Dane przedstawione w tym rozdziale pochodzą z września 2019 ze strony CoinMarketCap [31].

Kryptowaluty to pierwsze wykorzystanie technologii blockchain. W zamyśle służą do przekazywania środków pieniężnych. Najczęściej spotykane są modyfikacje protokołu Bitcoina. Pierwszą, która utrzymała znaczącą pozycję do dzisiaj jest powstała w 2011 Litecoin (LTC). Jest to klon Bitcoina z dwoma zmianami. Zmniejszono w nim czterokrotnie czas pomiędzy wydobyciem bloku do 2,5 minuty, jednocześnie zwiększając maksymalny limit wydobycia do 84 mln. Pozwoliło to na zwiększenie szybkości potwierdzania transakcji. Drugą modyfikacją jest użycie innej funkcji skrótu – serypt. Pozwala ona na używanie standardowych procesorów do potwierdzania bloków w sieci Litecoin zamiast wyspecjalizowanego sprzętu (ASIC), który jest potrzebny w przypadku Bitcoina. Obecnie litecoin jest piątą kryptowalutą pod względem kapitalizacji.

Pierwszą kryptowalutą nieopartą na protokole Bitcoina było Ripple [160], które powstało w 2012 roku. Nie bazuje ono na mechanizmie konsensusu PoW – w sieci nie występują górnicy. Opiera się za to na częściowo scentralizowanym systemie tzw. zaufanych węzłów, które są odpowiedzialne za potwierdzanie transakcji. Ideą stojącą za Ripple jest zapewnienie połączeń pomiędzy bankami i giełdami, w celu przesyłania środków pieniężnych w czasie rzeczywistym. Polega to na użyciu ripple zamiast walut fiducjarnych przy transferach poza granice państw. Tokeny ripple (XRP) zostały wypuszczone przez firmę Ripple Labs. Posiada ona obecnie większość tej kryptowaluty. Aktualnie XRP jest trzecią kryptowalutą pod względem kapitalizacji. Jej głównym konkurentem jest Stellar, który również oferuje transakcje pomiędzy instytucjami finansowymi. W przeciwieństwie do Ripple protokół jest typu open source. Posiada swój własny token – XLM – obecnie jedenasty pod względem kapitalizacji. Oba tokeny XRP i XLM nie mają ustalonego limitu podaży, a zatem podlegają inflacji.

Z uwagi na to, że blockchain Bitcoina jest publiczny i można prześledzić historię transakcji każdego wykopanego bitcoina, nie jest on całkowicie anonimowy. Odpowiedzią na ten „mankament” było powstanie kryptowalut zapewniających ich użytkownikom niewykrywalność. Są to tak zwane „private coin”. Do grona takich kryptowalut zaliczane są: Dash, Monero i Zcash.

Dash (DASH) bazuje na dwóch warstwach sieci. Pierwsza to górnicy wykorzystujący mechanizm PoW, tak jak w przypadku Bitcoina. Druga to tzw. „masternody” wykorzystujące algorytm PoS.

Monero (XMR) zapewnia anonimowość dzięki podpisowi pierścieniowemu (ang. RingCT), przy pomocy którego adresy (klucze publiczne) osób dokonujących transakcji są ukryte w łańcuchu bloków. Jest uważana za kryptowalutę zapewniającą największą anonimowość. Chętnie używają jej przestępcy, na przykład do żądania zapłaty okupu [137]. Obecnie jest to dwunasta kryptowaluta pod względem kapitalizacji.

Zcash (ZEC) jest oparty na protokole „zero knowledge” o nazwie ZK-Snarks. Jest to kryptograficzne rozwiązanie pozwalające na potwierdzenie, że dana informacja jest prawidłowa, bez konieczności jej ujawniania. Umożliwia to zachowanie anonimowości zarówno nadawcy, jak i odbiorcy transakcji, oraz ukrycie jej wielkości. Anonimowe adresy są nazywane chronionymi (ang. shielded addresses) i są kompatybilne z adresami publicznymi – można dokonać transakcji z publicznego portfela na chroniony i odwrotnie. Z zero knowledge korzystają również takie kryptowaluty, jak m.in. ZClassic (ZCL), Bitcoin Private (BTCPrivate), PIVX i Komodo (KMD). W grupie kryptowalut chroniących anonimowość dash i zcash mają z góry ustaloną

maksymalną podaż, natomiast monero nie.

Do grupy kryptowalut są też zaliczane tzw. „hard forki” sieci Bitcoin. Bitcoin Cash (BCH) to pierwszy podział Bitcoina. Część społeczności zdecydowała się na odłączenie i rozwój projektu na nowym łańcuchu bloków. Polegał on na zwiększeniu pierwotnej wielkości bloku z 1MB do 8MB, a następnie do 32MB. W kolejnym podziale – Bitcoin Gold – zmieniono funkcję haszującą na Zhash. Umożliwia ona potwierdzanie bloków na niewyspecjalizowanym sprzęcie. Kolejna odmiana – Bitcoin SV – to podział Bitcoina Cash. Zwiększono w tym przypadku wielkość bloku do 128 MB.

Druga kategoria kryptoaktywów – kryptotowary (ang. *cryptocommodities*) – służą jako baza dla zastosowań technologii blockchain. Są „materiałem” umożliwiającym tworzenie zdecentralizowanych aplikacji i inteligentnych kontraktów (ang. *smart contracts*). Są to automatycznie wykonujące się kody komputerowe, które wykonują pewną akcję po spełnieniu określonych warunków. Kryptotowary działają jako „paliwo”, umożliwiając płaćenie za używanie zdecentralizowanej sieci obliczeniowej. Pierwszym takim pomysłem było Ethereum [61]. Zostało zaproponowane w 2013 i uruchomione w 2015 roku jako platforma obliczeniowa typu open source oparta na blockchainie. Została wyposażona we własny język programowania – Solidity – dzięki któremu można zaprogramować dowolne inteligentne kontrakty oraz zdecentralizowane aplikacje. Posiada swoją kryptowalutę o nazwie ether lub ethereum (ETH), która służy jako jednostka płatnicza za przeprowadzone operacje obliczeniowe w sieci. Ich cena jest wyrażona w tzw. jednostkach „Gas” i zależy od złożoności obliczeniowej koniecznej do wykonania operacji. Ethereum, tak jak Bitcoin, jest oparte na technologii blockchain i mechanizmie konsensusu PoW. Używa jednak innej funkcji haszującej – Ethash – która wspiera użycie kart graficznych GPU w procesie wydobywania. Nie posiada stałej wielkości bloku. Zamiast tego każdy blok wymaga konkretnej liczby jednostek Gas, która określa moc obliczeniową potrzebną do zrealizowania zawartych w nim transakcji. Średni czas pomiędzy blokami to około 15 sekund. Maksymalna liczba transakcji na sekundę wynosi około 25. W przeciwieństwie do Bitcoina nie ma górnego limitu wydobywania. W przyszłości twórcy przewidują przejście na mechanizm konsensusu PoS, co zwiększyłoby przepustowość sieci.

Koncepcja Ethereum od początku cieszyła się dużym zainteresowaniem wśród społeczności kryptowalutowej. W 2014 z przedsprzedaży ether udało się zebrać 18,5 miliona USD. Było to najlepszym wynikiem akcji crowdfundingowej w ówczesnym czasie. Wynik ten został pobity przez fundusz venture capital – The DAO – którego celem było pozyskanie kapitału na rozwój blockchainowych start-upów, a także organizacji non-profit. Fundusz miał formę zdecentralizowanej, autonomicznej organizacji zbudowanej na blockchainie Ethereum w formie inteligentnego kontraktu. W 2016 zebrał on 11,5 miliona ethereum o wartości blisko 168 milionów USD. Przy tej okazji ujawniła się jedna z wad/zalet blockchaina – niezmiennalność kodu. Okazało się, że kod inteligentnego kontraktu DAO posiada luki pozwalające na nieautoryzowane wytransferowanie środków. Do ataku hakerskiego doszło w czerwcu 2016, podczas którego skradziono 3,6 miliona ethereum. Aby odwrócić skutki i zmienić kod DAO, musiało dojść do podziału blockchaina Ethereum. Na nowym unieważniono wyprowadzenie środków, a na starym, obecnie nazywanym Ethereum Classic (ETC), wszystko zostało bez zmian. Obecnie ethereum jest drugą, a ethereum classic dwudziestą kryptowalutą pod względem kapitalizacji.

Spory sukces koncepcji zastosowania inteligentnych kontraktów, a zwłaszcza możliwość zbierania środków w ramach ICO (Initial Coin Offer) na platformie Ethereum, spowodował powstanie konkurencji również oferującej możliwość tworzenia aplikacji w zdecentralizowanej sieci obliczeniowej. Do głównych projektów tego typu zaliczane są EOS oraz Cardano.

Platforma EOS [59] jest oparta na algorytmie DPoS. Nie występuje tutaj proces kopania, jak w przypadku Bitcoina czy Ethereum. Dzięki temu sieć jest w stanie przetworzyć nawet 15 tys. transakcji na sekundę. Jest to jednak realizowane kosztem bezpieczeństwa. Za weryfikowanie transakcji odpowiada jedynie dwudziestu jeden wybranych producentów bloków, którzy otrzymują nagrody w postaci nowo powstałych jednostek EOS za swoją działalność. Maksymalna liczba tokenów EOS to miliard jednostek. Wykorzystywany na platformie język programowania to WebAssembly. Główna sieć EOS wystartowała 14 czerwca 2018 i w momencie pisania jest siódmą pod względem kapitalizacji kryptowalutą.

Cardano [27] wykorzystuje algorytm typu PoS – Ouroboros. Występują tutaj dwie niezależne od siebie warstwy sieci: rozliczeniowa oraz obliczeniowa. Warstwa rozliczeniowa oparta jest na sieć blockchain. Do tworzenia inteligentnych kontraktów używany jest język programowania Haskell. Maksymalna podaż kryptowaluty ADA wynosi 45 mld jednostek. Cardano jest obecnie trzynastą pod względem kapitalizacji kryptowalutą.

Inne platformy oferujące podobne usługi jak Ethereum to: Tron – TRX (ograniczona podaż), Lisk – LSK (nieograniczona podaż), ICON – ICX (nieograniczona podaż). Są one oparte na algorytmie DPoS. Platformy oparte o PoS to: Tezos (ograniczona podaż), NEO (nazywana chińskim odpowiednikiem Ethereum, mająca ograniczoną podaż), NEM (oparta o Proof of Importance – odmiana PoS z ograniczoną podażą), Waves (ograniczona podaż). Jak widać, typowe dla kryptotowarów jest odejście od pierwotnego mechanizmu konsensusu PoW na rzecz PoS. Pozwala to przyspieszać przetwarzanie operacji w sieci kosztem bezpieczeństwa.

Trzecią grupę stanowią tokeny, które są najmłodszym kryptoaktywem. Można je określać jako bezpośrednie zastosowania technologii blockchain. Służą najczęściej jako środki płatności w zdecentralizowanych aplikacjach (ang. dApps), zbudowanych na kryptotowarach takich jak Ethereum lub są emitowane w ramach ICO na rozwój działalności danego przedsięwzięcia związanego z blockchainem. Z reguły nie posiadają swojego łańcucha bloków.

Technologia blockchain, dzięki wyeliminowaniu potrzeby zaufania poszczególnych uczestników danego systemu do siebie nawzajem i zapewnieniu bezpieczeństwa może być użytecznie zastosowana wszędzie tam, gdzie występuje centralny pośrednik łączący sprzedających i kupujących, który zarabia na prowizjach. Przykładami takich pośredników są Uber i Airbnb. Zdecentralizowana sieć może być skonfigurowana jako całkowicie transparentna baza danych, która jest widoczna dla wszystkich uczestników danego systemu. Technologia zapewnia możliwość tworzenia rozproszonych, ale ujednoczonych rekordów. Dzięki tym charakterystykom blockchain może być potencjalnie wykorzystywany w takich branżach jak: opieka zdrowotna, systemy zarządzania prawami i dostępem do treści, ubezpieczenia czy wykorzystujące łańcuch dostaw.

Najciekawsze z już wprowadzonych zastosowań w postaci tokenów to:

1. Augur [4] – pierwszy niezależny i rozproszony rynek predykcyjny. Platforma umożliwia tworzenie oraz udział w zakładach z dowolnego zakresu tematycz-

nego. Użytkownicy głosują za pomocą tokenu REP – reputacji i w zależności od trafnego przewidzenia otrzymują nagrodę.

2. Basic Attention Token (BAT) [13] to projekt mający za zadanie połączyć reklamodawców oraz twórców treści z użytkownikami. Zakłada wynagradzanie tokenami BAT twórców, których treści przyciągnęły uwagę użytkowników, a także wynagradzanie użytkowników za poświęcenie uwagi reklamom.
3. Filecoin [66] – zdecentralizowany system przechowywania plików oparty na systemie PoW. Nagrodę otrzymuje się za przechowywanie plików na swoim dysku komputera.
4. IOTA (MIOTA) [85] to projekt częściowo zdecentralizowanej, otwartej platformy rozliczeniowej opartej na architekturze DAG (skierowanego grafu acyklicznego). Została stworzona na potrzeby tzw. „Internetu Rzeczy” (ang. IoT – Internet of things). Koncepcja IoT zakłada, że przedmioty użytkowe, mające połączenie z siecią, mają możliwość gromadzenia oraz przetwarzania danych, a także dokonywania zautomatyzowanych czynności, takich jak na przykład przeprowadzanie płatności. IOTA docelowo ma być wykorzystywana jako środek płatniczy oraz baza danych dla urządzeń i usług działających w sieci IoT. System został stworzony tak, aby zapewnić teoretycznie nieograniczoną skalowalność. Jest to możliwe dzięki zastosowaniu architektury „Tangle” zamiast blockchained. IOTA nie posiada opłat transakcyjnych, gdyż w swoim założeniu ma być wykorzystywana do zautomatyzowanych mikropłatności dokonywanych przez urządzenia oraz systemy IoT (takie jak np. lodówka czy karta parkingowa).

Czysto finansowym zastosowaniem technologii blockchain jest binance coin (BNB). Zostało wyemitowane jako token na platformie Ethereum. Służy do opłacania prowizji na jednej z największych giełd kryptowalutowych – Binance [15]. Obecnie w miarę rozwoju giełdy Binance planowane jest przejście na własny blockchain.

Połączeniem kategorii tokenu i kryptowaluty są tak zwane „stable coin”. Ich kurs wymiany jest związany z walutą fiducyjną. Najpopularniejszym jest tether [176] (USDT), powiązany z dolarem amerykańskim w relacji jeden do jednego. Jest zbudowany na blockchainie Bitcoina poprzez platformę Omni Layer. USDT emituje prywatna firma Tether Limited, która deklaruje, że jego podaż ma pełne pokrycie w dolarach amerykańskich. Jest to obecnie szósta kryptowalutą pod względem kapitalizacji. Inne stable coiny to: DAI, PAX, True USD oraz USDC.

Technologia blockchain pozwala również poprzez inteligentne kontrakty na tworzenie zdecentralizowanych giełd (DEX), gdzie strony mogą handlować bez pośrednictwa centralnego serwera giełdy.

2.4 Handel kryptowalutami

Kryptowaluty – jako nowa koncepcja – nie miałyby zbyt wielkiej wartości we wczesnej fazie swojego istnienia, gdyby nie można ich było wymieniać na tradycyjne waluty. Jedną z pierwszych giełd, która zaoferowała takie możliwości, był wspomniany już wcześniej Mt.Gox. Dzisiejszy rynek kryptowalut jest mocno podzielony i zdecen-

tralizowany. Obecnie² istnieje 260 giełd kryptowalut na całym świecie. Większość z nich stanowią giełdy handlujące tylko kryptowalutami między sobą. Dokonywane są na nich transakcje przez 7 dni w tygodniu 24 godziny na dobę. Jest to pierwsza cecha odróżniająca rynek kryptowalut od rynku walutowego Forex, na którym handel ma miejsce tylko od poniedziałku do piątku. Druga istotna różnica to sposób oraz uczestnicy handlu. W przypadku kryptowalut odbywa się on w większości pomiędzy indywidualnymi inwestorami na giełdach kryptowalut [119]. Inaczej jest na Forexie, gdzie handel ma miejsce na rynku pozagiełdowym (OTC), a jego uczestnikami są głównie banki. Trzecią różnicą jest brak ceny będącej odnośnikiem, jakim w przypadku rynku Forex są notowania podawane przez serwis Reuters. Jedynie w przypadku bitcoina istnieje kontrakt terminowy notowany na giełdzie CME [29].

Decentralizacja rynku kryptowalut oznacza, że na różnych giełdach handlowane są te same pary kryptowalutowe. Historycznie można było zaobserwować znaczące różnice w wycenie pomiędzy giełdami [119]. W przypadku akcji problem ten został zbadany i nosi nazwę „dual listed companies” [67, 37]. Jednak w przypadku kryptowalut, które mogą być praktycznie natychmiastowo przesłane pomiędzy dowolnymi miejscami na świecie, jest to zagadnienie innego rodzaju. W literaturze próbowano to dotychczas tłumaczyć ograniczeniami w przepływie kapitału [119]. Temat porównania handlu między giełdami i możliwości arbitrażowych zostanie poruszony w rozdziałach 3.3 i 5.3. Cechą wspólną rynku Forex i kryptowalut jest możliwość dokonywania arbitrażu trójkątnego [64, 72]. Zostanie to omówione szczegółowo w rozdziale 5.2.3. Osobną kategorią, niespotykaną dla tradycyjnych rynków finansowych są tzw. zdecentralizowane giełdy (DEX), na których w sposób automatyczny handluje się kryptowalutami [36].

W niniejszej pracy przeanalizowane zostaną statystyczne własności kursów wymiany głównych kryptowalut z giełd: Binance, Bitstamp i Kraken.

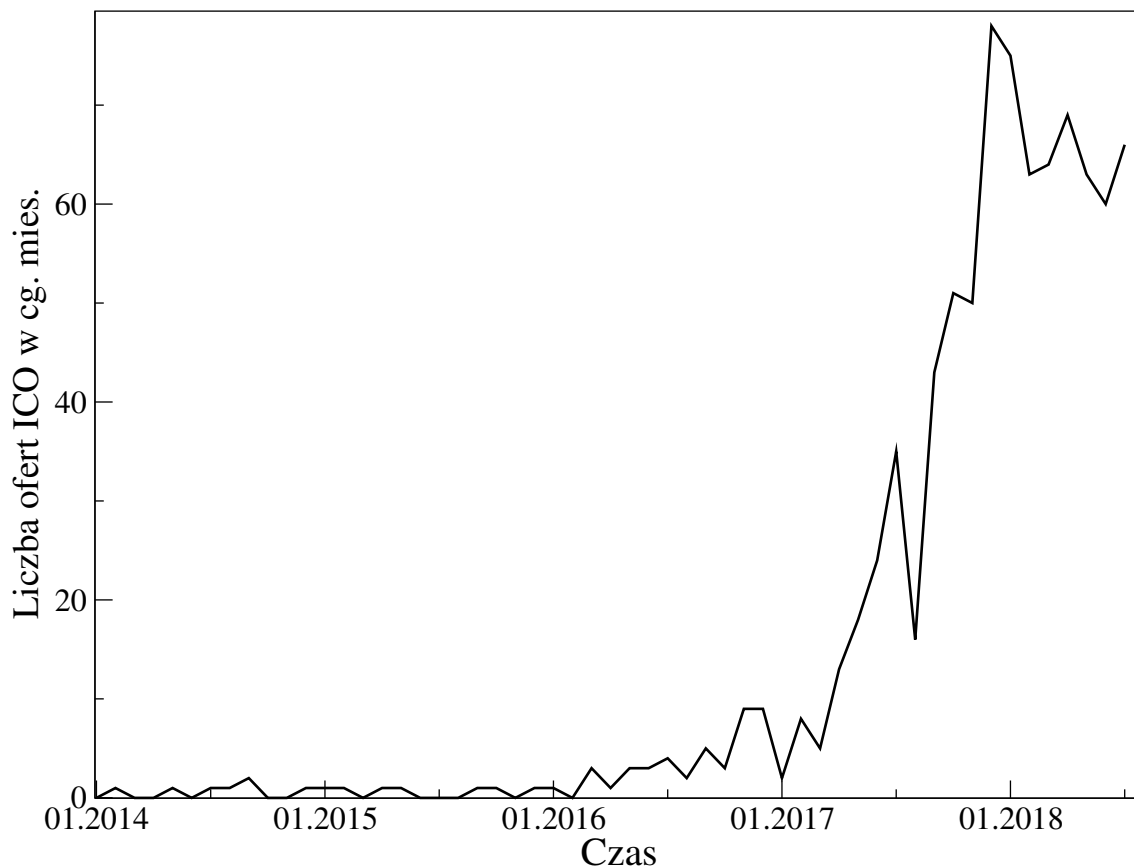
Binance [15] to obecnie największa giełda kryptowalutowa pod względem wartości wolumenu. Została założona w lipcu 2017 roku w Chinach. Po zaostrzeniu regulacji dotyczących obrotu kryptowalutami główna siedziba została przeniesiona na Maltę w marcu 2018. Od początku prowadzony jest na niej tylko handel pomiędzy kryptowalutami. Binance oferuje możliwość dokonywania transakcji na 553 różnych parach kryptowalutowych. Posiada również własną kryptowalutę o nazwie binance. Giełda oferuje możliwość przeprowadzania na niej ofert ICO. W ramach grupy Binance istnieją także spółki córki pozwalające na wymianę kryptowalut również na waluty fiducjarne.

Giełda Kraken [95] została uruchomiona we wrześniu 2013 roku. Główna siedziba znajduje się w San Francisco; posiada również oddziały w Kanadzie i Europie. Jest to największa giełda pod względem wartości wolumenu na parach kryptowalutowych wyrażonych w euro. Oferuje obecnie 95 par kryptowalutowych.

Giełda Bitstamp [17] to jedna z najdłużej działających giełd kryptowalutowych. Powstała w sierpniu 2011. Siedziba giełdy znajduje się w Luksemburgu. Oferuje handel tylko na najbardziej płynnych kryptowalutach. Obecnie jest to czternaście kursów wymiany.

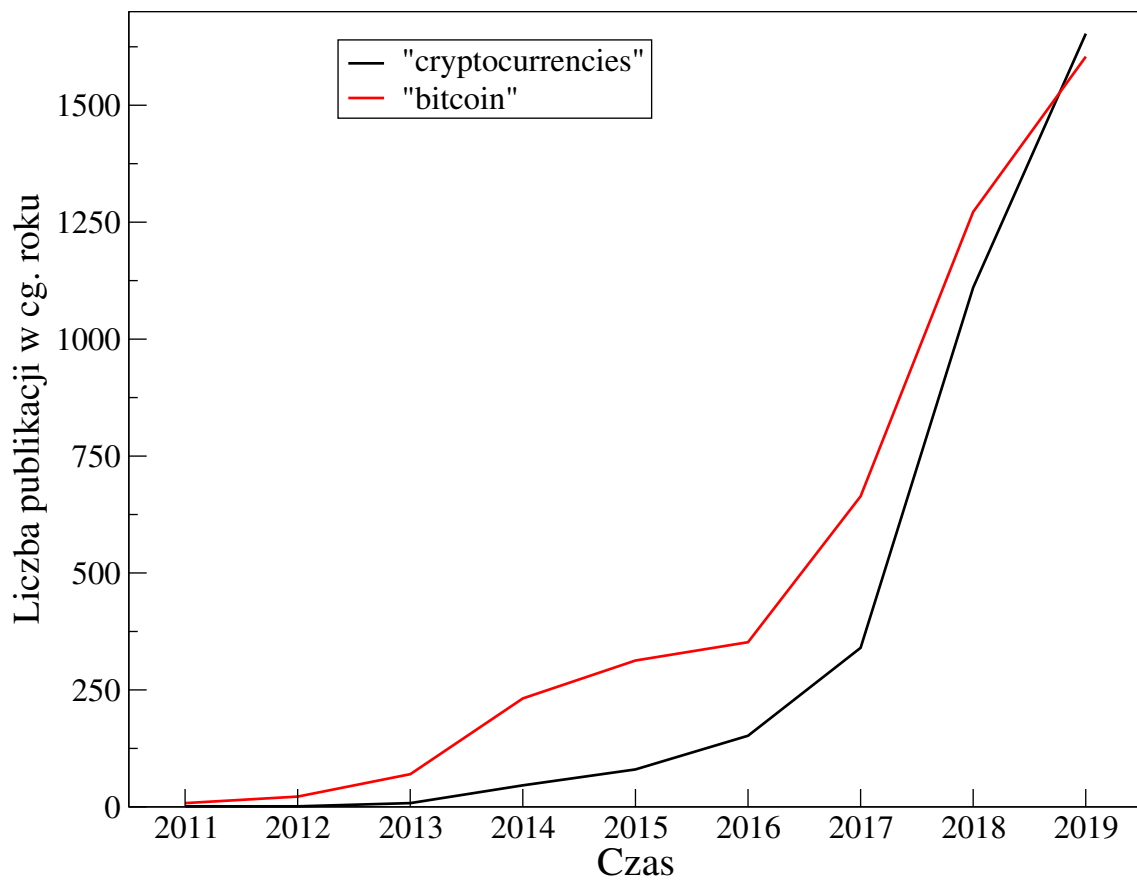
Gwałtowny wzrost liczby aktywnie handlowanych kryptowalut nastąpił w 2017 roku (rysunek 2.4). W tym czasie dynamicznie zwiększała się liczba ofert ICO (rysunek 2.12). Spektakularnie rosła również kapitalizacja rynku – znajdował się on w fazie bańki spekulacyjnej [71]. W tym momencie w obrocie jest 2440 różnych krypto-

²Dane przedstawione w tym rozdziale pochodzą z września 2019.



Rysunek 2.12: Liczba ofert ICO w ciągu miesiąca. Dane ze strony coindesk.com [30].

walut, co daje łącznie blisko 20000 par kryptowalutowych [31]. Kapitalizacja całego rynku kryptowalut wynosi 300 miliardów USD i jest bliska kapitalizacji wszystkich spółek notowanych na giełdzie papierów wartościowych w Warszawie oraz porównywalna z pojedynczymi amerykańskimi spółkami z drugiej dziesiątki pod względem kapitalizacji [186]. Spektakularny rozwój rynku kryptowalut przyciągnął zainteresowanie całego świata nowym aktywem, w tym również społeczności naukowej. Pierwsze prace dotyczące Bitcoina powstały już w latach 2013–2015 [97, 100], ale prawdziwy boom nastąpił dopiero od 2017 roku (rysunek 2.13). Na początku badano głównie charakterystyki pierwszej kryptowaluty – bitcoina [9, 41, 70]. Następnie porównywano je z innymi kryptowalutami [192, 51, 101]. W dalszej kolejności zaczęły pojawiać się badania naukowe opisujące korelacje wewnątrz rynku kryptowalut [171, 10, 23, 200, 152] oraz jego związki z dojrzałymi rynkami [34, 35, 87, 96]. W szczególności rozważane były możliwe zastosowania bitcoina do dywersyfikacji portfela inwestycyjnego oraz jako instrumentu zabezpieczającego dla rynku walutowego [180], złota i towarów [167] oraz rynków akcji [166, 183]. Bardziej szczegółowy przegląd dotychczasowej literatury poświęconej badaniom nad kryptowalutami w kontekście rynków finansowych można znaleźć w pracy [33].



Rysunek 2.13: Liczba publikacji naukowych zawierających słowo „bitcoin” (na czerwono) oraz „cryptocurrencies” (na czarno) w tytule lub streszczeniu, które ukazały się w ciągu danego roku. Dane ze strony dimensions.ai [38].

Rozdział 3

Statystyczne charakterystyki fluktuacji na rynku kryptowalut

Jedną z głównych charakterystyk fluktuacji cen ($P(t)$) na rynkach finansowych są rozkłady stóp zwrotu ($R_{\Delta t}(t) = \log(P(t + \Delta t)) - \log(P(t))$). Historycznie długo uważano, że do ich opisu można stosować rozkład normalny. Pierwszym, który zauważył, że rozkłady stóp zwrotu instrumentów finansowych posiadają znacznie grubsze ogony, był Benoîte Mandelbrot [121]. Do ich analizy zaczęto stosować rozkłady Lévy'ego oraz obcięte rozkłady Lévy'ego [122]. Obecnie empirycznym faktem obserwowanym na dojrzałych rynkach finansowych jest zgodność ogonów skumulowanych rozkładów stóp zwrotu z rozkładami potęgowymi:

$$P(X > r_{\Delta t}) \sim r_{\Delta t}^{-\gamma}, \quad (3.1)$$

(gdzie $r_{\Delta t} = (R_{\Delta t} - \mu)/\sigma$, a μ i σ oznaczają średnią i odchylenie standardowe). W szczególności dane wysokiej częstotliwości są dobrze opisywane przez tzw. odwrotne prawo kubiczne [73, 74, 68], dla którego wykładnik $\gamma \approx 3$. Zależność ta występuje niezależnie od rodzaju rynku – zarówno na akcjach, walutach, towarach czy kryptowalutach [115, 74, 148, 48, 105, 14, 41, 72, 191]. Odnotowanym faktem jest również zmniejszanie się grubości ogona rozkładu wraz ze zwiększaniem odstępu czasowego (Δt) pomiędzy obserwacjami [40, 51]. Rozkłady stóp zwrotu dla danych dziennych można opisywać przy pomocy rozkładu normalnego lub wykładniczego [42]. Z kolei do rozkładów stóp zwrotu z danych sekundowych bardziej pasuje rozkład potęgowy [40]. Wiąże się to z tym, że zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym – w przypadku niezależności stóp zwrotu – w miarę zwiększania Δt rozkłady stóp zwrotu powinny dążyć do rozkładu normalnego [47].

Drugą standardową charakterystyką używaną do opisu fluktuacji na rynkach finansowych jest funkcja autokorelacji:

$$C(\tau) = \langle r_{\Delta t}(t)r_{\Delta t}(t - \tau) \rangle_t. \quad (3.2)$$

Typowym zachowaniem dla stóp zwrotu jest jej natychmiastowy zanik do zera lub poniżej zera [63, 74, 144, 193, 48]. Jednocześnie funkcja autokorelacji modułów stóp zwrotu zanika potęgowo wraz ze wzrostem opóźnienia τ [39, 74, 122, 32, 104, 48]. Jest to zjawisko również obserwowane niezależnie od rodzaju rynku [105]. Zakres potęgowego spadku odpowiada średniej długości klastra zmienności [49]. Za długozasięgowe korelacje (tzw. „długą pamięć”) odpowiada zjawisko grupowania zmienności, polegające na tym, że po dużych fluktuacjach występują również duże, a po małych

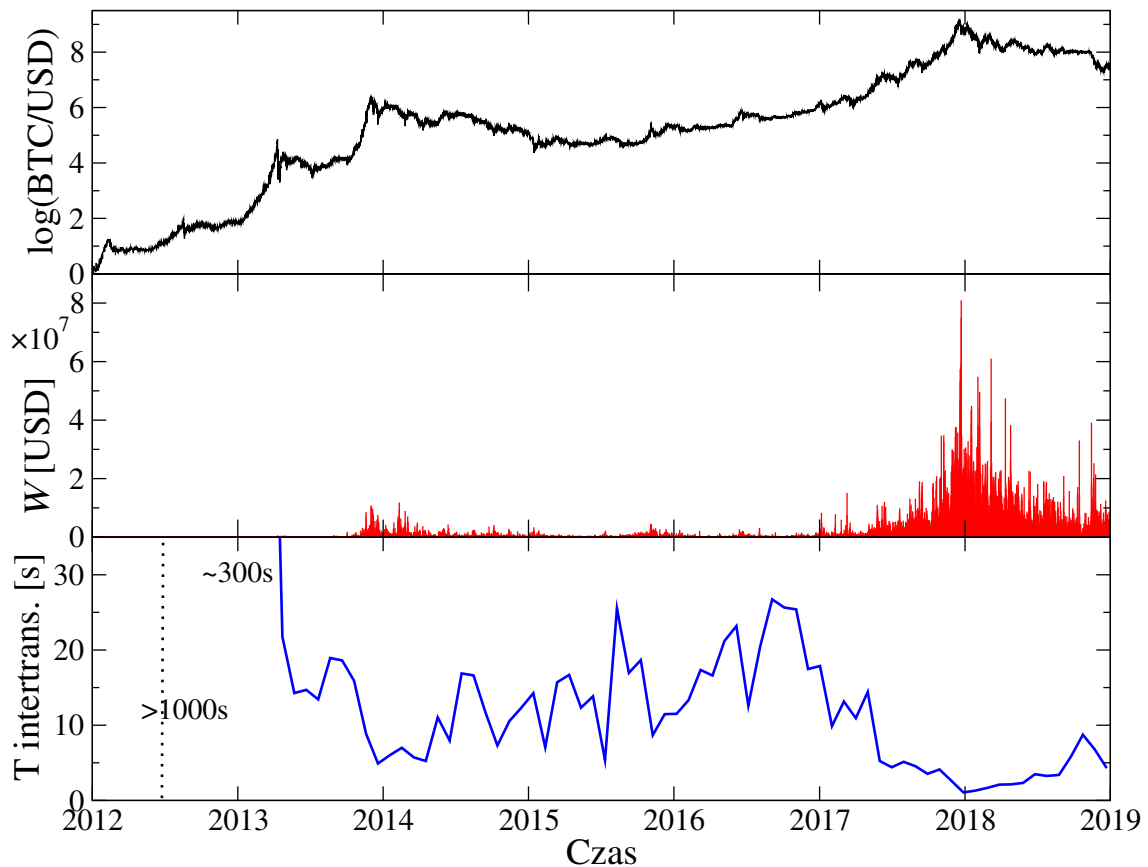
małe [121]. Jest to efekt powszechnie występujący na różnych rynkach finansowych [105]. Występowanie długozasięgowych korelacji na poziomie modułów stóp zwrotu (zmienności) oznacza, że z perspektywy stóp zwrotu są to korelacje nieliniowe, które mogą prowadzić do efektów multifrakalnych.

Zachowanie funkcji autokorelacji może być zaburzone przez występujące na rynkach finansowych trendy [105]. Dlatego w niniejszej pracy – przy obliczaniu funkcji autokorelacji – został usunięty trend dzienny zgodnie ze standardową procedurą. Polega ona na podzieleniu sygnału w danym momencie przez średnie odchylenie standardowe obliczone dla tego momentu (z całego zakresu danych).

Kolejne dwie charakterystyki stosowane do analizy danych z rynków finansowych – wykładnik Hursta i multifraktalność zostaną omówione w rozdziale 4.

3.1 Bitcoin

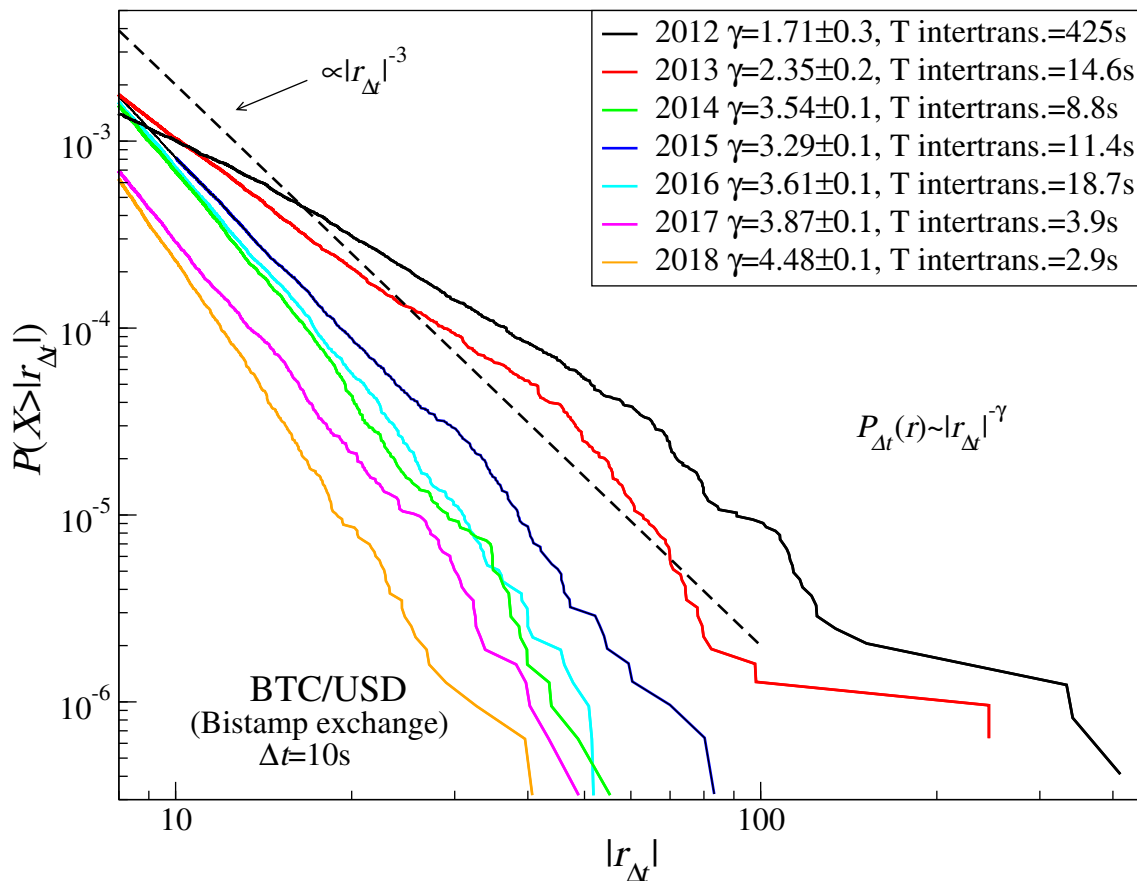
Analiza statystyczna danych z giełd kryptowalutowych zostanie rozpoczęta od pierwszej istniejącej, obecnie o największej kapitalizacji i płynności kryptowaluty – bitcoina – na danych dziesięciosekundowych z giełdy Bitstamp w okresie 2012–2018.



Rysunek 3.1: Logarytm kursu wymiany BTC/USD na giełdzie Bitstamp od stycznia 2012 do grudnia 2018 (górny panel), wartość wolumenu w USD (środkowy panel) oraz średni czas międzytransakcyjny w oknie miesięcznym (dolny panel).

Na rysunku 3.1 przedstawiono przebieg zmian w czasie logarytmu ceny, wartości wolumenu w USD w oknie godzinnym oraz średniego czasu międzytransakcyjnego

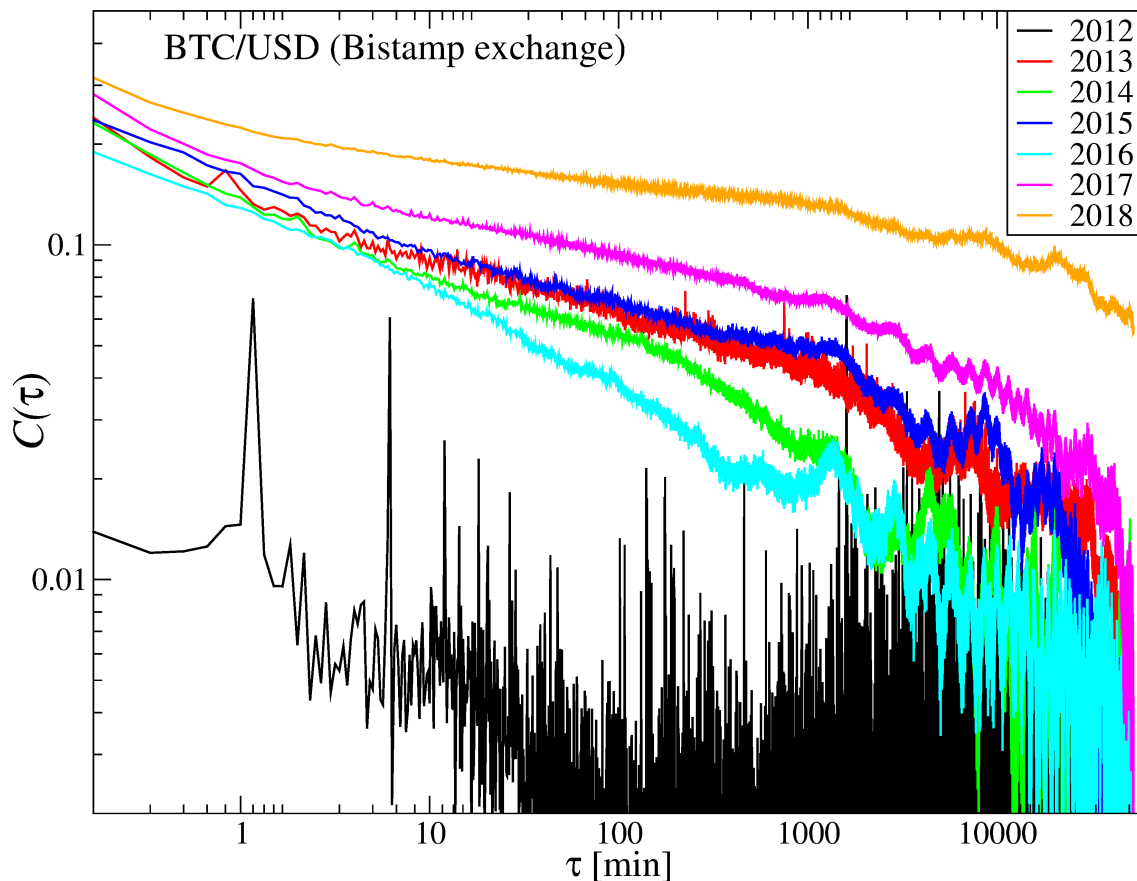
liczonego w oknie miesięcznym. Na przestrzeni lat widać wyraźny wzrostowy trend ceny BTC/USD, aż do przełomu 2017/2018. Towarzyszył temu wzrost wartości wolumenu oraz skrócenie średnich czasów międzytransakcyjnych. Szczególnie w 2012 i pierwszej połowie 2013 handel był znikomy. Szczytowi pierwszej wyraźnej hossy na rynku bitcoina – na przełomie 2013/2014 – towarzyszył wyraźny wzrost wartości wolumenu oraz skrócenie czasów międzytransakcyjnych. Przez następne trzy lata można było obserwować trend boczny kursu BTC/USD. Towarzyszył temu spadek wartości wolumenu i wydłużenie średnich czasów międzytransakcyjnych. Powrót hossy na rynek bitcoina pod koniec 2016, a zwłaszcza spektakularny wzrost w 2017, przyniosły dynamiczny wzrost wartości wolumenu oraz spadek średnich czasów międzytransakcyjnych. W szczycie bańki spekulacyjnej – na przełomie 2017/2018 – czas pomiędzy transakcjami skrócił się do około sekundy. Bessa na rynku kryptowalut rozpoczęta w 2018 przyniosła zmniejszenie wartości wolumenu, ale w dalszym ciągu utrzymuje się on wyraźnie powyżej poziomów sprzed hossy w 2017 roku. Wydłużeniu uległy również średnie czasy międzytransakcyjne, ale utrzymały się poniżej dziesięciu sekund.



Rysunek 3.2: Skumulowany rozkład znormalizowanych modułów stóp zwrotu $r_{\Delta t=10s}$ dla bitcoina na giełdzie Bitstamp w kolejnych latach. W mniejszym oknie oszacowany wykładnik γ wraz ze średnim czasem międzytransakcyjnym w danym roku.

Aby prześledzić zmiany charakterystyk opisujących fluktuacje kursu wymiany BTC/USD na giełdzie Bitstamp, cały zakres danych (szereg czasowy o długości około 21 milionów obserwacji) został podzielony na okresy roczne. Rysunek 3.2 przedstawia skumulowane rozkłady znormalizowanych modułów stóp zwrotu ($r_{\Delta t} =$

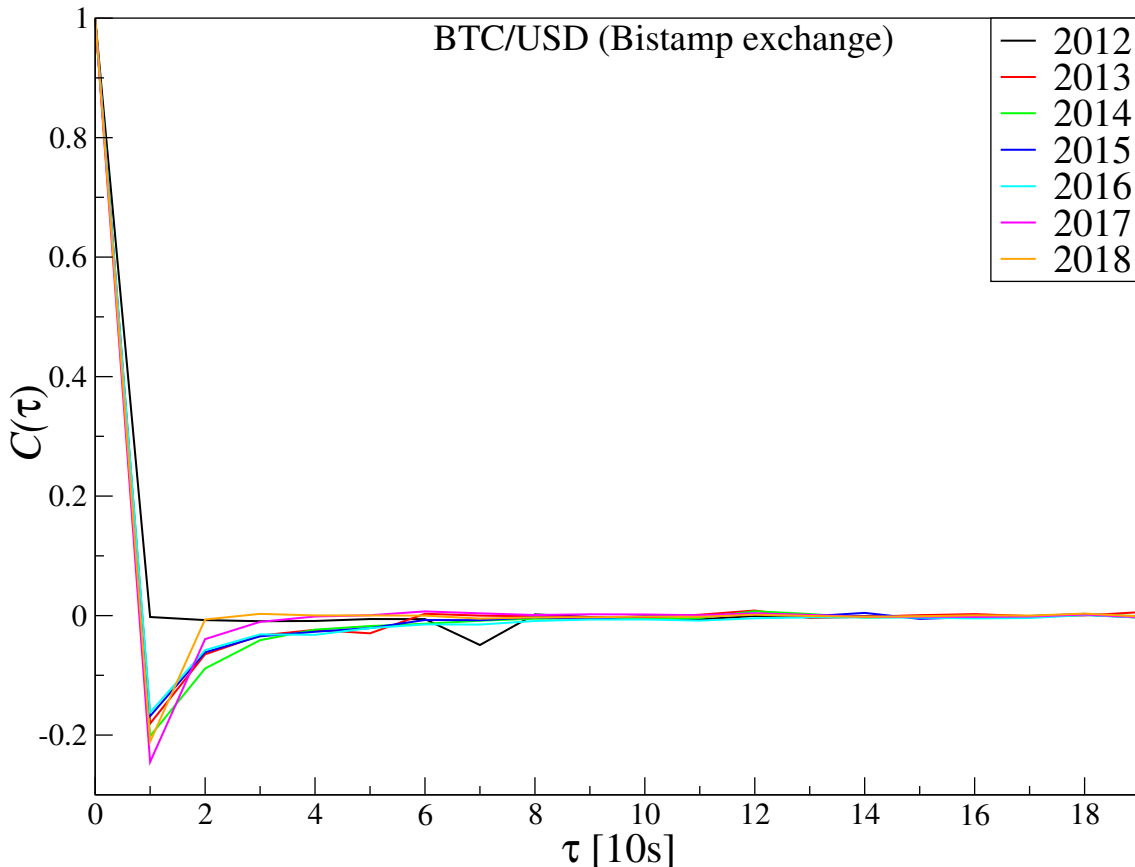
$(R_{\Delta t} - \mu)/\sigma$, $\Delta t = 10s$, gdzie μ i σ oznaczają średnią i odchylenie standardowe). Można zauważyć występowanie skalowania ogonów rozkładów stóp zwrotu we wszystkich latach (w 2012 i 2013 najsłabsze). Wyraźnie widoczna jest jednak ewolucja rynku. Przejawia się ona w zwiększaniu wartości wykładnika γ oraz zmniejszaniu błędu oszacowania w miarę zbliżania się do teraźniejszości. Odzwierciedla to fakt, że ogony rozkładów są coraz cieńsze. Jest to powiązane ze skracającym się średnim czasem międzytransakcyjnym w kolejnych latach. Obowiązuje zależność, że im krótszy średni czas międzytransakcyjny w danym roku tym wyższa jest wartość γ . Można to odnieść do zmian w „wewnętrzny” czasie rynku (mierzonym liczbą transakcji na jednostkę czasu), który skracał się wraz ze wzrostem częstotliwości oraz wolumenu handlu na bitcoinie (rysunek 3.1). Hossa na rynku powodowała zwiększenie zainteresowania bitcoinem, a co za tym idzie wzrost liczby transakcji. W pierwszych dwóch analizowanych latach wykładnik skalowania γ jest mniejszy od 3; w 2012 jest nawet poniżej 2. Występowały wtedy największe odchylenia stóp zwrotu od średniej. Dopiero od 2014 spełnione jest odwrotne prawo kubiczne.



Rysunek 3.3: Funkcja autokorelacji znormalizowanych modułów stóp zwrotu $r_{\Delta t=10s}$ dla bitcoina na giełdzie Bitstamp w kolejnych latach.

Rysunek 3.3 przedstawia funkcje autokorelacji modułów stóp zwrotu w kolejnych latach. W 2012 funkcja autokorelacji wygląda podobnie jak dla szumu. Oprócz tego roku widoczny jest potęgowy zanik wraz ze wzrostem opóźnienia τ . Za takie zachowanie odpowiedzialne jest grupowanie zmienności, zjawisko typowe dla rynków finansowych [105]. Najsilniejsze autokorelacje można zaobserwować kolejno w 2018 i w 2017 roku. Odpowiada to hipotezie o ewolucji rynku, która została postawiona

przy okazji analizy rozkładów modułów stóp zwrotu. Ponieważ zmienność (moduły stóp zwrotu) jest nieliniową funkcją stóp zwrotu, to obecność długozasięgowych autokorelacji dla zmienności oznacza występowanie nieliniowych korelacji pomiędzy stopami zwrotu. Natomiast funkcja autokorelacji dla stóp zwrotu (rysunek 3.4) dla $\tau = 1$ (10s), oprócz 2012 roku przechodzi na wartości ujemne, a następnie oscyluje w okolicach zera. Oznacza to brak autokorelacji liniowych pomiędzy stopami zwrotu, co również jest typową charakterystyką rynków finansowych [105].



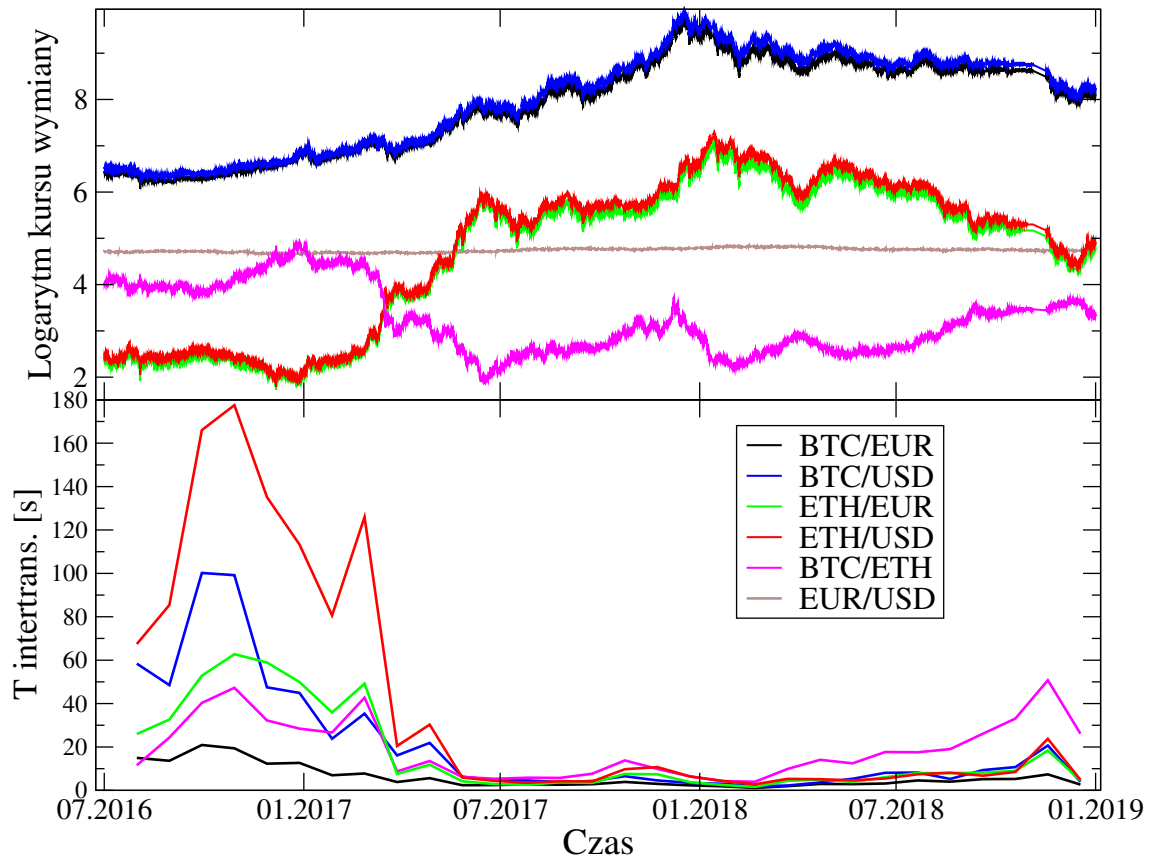
Rysunek 3.4: Funkcja autokorelacji znormalizowanych stóp zwrotu $r_{\Delta t=10s}$ dla bitcoina na giełdzie Bitstamp w kolejnych latach.

Wartości przedstawionych w tym podrozdziale charakterystyk dla kursu wymiany BTC/USD nie odbiegają od typowych dla dojrzałych rynków finansowych, począwszy od 2014 roku. Widać ich wyraźną ewolucję wraz z upływem czasu aż do 2018, kiedy to ogony rozkładów stóp zwrotu są najcieńsze oraz autokorelacje dla zmienności najsilniejsze.

3.2 Porównanie kryptowalut z EUR/USD

W miarę rozwoju rynku kryptowalut powstawało z czasem coraz więcej giełd, które pozwalały na handel już nie tylko BTC w relacji do USD, ale i innymi kryptowalutami w relacji do tradycyjnych walut oraz kryptowalutami między sobą. Jedną z najstarszych, nieprzerwanie działających giełd oferujących różne kursy wymiany – zarówno kryptowaluty wyrażone w walutach fiducjarnych, jak i kryptowaluty wyrażone w kryptowalutach – jest Kraken. Z uwagi na różną częstotliwość handlowania

poszczególnych kursów wymiany oraz czas w którym zostały wprowadzone do obrotu na giełdzie, w niniejszej rozprawie zostały one podzielone na dwie grupy. Pierwszą stanowią najbardziej płynne – bitcoin (BTC) i ethereum (ETH) w relacji do euro (EUR) i dolara amerykańskiego (USD) oraz BTC w relacji do ETH, z próbkowaniem co dziesięć sekund w okresie od połowy 2016 do końca 2018. W drugiej zostały umieszczone mniej płynne kursy wymiany próbkowane co minutę w 2018 roku. W tym podrozdziale porównane zostaną charakterystyki najbardziej płynnych par kryptowalutowych z giełdy Kraken oraz najbardziej płynnej pary na rynku Forex – EUR/USD (dane z brokera forexowego Dukascopy [55]). Charakterystyki mniej płynnych kursów wymiany z giełdy Kraken zostaną omówione w podrozdziale 3.3.

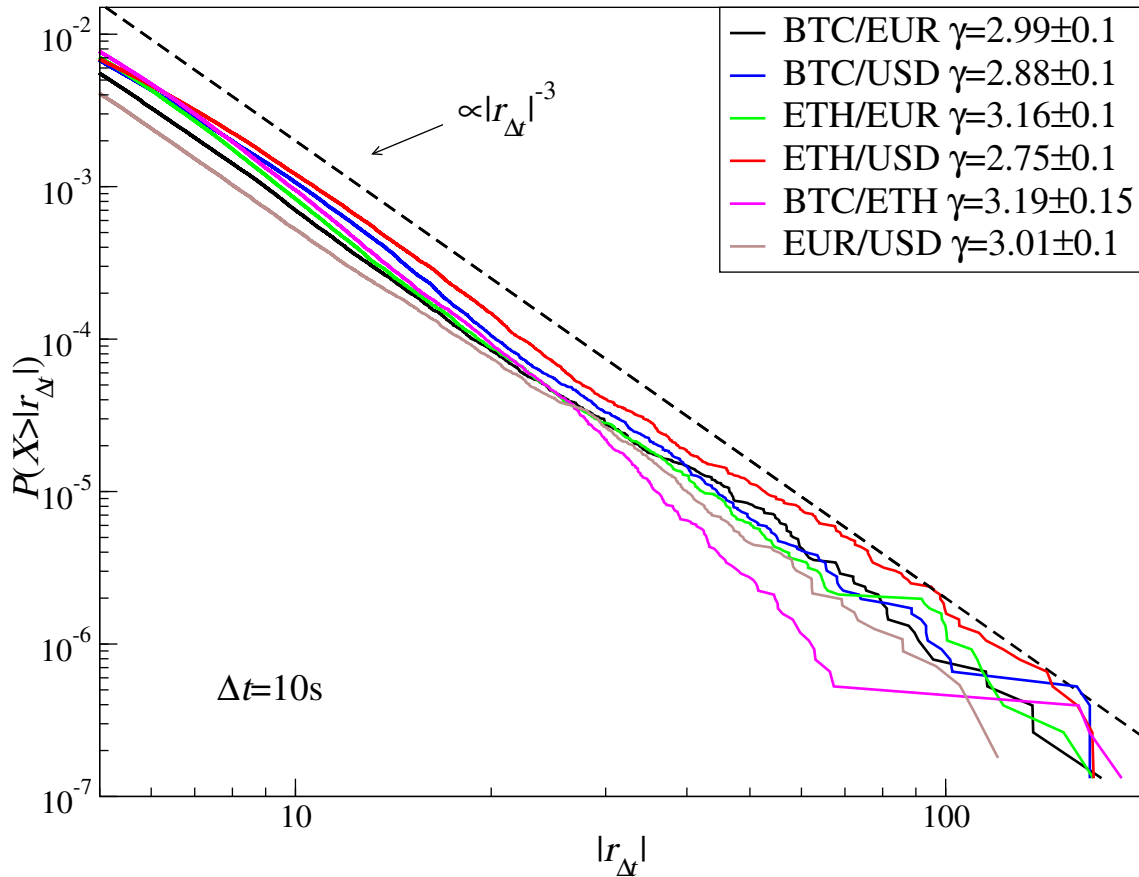


Rysunek 3.5: Logarytm kursów wymiany: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD i BTC/ETH na giełdzie Kraken oraz EUR/USD od lipca 2016 do grudnia 2018 oraz średni czas międzytransakcyjny w oknie miesięcznym.

Rysunek 3.5 przedstawia przebieg zmian logarytmów kursów wymiany w czasie oraz średnie czasy międzytransakcyjne w oknie miesięcznym dla par kryptowalutowych z giełdy Kraken. Łącznie jest to 7,6 mln obserwacji dla par z BTC i ETH oraz 5,6 mln dla pary EUR/USD, która nie jest handlowana w weekendy. Można zaobserwować skrócenie średniego czasu międzytransakcyjnego dla par kryptowalutowych poniżej dziesięciu sekund w fazie hossy od połowy 2017 roku i po zmianie trendu na przełomie 2017/2018. Dalszy spadek wyceny BTC i ETH w EUR i USD spowodował wydłużenie czasów międzytransakcyjnych. Jedynie czas pomiędzy transakcjami dla kursu wymiany BTC/EUR utrzymywał się cały czas poniżej dziesięciu sekund. Porównując zmiany poziomów kursów wymiany w czasie widać wyraźnie mniejszą zmienność na parze EUR/USD. Z perspektywy par kryptowalutowych kurs euro do

dolara na rysunku 3.5 wygląda jak linia prosta.

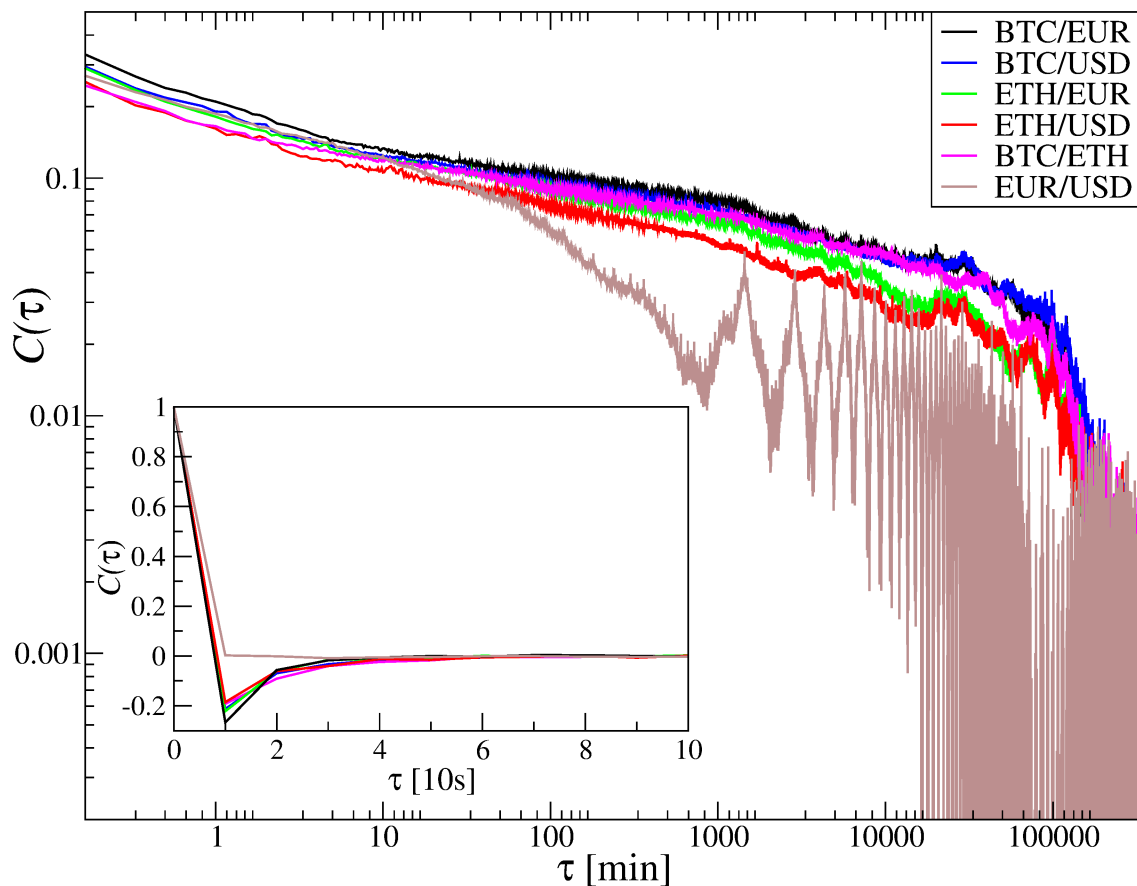
Na rysunku 3.6 przedstawione zostały skumulowane rozkłady znormalizowanych modułów stóp zwrotu ($r_{\Delta t} = (R_{\Delta t} - \mu)/\sigma$, $\Delta t = 10s$, gdzie μ i σ oznaczają średnią i odchylenie standardowe). Wartości wykładnika potęgowego dla wszystkich kursów wymiany oscylują wokół $\gamma \approx 3$. Nieco poniżej tego poziomu znajdują się wartości γ dla kursów wymiany BTC/USD i ETH/USD, które w początkowym fragmencie rozważanego okresu notowały najdłuższe średnie czasy międzytransakcyjne – powyżej 100 sekund. Pozostała reszta rozkładów stóp zwrotu kursów wymiany z giełdy Kraken spełnia odwrotne prawo kubiczne i nie różni się od najbardziej płynnej pary na Forexie – EUR/USD. Dzieje się tak pomimo wyraźnie niższej względnej zmienności obserwowanej na EUR/USD. Jednak po normalizacji stóp zwrotu odstępstwa od średniej wartości – mierzone przy pomocy odchylenia standardowego – są podobne.



Rysunek 3.6: Skumulowany rozkład znormalizowanych modułów stóp zwrotu $r_{\Delta t=10s}$ dla kursów wymiany: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD i BTC/ETH na giełdzie Kraken oraz EUR/USD od lipca 2016 do grudnia 2018. W mniejszym oknie oszacowany wykładnik γ .

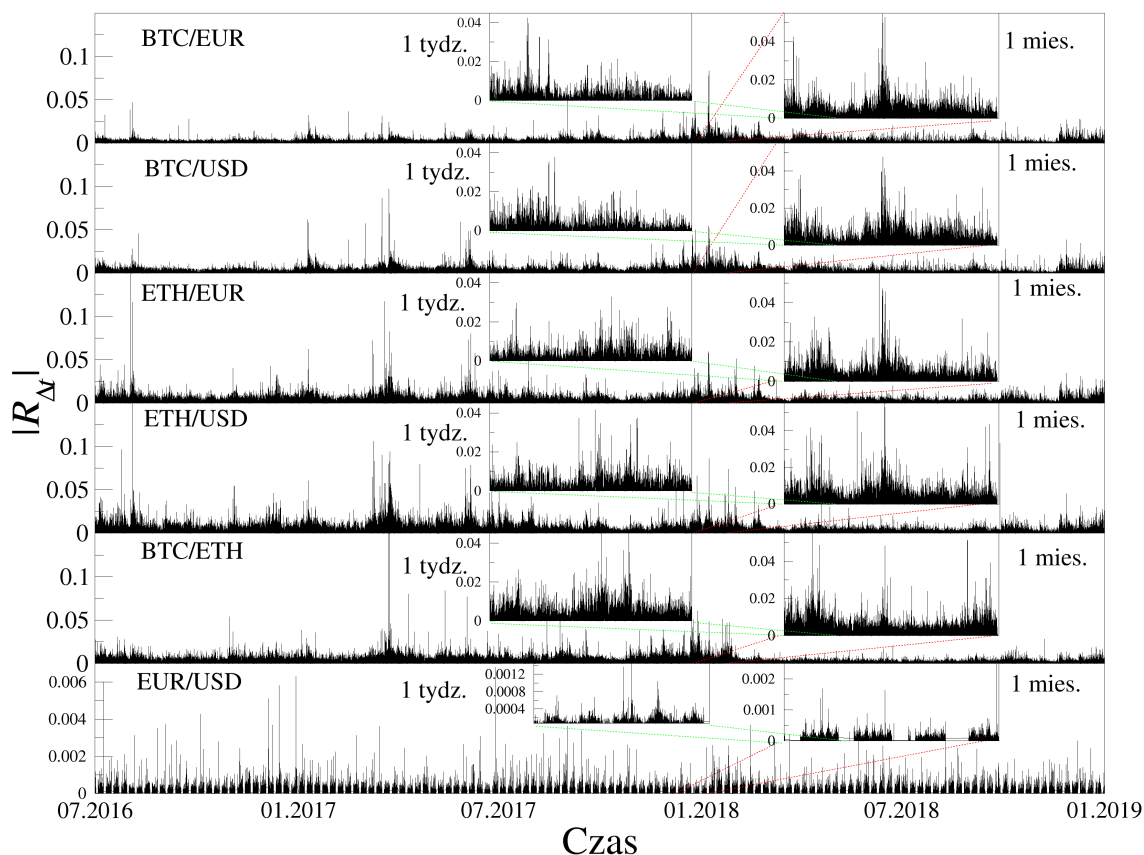
Funkcja autokorelacji modułów stóp zwrotu, która została przedstawiona na rysunku 3.7, dla wszystkich rozważanych kursów wymiany zanika potęgowo wraz ze wzrostem opóźnienia τ . Jednakże w przypadku pary EUR/USD dzieje się to znacznie szybciej. Potęgowy zanik załamuje się po około jednym dniu, podczas gdy dla par kryptowalutowych z giełdy Kraken ma to miejsce po około dziesięciu dniach. Wczesniejszy zanik funkcji autokorelacji dla pary EUR/USD odpowiada krótszej długości klastra zmienności. Można to zauważyć na rysunku 3.8, na którym przedstawiono

moduły stóp zwrotu w funkcji czasu dla sześciu kursów wymiany w analizowanym okresie czasu. W przypadku par kryptowalutowych długość klastra zmienności jest o rząd wielkości większa niż dla kursu wymiany EUR/USD. Można dla niego wyróżnić pięć cykli duża/mała zmienność w okresie tygodnia. Z kolei dla par kryptowalutowych z giełdy Kraken widoczne są trzy cykle w ciągu miesiąca (mniejsze okna na rysunku 3.8). Obserwacje te można powiązać z większą częstotliwością handlu na rynku Forex w porównaniu do giełdy Kraken. Średni czas międzytransakcyjny na giełdzie Kraken to kilka sekund, podczas gdy na rynku Forex transakcje dokonują się znacznie szybciej. Wobec tego czas wewnętrzny – mierzony liczbą transakcji w jednostce czasu – jest znacznie krótszy na Forexie. Funkcja autokorelacji stóp



Rysunek 3.7: Funkcja autokorelacji znormalizowanych modułów stóp zwrotu $r_{\Delta t=10s}$ oraz znormalizowanych stóp zwrotu $r_{\Delta t=10s}$ (mniejsze okno) dla kursów wymiany: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD, BTC/ETH na giełdzie Kraken oraz EUR/USD od lipca 2016 do grudnia 2018.

zwrotu (mniejsze okno na rysunku 3.7) zanika natychmiast do zera w przypadku EUR/USD i poniżej zera dla par kryptowalutowych. Oznacza to brak liniowych korelacji na poziomie stóp zwrotu. Jest to typowe zjawisko obserwowane na rynkach finansowych [105], w szczególności na rynku Forex [48].



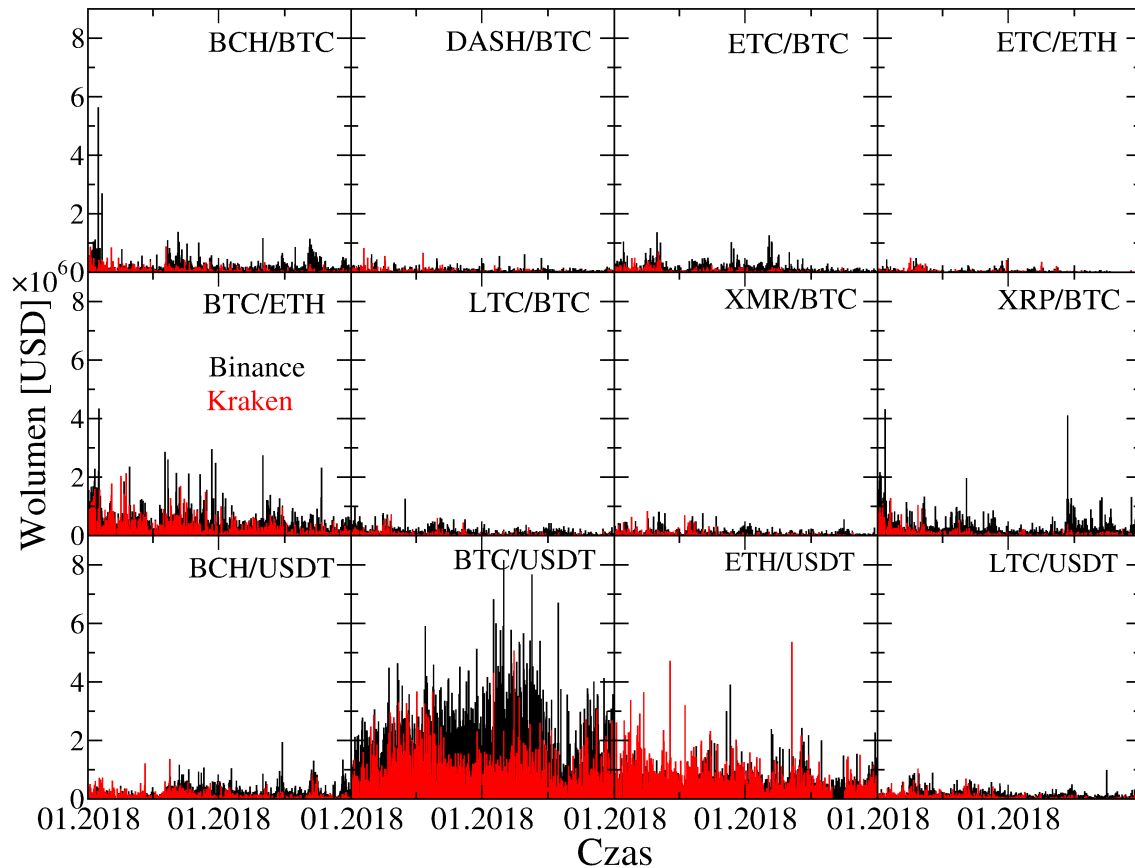
Rysunek 3.8: Wartości bezwzględne stóp zwrotu $R_{\Delta t=10s}$ dla kursów wymiany: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD oraz EUR/USD od lipca 2016 do grudnia 2018. W mniejszych oknach powiększenia wybranych okresów.

3.3 Porównanie giełd Binance i Kraken

Dalszym etapem rozwoju rynku było powstanie giełd, na których handel odbywa się już tylko pomiędzy kryptowalutami. Jedną z pierwszych takich giełd – obecnie największą pod względem wartości wolumenu obrotu – jest Binance. W tym podrozdziale porównane zostaną własności fluktuacji dwunastu par kryptowalutowych notowanych jednocześnie na giełdach Binance i Kraken w 2018 roku na minutowych stopach zwrotu (dla giełdy Binance możliwe było uzyskanie minimalnego próbkowania co minutę). Bezpośrednim odpowiednikiem par wyrażanych w USD na giełdzie Kraken są, w przypadku giełdy Binance, pary wyrażone w kryptowalucie USDT (tether). Każda wyemitowana jednostka USDT ma w założeniu pokrycie w USD; stąd jej kurs w stosunku do USD oscyluje bardzo blisko wartości 1. Dlatego własności kryptowalut: BTC, BCH, ETH i LTC wyrażonych w USDT na giełdzie Binance zostaną porównane z ich odpowiednikami wyrażonymi w USD na giełdzie Kraken. Z uwagi na brak danych o czasie międzytransakcyjnym z giełdy Binance, w tym rozdziale jako miarę częstotliwości handlu zastosowano średnią długość okresów bez handlu (ciągów zerowych stóp zwrotu) oraz liczbę okresów bez handlu. Po synchronizacji szeregów czasowych z obu giełd uzyskano 463 tys. obserwacji dla każdego z dwunastu kursów wymiany w 2018 roku.

Na rysunku 3.9 porównane zostały wartości wolumenu w USD w ciągu minuty na

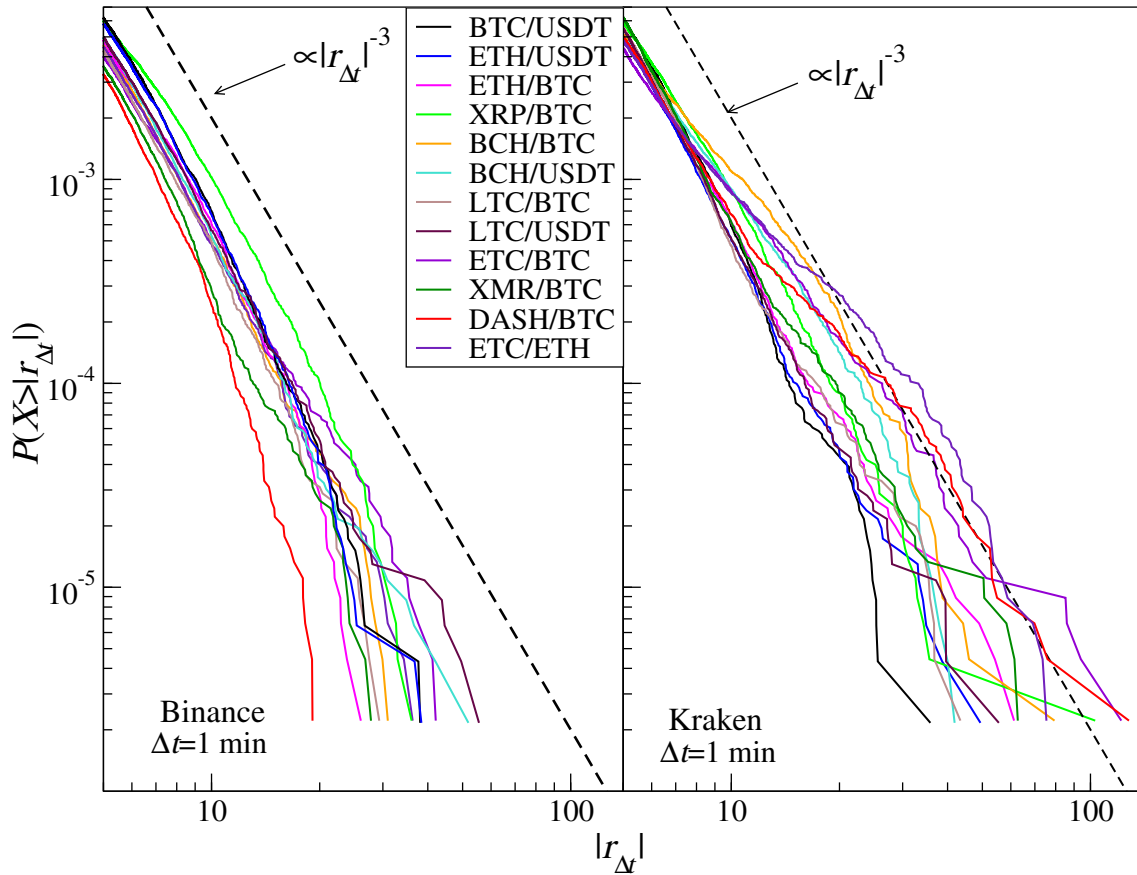
obu giełdach. Wyraźnie wyższe wartości można zaobserwować na giełdzie Binance. Jest on głównie skupiony na BTC w relacji do USDT, a w dalszej kolejności na kursach wymiany: ETH/USDT, BTC/ETH i XRP/ETH.



Rysunek 3.9: Wartość wolumenu w USD dla kursów wymiany notowanych jednocześnie na giełdach Binance i Kraken (USD zamiast USDT) w ciągu minuty.

Rysunek 3.10 przedstawia skumulowane rozkłady znormalizowanych modułów stóp zwrotu ($r_{\Delta t} = (R_{\Delta t} - \mu)/\sigma$, $\Delta t = 1\text{min}$, gdzie μ i σ oznaczają średnią i odchylenie standardowe) dla kursów wymiany z giełd Binance i Kraken. Rozkłady stóp zwrotu kursów wymiany notowanych na giełdzie Binance spełniają odwrotne prawo kubyczne. Natomiast w przypadku giełdy Kraken rozkłady stóp zwrotu rzadziej handlowanych kursów wymiany posiadają grubsze ogony.

Oszacowanie wykładnika γ określającego skalowanie ogonów skumulowanych rozkładów modułów stóp zwrotu oraz porównanie charakterystyk częstotliwości handlu i wartości wolumenu dla dwunastu par kryptowalutowych z giełd Binance i Kraken znajduje się w tabeli 3.1. Wszystkie kursy wymiany notowane na giełdzie Binance cechują się większą częstotliwością handlu (krótszym czasem wewnętrznym) w porównaniu do ich odpowiedników z giełdy Kraken. Pokazują to niższe wartości średniej długości okresu bez handlu ($\langle N_0 \rangle$) oraz mniejsza liczba okresów bez handlu (N_0) w przypadku giełdy Binance. Przekłada się to na zachowanie wykładnika γ , który dla par z giełdy Binance przyjmuje wartości powyżej 3. Natomiast mniej płynne kursy wymiany z giełdy Kraken mają dłuższy czas wewnętrzny, a co za tym idzie, ich rozkłady stóp zwrotu cechują się grubszymi ogonami oraz gorszym skalowaniem, co jest widoczne w większym błędzie oszacowania. Najgrubsze ogony rozkładów stóp



Rysunek 3.10: Porównanie skumulowanych rozkładów znormalizowanych modułów stóp zwrotu $r_{\Delta t=1\text{min}}$ dla kursów wymiany notowanych jednocześnie na giełdach Binance i Kraken (w przypadku Krakena USD zamiast USDT).

zwrotu występują na najrzadziej handlowanych kursach wymiany: ETC (ethereum classic) w relacji do BTC i ETH oraz BCH/BTC na giełdzie Kraken. Z kolei własności rozkładów stóp zwrotu par kryptowalutowych o wyższej częstotliwości handlu i większym wolumenie obrotu są bardziej zbliżone do obserwowanych na dojrzałych rynkach finansowych.

Wyraźnie większa częstotliwość handlu par notowanych na giełdzie Binance, w porównaniu do giełdy Kraken, przekłada się również na zachowanie funkcji autokorelacji dla modułów stóp zwrotu. Na rysunku 3.11 przedstawiającym porównanie giełd, można zaobserwować potęgowy zanik funkcji autokorelacji w obu przypadkach. Jednakże dla kursów wymiany z giełdy Binance załamuje się on wcześniej: po około 10 tys. minut. Można to tłumaczyć, podobnie jak przy porównaniu kryptowalut z EUR/USD w podrozdziale 3.2, krótszym czasem wewnętrznym, który jest związanym z większą liczbą transakcji w jednostce czasu na giełdzie Binance w porównaniu do giełdy Kraken.

W przypadku stóp zwrotu, tak samo jak w poprzednich podrozdziałach, funkcja autokorelacji dla $\tau = 1$ na obu giełdach przechodzi na ujemne wartości, a następnie oscyluje w okolicach bliskich zera.

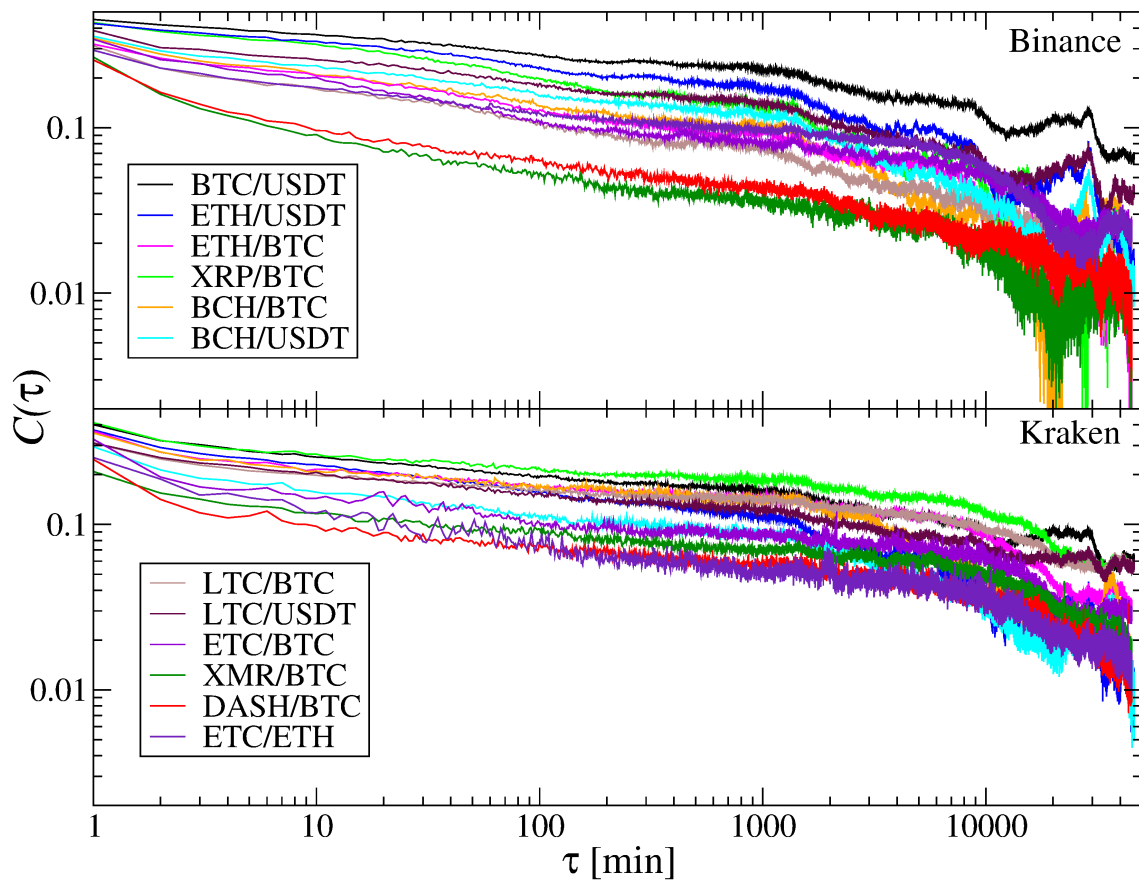
Pełne nazwy kryptowalut oraz charakterystyki par notowanych osobno na giełdach Binance i Kraken, które będą wykorzystane w dalszej części rozprawy, znajdują się w dodatku A.

Tablica 3.1: Tabela przedstawiająca oszacowanie wykładnika γ , średnią długość okresu bez handlu $\langle N_0 \rangle$ (ciągu zerowych stóp zwrotu), liczbę okresów bez handlu N_0 (ciągów zerowych stóp zwrotu), wartość średniego wolumenu w ciągu minuty w USD – $\langle W \rangle$ dla par kryptowalutowych notowanych jednocześnie na giełdach Binance i Kraken w 2018 roku (w przypadku Krakena USD zamiast USDT).

Nazwa	Wykładnik γ		$\langle N_0 \rangle$		N_0		$\langle W \rangle$ [USD]	
	Bi	Kr	Bi	Kr	Bi	Kr	Bi	Kr
BTC/USDT	3,45±0,1	3,63±0,15	1,07	1,61	8559	55360	196331	33998
ETH/USDT	3,39±0,1	3,4±0,1	1,10	1,78	16184	67807	61430	19711
BTC/ETH	3,30±0,1	3,18±0,2	1,09	2,62	12134	82074	60824	5250
XRP/BTC	2,91±0,1	2,99±0,15	1,20	3,50	41043	72556	31510	2763
BCH/BTC	3,36±0,1	2,35±0,15	1,25	4,39	29973	68059	16299	1251
BCH/USDT	3,36±0,1	2,61±0,15	1,40	3,83	40922	75427	15893	2151
LTC/BTC	3,42±0,1	3,34±0,15	1,17	5,09	34360	62675	13110	940
LTC/USDT	3,23±0,15	3,41±0,1	1,29	3,48	45208	79983	11793	1725
ETC/BTC	3,02±0,1	2,31±0,2	1,56	6,34	76691	55647	10164	709
XMR/BTC	3,68±0,15	3,21±0,15	1,37	6,58	47852	54832	4176	614
DASH/BTC	4,04±0,15	2,52±0,2	1,46	7,58	55684	49134	2777	416
ETC/ETH	3,34±0,1	2,18±0,2	2,30	9,15	82458	41861	1333	266
Średnia	3,38±0,11	2,93±0,16	1,35	4,66	40922	63785	35470	5816

Podsumowując wyniki uzyskane dla rozkładów stóp zwrotu, można twierdzić, że aby dany kurs wymiany spełniał charakterystyki typowe dla dojrzałych rynków finansowych, potrzebna jest odpowiednio wysoka częstotliwość handlu. W podrozdziale 3.1 pokazano, że dopiero od 2014 roku, po spadku średnich czasów międzytransakcyjnych, rozkłady stóp zwrotu dla kursu wymiany BTC/USD na giełdzie Bitstamp zaczęły spełniać odwrotne prawo kubiczne. W podrozdziale 3.2 rozważane były najbardziej płynne kryptowaluty BTC i ETH w relacji do EUR i USD oraz między sobą – BTC/ETH notowane na giełdzie Kraken w okresie czerwiec 2016 – grudzień 2018. Rozkłady stóp zwrotu wszystkich kursów wymiany z tej giełdy spełniały odwrotne prawo kubiczne. W kolejnym podrozdziale 3.3, porównującym również mniej płynne kursy wymiany z giełd Binance i Kraken, zwiększono częstotliwość próbkowania stóp zwrotu do jednej minuty. W przypadku rozkładów stóp zwrotu z giełdy Binance, charakteryzującej się większą płynnością, uzyskano zgodność z odwrotnym prawem kubicznym. Natomiast dla mniej płynnych kursów wymiany z giełdy Kraken oszacowania wykładnika γ były niższe – występowały grubsze ogony rozkładów stóp zwrotu.

Funkcję autokorelacji modułów stóp zwrotu (zmienności) we wszystkich rozważanych w tym rozdziale przypadkach, oprócz bitcoina w 2012 roku, cechuje zanik potęgowej. Oznacza to występowanie długiej pamięci i nieliniowych korelacji na poziomie stóp zwrotu. Natomiast moment załamania zaniku potęgowej, związany z długością klastra zmienności, zależy od częstotliwości handlu. Im jest ona wyższa, tym krótszy czas wewnętrzny (większa liczba transakcji w jednostce czasu) danego kursu wymiany i wcześniejsze załamanie funkcji autokorelacji. Długość klastra zmienności odpowiada w większym stopniu liczbie przeprowadzonych transakcji niż fizycznemu czasowi zegarowemu. Z kolei funkcja autokorelacji dla stóp zwrotu zanika natychmiast (dla $\tau = 1$) do zera, co oznacza brak występowania korelacji liniowych pomiędzy stopami zwrotu.



Rysunek 3.11: Porównanie funkcji autokorelacji znormalizowanych modułów stóp zwrotu $r_{\Delta t=1\text{min}}$ dla kursów wymiany notowanych jednocześnie na giełdach Binance i Kraken (w przypadku Krakena USD zamiast USDT).

Rozdział 4

Nieliniowe korelacje na rynku kryptowalut

Zastosowanie w analizie szeregów czasowych tradycyjnych miar takich jak: funkcja autokorelacji, gęstość widmowa [170] oraz współczynnik korelacji Pearsona [146] pozwala na uzyskanie informacji jedynie o liniowych korelacjach w badanym układzie. Natomiast typową cechą rynków finansowych jest występowanie nieliniowych korelacji [105, 89], które są głównym źródłem multifraktalności szeregów czasowych (dodatkowym czynnikiem wzmacniającym efekty multifraktalne może być występowanie „grubych ogonów” w rozkładach stóp zwrotu) [109, 198, 11, 78, 157, 89]. Fraktalność jest cechą wielu systemów złożonych, które charakteryzują się występowaniem dużej liczby elementów oddziałujących między sobą w nieliniowy sposób [110]. Odpowiada to własnościom współczesnych rynków finansowych, w tym rynku kryptowalut.

W rozdziale 3 pokazano, że potęgowy zanik funkcji autokorelacji dla modułów stóp zwrotu wskazuje na obecność nieliniowych korelacji pomiędzy stopami zwrotu. W tym samym rozdziale zaobserwowano również, że rozkłady stóp zwrotu cechują się „grubymi ogonami”. Należy więc podejrzewać występowanie charakterystyk fraktalnych, a nawet multifraktalnych, na rynku kryptowalut. W następnym podrozdziale przedstawione zostaną nowoczesne metody ilościowego opisu nieliniowych korelacji, a także detekcji multifraktalności badanych szeregów czasowych: multifraktalna analiza fluktuacji detrendowanych (MFDFA), jej uogólnienie na korelacje krzyżowe – MFCCA oraz zdetrendowany współczynnik korelacji $\rho(q, s)$. Pozwalają one mierzyć nieliniowe korelacje w zależności od wielkości fluktuacji (parametr q) i skali czasowej (parametr s).

4.1 Metody multifraktalne oparte na detrendowaniu

Zastosowane w rozprawie metody multifraktalne opierają się na algorytmie fluktuacji detrendowanych (DFA – detrended fluctuation analysis) [147, 90], która jest rozwinięciem metody R/S (rescaled range analysis), zaproponowanej przez brytyjskiego hydrologa H.E. Hursta [82]. W oryginale została ona użyta do badania przepływów w rzece Nil. W przeciwieństwie do metody R/S, DFA pozwala badać dane niestacjonarne (zawierające trend) w poszukiwaniu długozasięgowych korelacji typu

potęgowego. Aby prawidłowo wykryć korelacje w sygnale konieczne jest zidentyfikowanie i usunięcie trendu z danych. Jego obecność może prowadzić do błędnej detekcji korelacji z uwagi na niestacjonarność. W metodzie detrendowanych fluktuacji na każdej rozważanej skali czasowej usuwany jest trend reprezentowany przez wielomian n -tego stopnia. Wybór stopnia wielomianu jest istotny do uzyskania poprawnych wyników. Zbyt duży spowoduje, że małe fluktuacje mogą zostać uznane za trend i usunięte z sygnału. Z kolei za mały stopień może spowodować pozostawienie trendu w danych [90, 141]. Dla danych finansowych używa się z reguły wielomianu drugiego stopnia. Alternatywne warianty zostały przeanalizowane w pracy [141].

Rozszerzeniem metody DFA na korelacje nieliniowe jest multifraktalna analiza fluktuacji detrendowanych (MFDFA – multifractal detrended fluctuation analysis) [91]. Z kolei uogólnieniem na przypadek korelacji krzyżowych pomiędzy dwoma szeregami czasowymi jest DCCA (detrended cross-correlation analysis) [151]. Jej multifraktalna wersja MF-DXA (multifractal detrended cross-correlation analysis) została zaproponowana przez Zhou [198]. W pracy tej nie została wyjaśniona kwestia zachowania znaku we wzorze na funkcje fluktuacji przy podnoszeniu do potęgi $1/q$. Wielu autorów zamiast zachowania znaku dla korelacji krzyżowych używało wartości bezwzględnej. Prowadziło to do niepoprawnego wykrywania multifraktalnych korelacji wzajemnych tam, gdzie w rzeczywistości nie występowały [140]. Rozwiązanie tego problemu zostało zaproponowane w pracy [140] jako algorytm MFCCA (multifractal cross-correlation analysis). Metoda ta, jako obecnie najbardziej wiarygodna, jest używana w niniejszej rozprawie do badania multifraktalnych korelacji krzyżowych.

Alternatywą dla metod opierających się na detrendowanej wariancji jest analiza falkowa – WTMM (wavelet transform modulus maxima) [132, 133, 2]. Porównanie skuteczności tej metody w odniesieniu do MFDFA można znaleźć w pracy [142]. Istnieje również wersja do badania krzyżowych korelacji multifraktalnych – MF-X-WT (multifractal cross wavelet transform) [88].

Metody badania korelacji bazujące na detrendowaniu, ze względu na swoją prostotę, odporność na niestacjonarność badanych szeregów czasowych oraz wiarygodność wyników, zyskały dużą popularność i znalazły szerokie zastosowanie w wielu dziedzinach nauki [110]. Obejmuje to takie obszary działalności naukowej jak: biologia [58, 118], chemia [81, 179], fizyka [112, 120], geofizyka [175, 189], hydrologia [93, 196], lingwistka ilościowa [6, 54], medycyna [57, 28], meteorologia [155, 1], muzyka [172, 161] oraz psychologia [69, 84]. Szczególnie często były wykorzystywane w analizie finansowych szeregów czasowych [7, 25, 178, 56, 76, 197, 92, 89].

4.1.1 Metoda MFCCA jako uogólnienie MFDFA i DCCA

Multifraktalna analiza korelacji krzyżowych (MFCCA) [140] pozwala na ilościowe opisanie skalowania pojedynczych szeregów czasowych oraz stopnia multifraktalnych korelacji krzyżowych pomiędzy dwoma dowolnymi szeregami czasowymi. Jej opis jest przedstawiony poniżej.

Dla dwóch szeregów czasowych x_i, y_i , gdzie $i = 1, 2, \dots, T$, odejmowana jest ich średnia i wyliczane są skumulowane szeregi:

$$X(j) = \sum_{i=1}^j [x_i - \langle x \rangle], \quad Y(j) = \sum_{i=1}^j [y_i - \langle y \rangle]. \quad (4.1)$$

Następnie skumulowane szeregi czasowe dzielone są na $2M_s$ rozdzielnych odcinków ν o długości s , zaczynając od początku i końca szeregów czasowych, gdzie $M_s = \lfloor T/s \rfloor$. W każdym odcinku ν identyfikowany jest trend poprzez dopasowywanie wielomianu stopnia m , osobno dla szeregu $X - P_{X,\nu}^{(m)}$ i $Y - P_{Y,\nu}^{(m)}$. Dla finansowych szeregów czasowych typowym wyborem jest $m = 2$ [142]. Po odjęciu tak dopasowanego trendu wyliczana jest zdetrendowana krzyżowa kowariancja dla każdego segmentu o długości s :

$$F_{xy}^2(\nu, s) = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \{(X((\nu-1)s+k) - P_{X,\nu}^{(m)}(k)) \times (Y((\nu-1)s+k) - P_{Y,\nu}^{(m)}(k))\}, \quad (4.2)$$

która jest używana do wyliczenia funkcji kowariancji q -tego rzędu [140]:

$$F_{xy}^q(s) = \frac{1}{2M_s} \sum_{\nu=1}^{2M_s} \text{sign}(F_{xy}^2(\nu, s)) |F_{xy}^2(\nu, s)|^{q/2}, \quad (4.3)$$

gdzie $\text{sign}(F_{xy}^2(\nu, s))$ oznacza znak $F_{xy}^2(\nu, s)$. Fraktalne zależności między szeregami x_i i y_i przejawiają się w relacji skalowania:

$$F_{xy}^q(s)^{1/q} = F_{xy}(q, s) \sim s^{\lambda(q)}, \quad (4.4)$$

gdzie $q \neq 0$ i $\lambda(q)$ jest wykładnikiem skalowania charakteryzującym fraktalność korelacji krzyżowych między szeregami czasowymi. Parametr q spełnia funkcję filtra, który wzmacnia lub tłumi kowariancję wyliczoną na segmentach o długości s . Dla dodatnich q odcinki zawierające duże fluktuacje mają istotny udział w sumie w równaniu (4.3), dla ujemnych wartości q istotny wkład wnoszą odcinki z małymi fluktuacjami. Zależność $\lambda(q)$ od q określa multifraktalny charakter korelacji, w odróżnieniu od przypadku monofraktalnego, gdzie $\lambda(q)$ jest niezależne od q .

Multifraktalna analiza fluktuacji detrendowanych – MF DFA [91] – dla pojedynczego szeregu czasowego jest specjalnym przypadkiem powyższej procedury MFCCA, gdzie $x_i = y_i$. Wtedy równanie (4.3) redukuje się do postaci:

$$F(q, s) = \left[\frac{1}{2M_s} \sum_{\nu=1}^{2M_s} [F^2(\nu, s)]^{\frac{q}{2}} \right]^{\frac{1}{q}}. \quad (4.5)$$

Tak jak w równaniu (4.4), fraktalność przejawia się w prawie potęgowym:

$$F(q, s) \sim s^{h(q)}, \quad (4.6)$$

gdzie $h(q)$ oznacza uogólniony wykładnik Hursta, który dla $h(q = 2)$ odpowiada zwykłemu wykładnikowi Hursta. W przypadku monofraktalnego szeregu czasowego $h(q)$ jest stałe, a dla multifraktalnego $h(q)$ jest zależne od q .

Spektrum osobliwości $f(\alpha)$, nazywane również spektrum multifraktalnym, może być obliczone z następującej relacji:

$$\alpha = h(q) + qh'(q), \quad f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1, \quad (4.7)$$

gdzie α oznacza wykładnik Höldera, a $f(\alpha)$ jest określone przez wymiar fraktalny tych osobliwości szeregu czasowego, które odpowiadają danemu α . W przypadku

multifraktali kształt spektrum osobliwości jest typowo podobny do odwróconej paraboli. Stopień złożoności (siła korelacji multifraktalnych) może być obliczony jako szerokość spektrum $f(\alpha)$:

$$\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}, \quad (4.8)$$

gdzie α_{\min} i α_{\max} oznaczają minimalną i maksymalną wartość α , które zostały obliczone dla różnych wartości q . Inną ważną cechą spektrum $f(\alpha)$ jest jego asymetria (skośność), która może być mierzona przez współczynnik asymetrii [53]:

$$A_\alpha = \frac{\Delta\alpha_L - \Delta\alpha_R}{\Delta\alpha_L + \Delta\alpha_R}, \quad (4.9)$$

gdzie $\Delta\alpha_L = \alpha_0 - \alpha_{\min}$ i $\Delta\alpha_R = \alpha_{\max} - \alpha_0$, a α_0 odpowiada maksymalnej wartości spektrum $f(\alpha)$, osiąganey dla $q = 0$. Dodatnia wartość współczynnika A_α oznacza lewostronną asymetrię spektrum. Odpowiada to bardziej rozwiniętej multifraktalności (silniejszym korelacjom) na poziomie dużych fluktuacji. Z kolei ujemna wartość A_α oznacza prawostronną asymetrię i wskazuje na małe fluktuacje jako dominujące źródło multifraktalności.

Badając multifraktalne korelacje krzyżowe pomiędzy dwoma szeregami czasowymi, należy również porównywać wartości wykładnika skalowania $\lambda(q)$ oraz średniej z uogólnionych wykładników Hursta, obliczonych dla pojedynczych szeregów czasowych:

$$h_{xy}(q) = (h_x(q) + h_y(q))/2. \quad (4.10)$$

Porównanie powyższych wykładników można zapisać jako parametr:

$$d_{xy}(q) = \lambda(q) - h_{xy}(q), \quad (4.11)$$

który odzwierciadla różnice w szybkości wzrostu wartości kowariancji we wzorze (4.3) wraz ze wzrostem skali s i określa stopień synchronizacji korelacji pomiędzy dwoma szeregami [51, 191]. Bardziej szczegółowy opis własności parametru $d_{xy}(q)$ zostanie przedstawiony w podrozdziale 4.1.3.

4.1.2 Zdetrendowany współczynnik korelacji

Funkcje fluktuacji zdefiniowane równaniem (4.4) mogą być również użyte do wyznaczenia zależnego od q zdetrendowanego współczynnika korelacji (q DCCA) [110]:

$$\rho(q, s) = \frac{F_{xy}^q(s)}{\sqrt{F_{xx}^q(s)F_{yy}^q(s)}}, \quad (4.12)$$

gdzie F_{xx} i F_{yy} zostały obliczone z równania (4.5). Miara ta pozwala na ilościowe ujęcie korelacji krzyżowych pomiędzy szeregami czasowymi $x(i)$ i $y(i)$ po usunięciu wielomianowego trendu dla różnych skal czasowych s . Dodatkowo parametr q pozwala na określenie, dla jakiej wielkości zdetrendowanych fluktuacji sygnały $x(i)$ i $y(i)$ są najsilniej skorelowane. Ta zdolność filtrowania współczynnika $\rho(q, s)$ jest jego istotną przewagą nad standardowymi metodami badania korelacji krzyżowych, ponieważ korelacje pomiędzy empirycznymi szeregami czasowymi nie są z reguły jednakowe dla fluktuacji o różnej wielkości [111]. Podobnie jak miarę $\lambda(q)$, można go stosować do badania niestacjonarnych szeregów czasowych [98]. Nie jest wymagane skalowanie funkcji fluktuacji w zależności od s , a szeregi nie muszą być fraktalne.

Ponieważ dla $q > 0$ współczynnik $\rho(q, s)$ przyjmuje wartości od -1 do 1 [110], jego interpretacja jest taka sama jak popularnego współczynnika korelacji Pearsona [146]. Może być on uznawany jako jego uogólnienie o parametr s , określający zależność poziomu korelacji od skali czasowej, i parametr q , determinujący związek korelacji z wielkością fluktuacji. Dla $q < 0$ dominujący wkład w siłę korelacji krzyżowych mają najmniejsze fluktuacje, a dla $q > 0$ większe. W przypadku $q = 2$ współczynnik $\rho(q, s)$ sprowadza się do ρ_{DCCA} [195].

4.1.3 Zależność między $\lambda(q)$ i $\rho(q, s)$

W poprzednim podrozdziale pokazano, że we współczynniku $\rho(q, s)$ występuje zależność od skali czasowej s . W literaturze badającej korelacje krzyżowe znany jest efekt Eppsa [60, 107, 177, 48], który polega na wzroście poziomu korelacji wraz ze zwiększaniem odstępów czasowego Δt pomiędzy stopami zwrotu $R_{\Delta t}$ (wyższy poziom korelacji dla stóp zwrotu godzinowych w porównaniu do minutowych). Również dla współczynnika ρ_{DCCA} i jego ogólniejszej wersji $\rho(q, s)$ obserwowano różne zależności poziomu korelacji, w zależności od skali s , w pracach [116, 98, 117, 143, 159, 110, 12, 114, 194, 83, 197, 65].

Miary $\lambda(q)$ i $\rho(q, s)$ bazują na tych samych funkcjach fluktuacji (równanie 4.4), dlatego można wyprowadzić zależności pomiędzy nimi. Przy spełnionym warunku skalowania funkcji fluktuacji $F_{xy}(q, s) \sim s^{\lambda(q)}$ i przy spełnionym skalowaniu dla pojedynczych szeregów czasowych $-\sqrt{F_{xx}(q, s)F_{yy}(q, s)} \sim s^{\frac{h_x(q)+h_y(q)}{2}} = s^{h_{xy}(q)}$ (dla fraktalnych szeregów czasowych) można wyznaczyć odpowiednie współczynniki proporcjonalności: $F_{xy}(q, s) = a_{xy}s^{\lambda(q)}$, $F_{xx}(q, s) = a_x s^{h_x(q)}$ i $F_{yy}(q, s) = a_y s^{h_y(q)}$.

Ponieważ współczynnik $\rho(q, s)$ dla $q \geq 0$ jest ograniczony, tzn. $-1 \leq \rho(q, s) \leq 1$, to zachodzi zależność [110]:

$$F_{xy}^q(s) \leq \sqrt{F_{xx}^q(s)F_{yy}^q(s)}. \quad (4.13)$$

Po podstawieniu:

$$(a_{xy})^q s^{\lambda(q) \cdot q} \leq (a_x a_y)^{q/2} s^{(h_x(q)+h_y(q)) \cdot q/2}. \quad (4.14)$$

Dla $q > 0$ prowadzi to do:

$$\lambda(q) \leq \log_s \left(\frac{\sqrt{a_x a_y}}{a_{xy}} \right) + \frac{h_x(q) + h_y(q)}{2}. \quad (4.15)$$

Z warunku $F_{xy}^q(s) \leq \sqrt{F_{xx}^q(s)F_{yy}^q(s)}$ wynika, że dla $q > 0$ zachodzi nierówność $F_{xy}(q, s) \leq \sqrt{F_{xx}(q, s)F_{yy}(q, s)}$, a więc współczynniki proporcjonalności odpowiedzialne za położenie funkcji $F_{xy}(q, s)$ i $\sqrt{F_{xx}(q, s)F_{yy}(q, s)}$ muszą spełniać zależność $a_{xy} \leq \sqrt{a_x a_y}$. Stąd wartość $\log_s \left(\frac{\sqrt{a_x a_y}}{a_{xy}} \right)$ jest dodatnia, przez co różnica między $\lambda(q)$ i $h_{xy}(q)$ może być zarówno dodatnia jak i ujemna [140]. Dla dodatniej wartości $d_{xy}(q)$, oznaczającej, że $\lambda(q) > (h_x(q) + h_y(q))/2$, nachylenie funkcji $F_{xy}(q, s)$ (reprezentowane przez współczynnik $\lambda(q)$) jest większe niż nachylenie $\sqrt{F_{xx}(q, s)F_{yy}(q, s)}$ (reprezentowane przez współczynnik $h_{xy}(q)$), a co za tym idzie, licznik we wzorze (4.12) – $F_{xy}^q(s)$ – rośnie szybciej wraz ze wzrostem s niż mianownik $\sqrt{F_{xx}^q(s)F_{yy}^q(s)}$. Odwrotna zależność ma miejsce w przypadku ujemnej wartości $d_{xy}(q)$ [191]. Oznacza to, że dla dodatniego $d_{xy}(q)$ współczynnik $\rho(q, s)$ rośnie wraz ze zwiększaniem s . W przypadku $d_{xy}(q) < 0$ współczynnik $\rho(q, s)$ maleje wraz ze wzrostem s . Natomiast dla $d_{xy}(q) = 0$ współczynnik $\rho(q, s)$ nie zmienia się wraz ze wzrostem s .

Powyższy wynik jest prawdziwy przy założeniu, że rozważane szeregi czasowe są skończone. Dla $s \rightarrow \infty$ tylko przypadek $\lambda(q) \leq h_{xy}(q)$ jest dopuszczalny [80, 99]. Zależności te zostaną pokazane dla danych empirycznych w następujących rozdziałach.

4.2 Analiza wykładnika Hursta na rynku kryptowalut

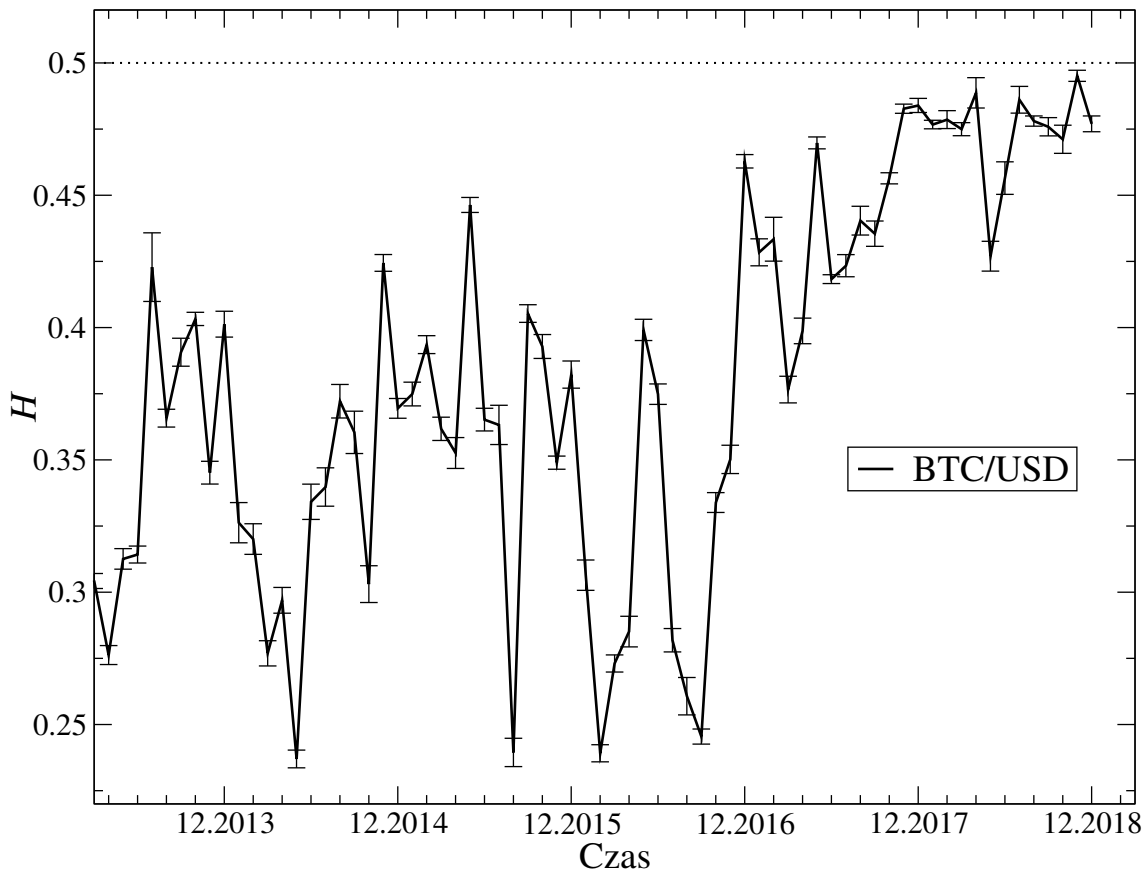
W rozdziale 3 zostało pokazane, że funkcja autokorelacji dla modułów stóp zwrotu (zmienności) zanika potęgowo. Oznacza to występowanie „długiej pamięci” dla zmienności w szeregu czasowym [62]. Miarą, która opisuje długą pamięć ilościowo, jest wykładnik Hursta [82]. Mierzy on stopień samopodobieństwa szeregu czasowego oraz jego persystencję [102]. Wyidealizowany przypadek $H = 0.5$ oznacza brak autokorelacji, czyli zmiany następujące po sobie są nieskorelowane. Wartość wykładnika Hursta między 0.5 a 1 charakteryzuje szereg persystentny. Zmiany ceny mają wtedy dodatnią autokorelację. Oznacza to, że szereg czasowy posiada długą pamięć – prawdopodobieństwo wystąpienia kolejnej zmiany ceny w tym samym kierunku jest większe niż w przeciwnym. Z kolei wartość H poniżej 0.5 oznacza szereg antypersystentny – zmiany ceny mają ujemną autokorelację. Prawdopodobieństwo wystąpienia kolejnej zmiany ceny w kierunku przeciwnym jest większe niż w tym samym.

Charakterystyką typową dla dojrzałych rynków finansowych jest oscylowanie wykładnika Hursta w okolicach wartości 0.5 [5, 127], co oznacza brak możliwości przewidzenia kierunku kolejnej zmiany ceny. Jednocześnie dla rynków rozwijających się stwierdzono w literaturze istotne odstępstwa od poziomu 0.5 [127, 24], które są nazywane często brakiem efektywności rynku [173]. Zbliżanie się wartości H do poziomu 0.5 można utożsamiać z dochodzeniem rynku do fazy dojrzałości [126, 41]. Natomiast wyraźny spadek wartości wykładnika Hursta, liczonego w oknie kroczącym dla danego instrumentu finansowego, poniżej poziomu 0.5 może być także informacją o zbliżającej się zmianie trendu [77, 190]. W niniejszej rozprawie wykładnik Hursta jest obliczany przy pomocy metody MF DFA – równanie (4.6) dla $q = 2$.

4.2.1 Ewolucja wartości wykładnika Hursta w czasie

W pierwszej części tego podrozdziału przeanalizowana zostanie ewolucja wykładnika Hursta w czasie dla kursu wymiany BTC/USD z giełdy Bitstamp, na dziesięciosekundowych stopach zwrotu ($R_{\Delta t=10s}$), od marca 2013 do grudnia 2018. Wcześniejsze okresy, jak pokazano na rysunku 3.1, cechowały się znacznie dłuższymi czasami międzytransakcyjnymi, a co za tym idzie, dużą liczbą zerowych stóp zwrotu, które mogły zaburzać proces estymacji. Wykładnik Hursta był obliczany w rozdzielnych oknach miesięcznych, z których każde zawierało około 260 tys. obserwacji. Wyniki przedstawione zostały na rysunku 4.1. Do końca 2016 roku wykładnik przyjmował wartości wyraźnie poniżej 0.5, oznaczające antypersystencję. Jest to zachowanie typowe dla ryzykownego, rozwijającego się rynku. Wraz ze zwiększeniem się częstotliwości handlu (skróceniem czasów międzytransakcyjnych) wykładnik Hursta zbliżył się do poziomu 0.5, (charakterystycznego dla dojrzałych rynków finansowych) w 2017 i osiągnął go w 2018. Można to interpretować jako dojście rynku do fazy dojrzałej. Koreponduje to z wynikami uzyskanymi dla rozkładów stóp zwrotu i

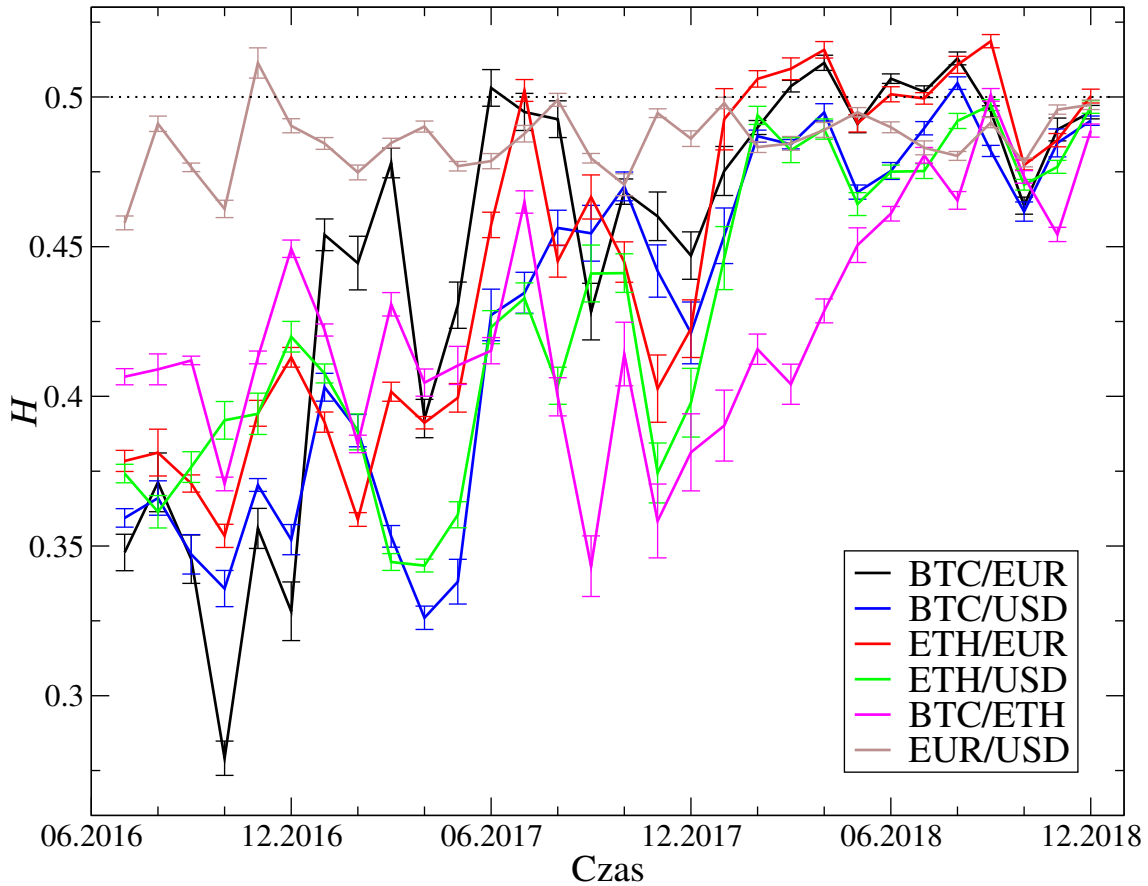
funkcji autokorelacji w podrozdziale 3.1, które również wskazywały rok 2018 jako ten, w którym kurs wymiany BTC/USD posiadał charakterystyki najbliższe typowo obserwowanym na rynku Forex.



Rysunek 4.1: Wykładnik Hursta obliczony w oknie miesięcznym dla kursu wymiany BTC/USD przy $R_{\Delta t=10s}$ z giełdy Bitstamp w okresie od marca 2013 do grudnia 2018. Słupki błędów oznaczają błąd standardowy dla dopasowania regresją liniową.

W drugiej części tego podrozdziału zostanie przedstawiona ewolucja wykładnika Hursta w czasie dla kursów wymiany: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD i BTC/ETH, notowanych na giełdzie Kraken, oraz dla kursu EUR/USD. Analizowany okres to lipiec 2016 – grudzień 2018 dla dziesięcioszekundowych stóp zwrotu ($R_{\Delta t=10s}$). Podobnie jak na danych z giełdy Bitstamp, oszacowania wykładnika Hursta dokonano w oknach miesięcznych. Wyniki zostały przedstawione na rysunku 4.2. Dla kursu EUR/USD wartość H oscyluje przez cały rozważany okres blisko 0.5. Kursy wymiany zawierające kryptowaluty na giełdzie Kraken, podobnie jak BTC/USD z giełdy Bitstamp, do połowy 2017 cechowały się wykładnikiem Hursta wyraźnie poniżej poziomu 0.5, co charakteryzuje szeregi antypersystentne. Koresponduje to ze skróceniem się czasów międzytransakcyjnych na giełdzie Kraken od kwietnia 2017, co zostało przedstawione na rysunku 3.5. Od 2018 roku wszystkie kursy wymiany, z wyjątkiem zawierającego tylko kryptowaluty BTC/ETH, posiadały wykładnik H blisko poziomu 0.5. Kurs wymiany BTC/ETH osiągnął ten poziom dopiero w połowie 2018 roku.

Przedstawione w tym podrozdziale wyniki analizy zmian wykładnika Hursta w czasie pokazują, że nie tylko bitcoin w relacji do tradycyjnych walut osiągnął typową dla dojrzałych rynków finansowych wartość $H = 0.5$. Zachowanie wykładnika



Rysunek 4.2: Wykładnik Hursta obliczony w oknie miesięcznym dla kursów wymiany: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD i BTC/ETH na giełdzie Kraken oraz dla porównania EUR/USD od lipca 2016 do grudnia 2018 przy $R_{\Delta t=10s}$. Słupki błędów oznaczają błąd standardowy dla dopasowania regresją liniową.

Hursta wygląda podobnie w przypadku ethereum oraz, w późniejszym okresie, również dla kursu wymiany zawierającego tylko kryptowaluty BTC/ETH. Wyraźnie świadczy to o rozwoju całego rynku kryptowalut, a nie tylko bitcoina [51].

4.2.2 Porównanie wartości H na giełdach Binance i Kraken

W tym rozdziale porównane zostaną wartości wykładnika Hursta oszacowane dla kursów wymiany z giełd Binance i Kraken na minutowych stopach zwrotu ($R_{\Delta t=1min}$) w 2018 roku (USD i USDT są traktowane jako ta sama waluta). Charakterystyki dotyczące częstotliwości handlu, wartości wolumenu oraz rozkładów stóp zwrotu dla tych kursów wymiany zostały pokazane w podrozdziale 3.3. Wyniki oszacowania wykładnika Hursta przedstawiono w tabeli 4.1. Można zaobserwować średnio wyższe wartości H dla par kryptowalutowych notowanych na giełdzie Binance. Znajduje się on bliżej poziomu 0.5 obserwowanego na dojrzałych rynkach finansowych. Odpowiada to obserwacji z podrozdziału 3.3, o tym że kursy wymiany z giełdy Binance charakteryzują się większą częstotliwością handlu oraz cieńszymi ogonami rozkładów stóp zwrotu, w porównaniu do ich odpowiedników notowanych na giełdzie Kraken. Najniższe wartości wykładnika Hursta na obu giełdach uzyskano dla pary ETC/ETH, która cechuje się najrzadszym handlem. Na giełdzie Kraken rów-

Tablica 4.1: Tabela przedstawiająca oszacowanie wykładnika Hursta dla kursów wymiany notowanych na giełdach Binance i Kraken w 2018 roku (oszacowanie błędu jest na trzecim miejscu po przecinku, dlatego nie zostało uwzględnione w tabeli).

Nazwa	<i>H</i>	
	Binance	Kraken
BTC/USDT	0,47	0,48
ETH/USDT	0,48	0,49
ETH/BTC	0,51	0,48
XRP/BTC	0,46	0,45
BCH/BTC	0,48	0,43
BCH/USDT	0,48	0,48
LTC/BTC	0,47	0,45
LTC/USDT	0,47	0,47
ETC/BTC	0,47	0,45
XMR/BTC	0,46	0,43
DASH/BTC	0,46	0,44
ETC/ETH	0,42	0,41
Średnia	0,47	0,45

niez kursy wymiany: BCH/BTC, XMR/BTC i DASH/BTC odbiegają od wartości $H = 0.5$. Jest to zrozumiałe z uwagi na ich znacznie mniejszą częstotliwość handlu w porównaniu do pozostałych par kryptowalutowych.

Podsumowując rozdział poświęcony analizie wykładnika Hursta, obowiązuje tutaj zależność, że im częstszy handel i większy wolumen występuje na danym kursie wymiany, tym oszacowany dla niego wykładnik H jest bliżej typowej dla dojrzałych rynków finansowych wartości 0.5.

Wartości wykładnika Hursta dla pozostałych kursów wymiany, występujących osobno na giełdach Binance i Kraken, znajdują się w dodatku A.

4.3 Multifraktalność kursów wymiany

Kolejną charakterystyką złożoności jest występowanie korelacji wieloskalowych określających multifraktalność szeregów czasowych. W poprzednim podrozdziale przeanalizowano zachowanie wykładnika Hursta ($H = h(q = 2)$), który opisuje tylko liniowe korelacje. Pełniejszej informacji o autokorelacjach w szeregu czasowym dostarcza uogólniony wykładnik Hursta $h(q)$, który w niniejszej rozprawie jest obliczany przy pomocy metody MF DFA. Jego zależność od q charakteryzuje multifraktalne szeregi czasowe [91] oraz oznacza występowanie hierarchicznej organizacji stóp zwrotu [53]. Komplementarną informacją jest spektrum osobliwości, którego szerokość (równanie 4.8) jest uznawana za miarę stopnia złożoności szeregu czasowego [49, 45, 89].

Z uwagi na to, że skalowanie ogonów rozkładów stóp zwrotu większości kursów wymiany rozważanych w niniejszej rozprawie, nie licząc lat 2012 i 2013 dla pary BTC/USD, jest zgodne z odwrotnym prawem kubycznym, ich charakterystyki multifraktalne będą obliczane dla $q \in [-4, 4]$. Zapobiega to obliczaniu momentów wyższych rzędów, które mogą być rozbieżne [109, 191].

4.3.1 Ewolucja wieloskalowych korelacji dla bitcoina

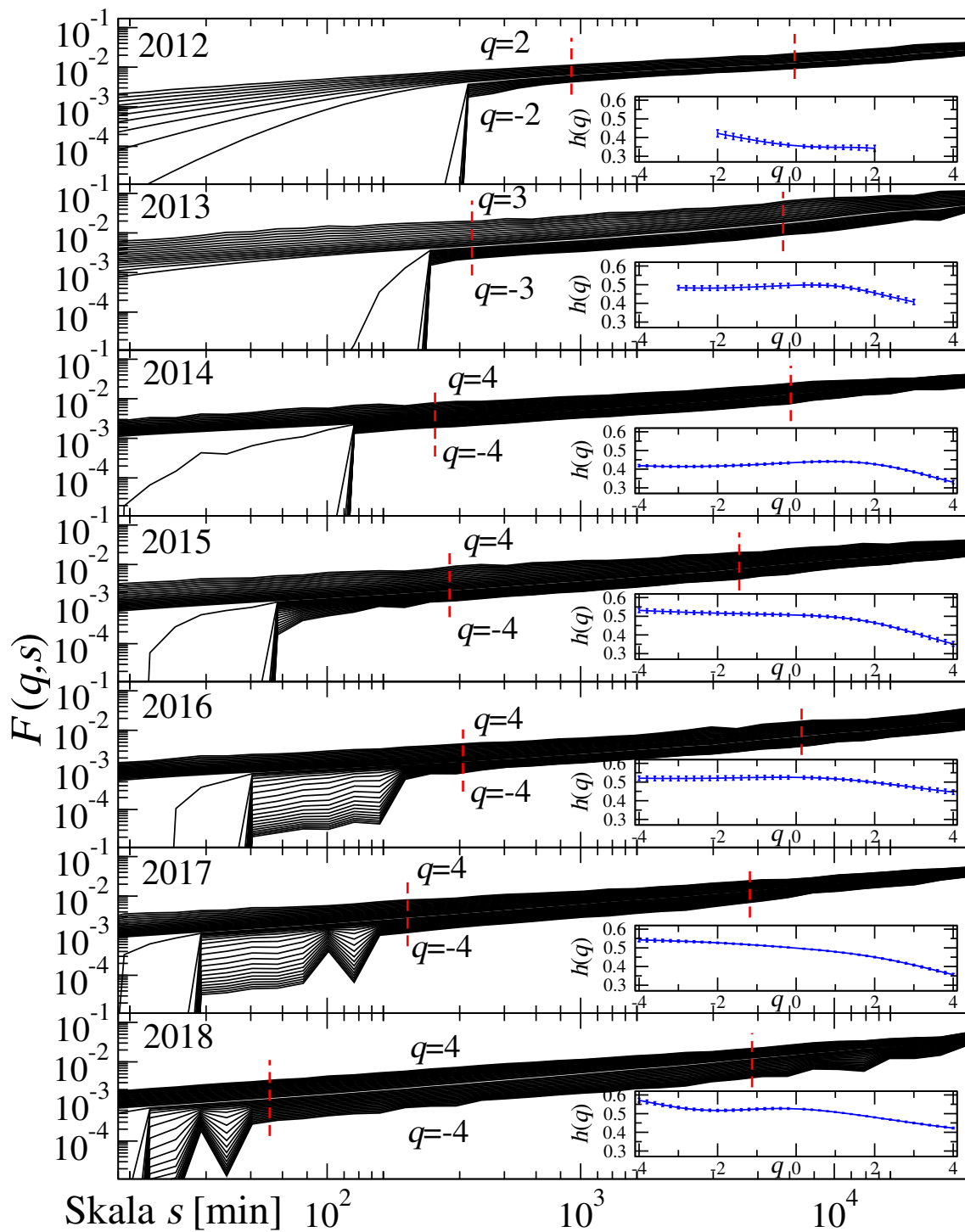
W tym podrozdziale przeanalizowana zostanie ewolucja charakterystyk multifrakalnych dla kursu wymiany BTC/USD z giełdy Bitstamp. Tak samo jak w podrozdziale 3.1, w którym pokazano ewolucję rozkładów stóp zwrotu i funkcji autokorelacji, tutaj również badany zakres danych został podzielony na okresy roczne. Obliczeń dokonano na dziesięciosekundowych stopach zwrotu ($R_{\Delta t=10s}$).

Na rysunku 4.3 przedstawiono funkcje fluktuacji $F(q, s)$ (równanie 4.5) obliczone w kolejnych latach oraz oszacowany na ich podstawie uogólniony wykładnik Hursta $h(q)$ (równanie 4.6). Zakres skal wybrany do obliczenia $h(q)$ zaznaczono przerywanymi liniami. Można zaobserwować systematyczną poprawę jakości skalowania $F(q, s)$ w miarę zbliżania się do 2018 roku. W szczególności dotyczy to małych fluktuacji ($q < 0$). Wraz ze zmniejszaniem się czasów pomiędzy transakcjami na parze BTC/USD, okresy bez handlu (ciągi zerowych stóp zwrotu) stawały się coraz krótsze. Na rysunku 4.3 przekłada się to na skracanie zakresu skal, dla których funkcje fluktuacji dla $q < 0$ są nieokreślone (w skali logarytmicznej spadają do zera). W 2012 było to nawet 600 minut, przez co możliwy do wybrania zakres s , w którym występuje skalowanie $F(q, s)$, był krótki.

W podrozdziale 3.1 zostało pokazane, że statystyczne własności kursu wymiany BTC/USD w 2012 roku odróżniały się od pozostałych lat. W tym roku nie występowały długozasięgowe korelacje modułów stóp zwrotu. Oprócz tego wykładnik skalowania ogona rozkładu γ przyjmował wartości poniżej dwóch. Tak grube ogony prowadzą do rozbieżnych momentów wyższych rzędów niż $q > 2$. Przy wyliczaniu spektrum multifrakalnego, dla skończonych szeregów czasowych, prowadzi to do wydłużenia lewego ramienia (które odpowiada za hierarchiczną organizację dużych fluktuacji) [49]. Aby uniknąć pozornego rozciągnięcia spektrum, przy wyznaczaniu uogólnionego wykładnika Hursta w 2012 roku zawężono zakres q do przedziału $[-2, 2]$.

W 2013 roku wartość γ była wyraźnie poniżej trzech. Dlatego w przypadku tego roku zawężono zakres q do przedziału $[-3, 3]$, który zapewnia skończoność momentów. W kolejnych latach wykładnik γ przyjmował wartości powyżej trzech, dlatego $h(q)$ i $f(\alpha)$ były szacowane dla $q \in [-4, 4]$. Pomimo możliwości wybierania coraz szerszego zakresu s do wyznaczania $h(q)$, dopiero od 2017 roku można zaobserwować zależność $h(q)$ od ujemnych wartości q . We wcześniejszych latach organizacja małych fluktuacji ma charakter monofrakalny.

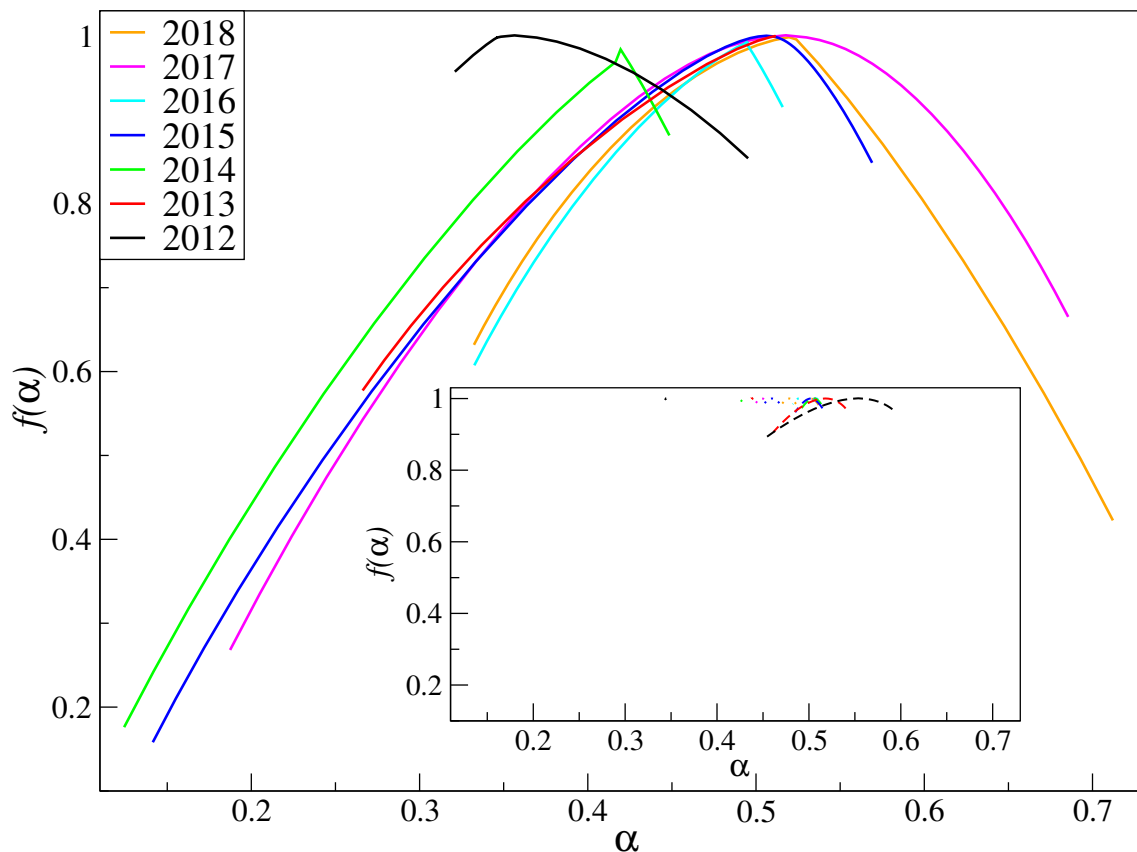
Powyższe obserwacje uzyskane na podstawie zachowania $h(q)$ są jeszcze wyraźniej widoczne na rysunku 4.4, gdzie przedstawiono spektra osobliwości w kolejnych latach. Do 2017 roku praktycznie nie występuje prawe ramię opisujące hierarchiczną organizację małych fluktuacji. Spektra w latach 2013–2016 mają silną lewostronną asymetrię. Wartości współczynnika asymetrii znajdują się w przedziale $A_\alpha \in [0.7, 0.8]$. W 2017 spektrum jest najszersze, jego szerokość wynosi $\Delta\alpha \approx 0.5$, a lewostronna asymetria zmniejsza się do $A_\alpha \approx 0.34$. Natomiast w 2018 roku spektrum jest symetryczne – wartość współczynnika asymetrii $A_\alpha \approx -0.03$ jest bliska zera. Oba ramiona spektrum są rozbudowane, a jego szerokość wynosi $\Delta\alpha \approx 0,41$. Na tej podstawie kurs wymiany BTC/USD w 2018 roku można określać jako szereg czasowy w pełni multifrakalny. Występuje hierarchiczna organizacja zarówno na poziomie małych, jak i dużych fluktuacji. Oznacza to, że wraz z rozwojem handlu i zwiększeniem częstotliwości transakcji na parze BTC/USD małe fluktuacje przestały zachowywać się jak szum. Pojawiły się między nimi nieliniowe



Rysunek 4.3: Funkcje fluktuacji $F(q, s)$ z krokiem $q = 0.2$ obliczone dla kursu BTC/USD na giełdzie Bitstamp w kolejnych okresach rocznych od 2012 do 2018. W mniejszym oknie przedstawiono uogólniony wykładnik Hursta $h(q)$, oszacowany z zakresu skal zaznaczonego przerywanymi liniami. Słupki błędów oznaczają błąd standardowy dla dopasowania regresją liniową.

korelacje. Multifraktalność zarówno na poziomie małych, jak i dużych fluktuacji to typowa charakterystyka obserwowana na Forexie [48, 156] i innych dojrzałych rynkach [89, 191].

Inaczej potraktowane zostały lata 2012 i 2013, w których zawężono wyznaczenie spektrów dla, odpowiednio, $q \in [-2, 2]$ i $q \in [-3, 3]$ z uwagi na rozbieżność momentów wyższych rzędów. Te dwa okresy cechowały się również największym błędem przy wyznaczaniu $h(q)$. Jest to związane z występowaniem w szeregach czasowych stóp zwrotu z tych lat długich ciągów zer, które wynikały z okresów bez handlu. Wpływało to na krótszy możliwy wybór zakresu skal do oszacowania $h(q)$ i $f(\alpha)$. Uwzględniając brak długozasięgowych korelacji, pokazany w podrozdziale 3.1, w 2012 roku można mówić o monofrakalnym charakterze szeregu czasowego.



Rysunek 4.4: Spektrum osobliwości obliczone dla kursu wymiany BTC/USD na giełdzie Bitstamp w kolejnych okresach rocznych dla $q \in [-4, 4]$, w 2012 roku dla $q \in [-2, 2]$, w 2013 dla $q \in [-3, 3]$. W mniejszym oknie spektra dla surogat fourierowskich (linia kropkowana) oraz po losowym wymieszaniu stóp zwrotu (linia przerywana).

Zaobserwowane efekty multifrakalne znikają kompletnie po wykonaniu obliczeń dla szeregów czasowych skonstruowanych z surogat fourierowskich [165] oraz po losowym pomieszczeniu stóp zwrotu. W pierwszym przypadku – po przemieszczeniu faz w dziedzinie częstotliwości szeregu czasowego – zostają liniowe korelacje oraz znikają grube ogony. Dlatego położenie spektrów odpowiada wartościom wykładnika Hursta w danym roku (mniejsze okno na rysunku 4.4). W drugim przypadku – po losowym przemieszczeniu stóp zwrotu w szeregu czasowym – zniszczone zostają wszystkie korelacje, ale rozkłady pozostają takie same. Stąd spektrum dla surogat uzyskanych w ten sposób w 2012 (w którym $\gamma \approx 1.7$) i w 2013 (w którym $\gamma \approx 2.35$)

jest szersze w porównaniu do pozostałych okresów z uwagi na najgrubsze ogony rozkładów stóp zwrotu w tych latach. Jest to typowo obserwowany efekt skończonej długości szeregu czasowego (ang. finite-size effect) [49, 199, 78, 157].

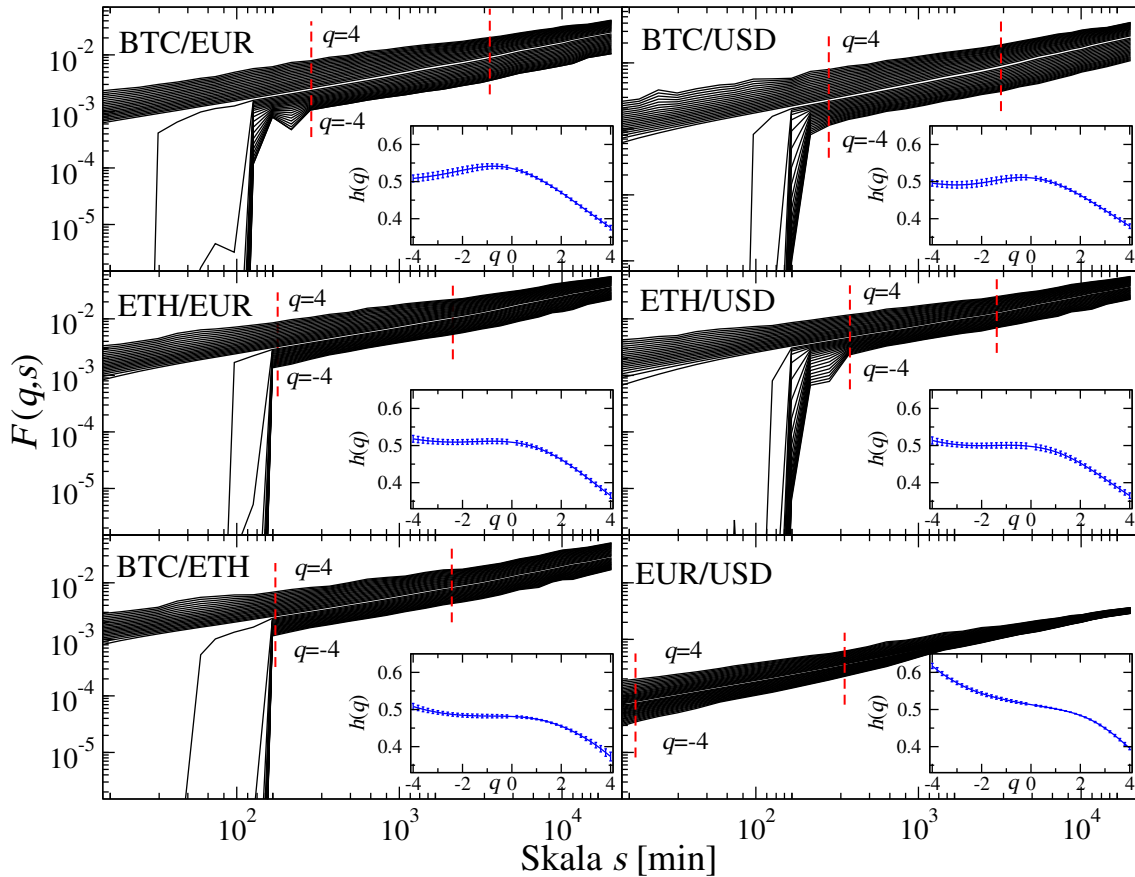
4.3.2 Porównanie charakterystyk multifrakalnych walut oraz kryptowalut

W tym podrozdziale przeanalizowane zostaną wieloskalowe własności pięciu najbardziej płynnych par kryptowalutowych z giełdy Kraken: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD i BTC/ETH oraz pary walutowej EUR/USD z rynku Forex od lipca 2016 do grudnia 2018, w oparciu o dziesięciosekundowe stopy zwrotu ($R_{\Delta t=10s}$). We wcześniejszym fragmencie rozprawy (rozdział 3.2) zostało pokazane, że dla wszystkich wyżej wymienionych kursów wymiany ogony rozkładów stóp zwrotu spełniały odwrotne prawo kubiczne. Dzięki temu można obliczać charakterystyki multifrakalne dla $q \in [-4, 4]$ [109]. W podrozdziale 3.2 pokazano również, że funkcje autokorelacji dla modułów stop zwrotu z rozważanych w tym podrozdziale szeregów czasowych cechował potęgowy zanik wraz ze zwiększaniem opóźnienia τ . Jednakże klaster zmienności dla kursu wymiany EUR/USD był krótszy, a co za tym idzie, potęgowy zanik funkcji autokorelacji dla modułów stóp zwrotu kończył się wcześniej. Jest to istotne w kontekście wyboru zakresu skalowania do oszacowania uogólnionego wykładnika Hursta $h(q)$ oraz spektrum multifrakalnego $f(\alpha)$. Maksymalna skala s nie powinna być znacząco większa niż długość średniego klastra zmienności [49].

Rysunek 4.5 przedstawia funkcje fluktuacji $F(q, s)$ obliczone dla wyżej wymienionych kursów wymiany oraz oszacowany na ich podstawie uogólniony wykładnik Hursta $h(q)$ z zakresu skalowania zaznaczonego przerywanymi liniami. Podobnie jak w przypadku kursu wymiany BTC/USD z giełdy Bitstamp w podrozdziale 4.3.1, pary kryptowalutowe na rysunku 4.5 cechują się nieokreślonymi wartościami funkcji fluktuacji $F(q, s)$ dla ujemnych wartości q . Jest to związane z okresami bez handlu, które przekładają się na ciągi zerowych stóp zwrotu w analizowanych szeregach czasowych. W przypadku pary EUR/USD taki efekt nie występuje, ponieważ Forex jest znacznie bardziej płynnym rynkiem (o większej częstotliwości handlu) niż giełda Kraken. Uogólnione wykładniki Hursta $h(q)$ dla kursów wymiany z Krakena, podobnie jak BTC/USD z giełdy Bitstamp do 2017 roku, nie wykazują wyraźniej zależności od ujemnych wartości q . Są monofrakalne na poziomie małych fluktuacji. Hierarchiczną organizację przejawiają jedynie większe fluktuacje, dla których jest widoczna wyraźna zależność $h(q)$ dla $q > 0$.

Inaczej zachowuje się $h(q)$ dla kursu wymiany EUR/USD – w tym przypadku jest on praktycznie symetryczny względem $q = 0$. W przeciwieństwie do par kryptowalutowych z giełdy Kraken, tutaj również małe fluktuacje cechują się hierarchiczną organizacją. Szereg czasowy stóp zwrotu dla kursu wymiany EUR/USD jest multifrakalny zarówno na poziomie małych, jak i dużych fluktuacji. Podobną charakterystykę miała para BTC/USD z giełdy Bitstamp, ale tylko w 2018 roku.

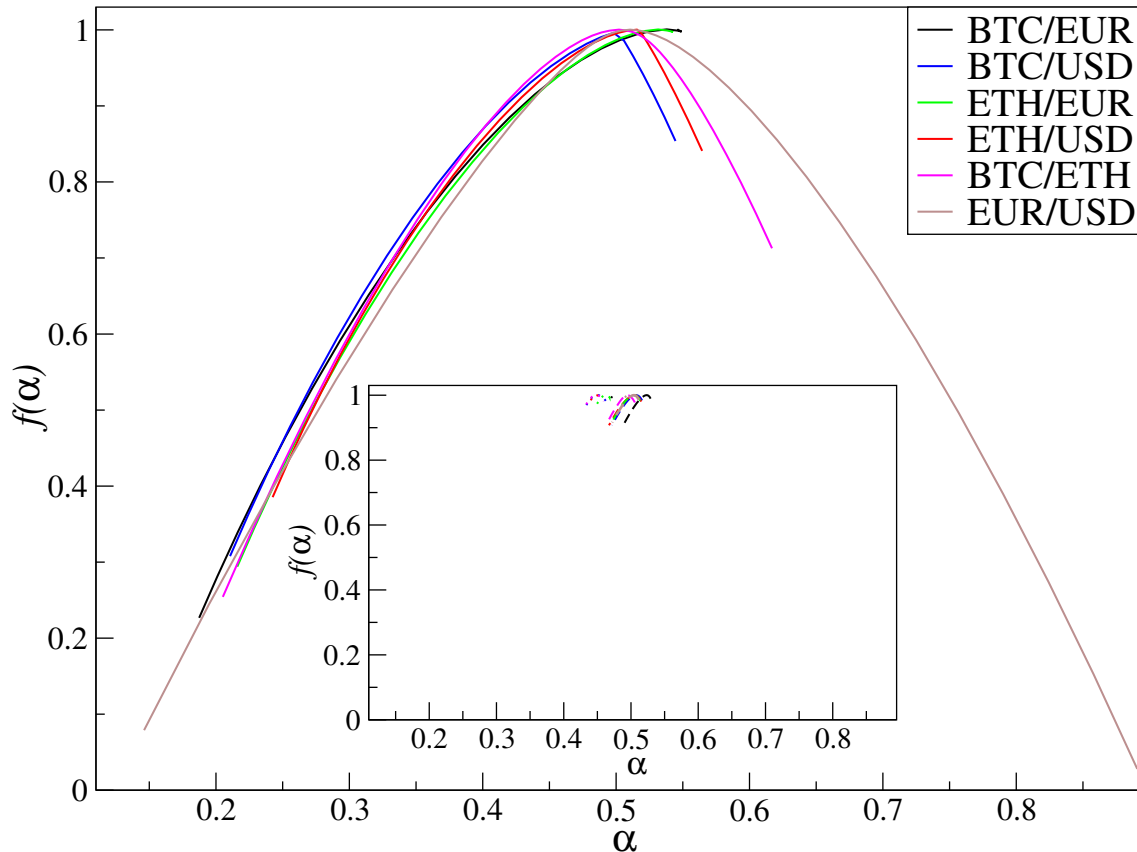
Różnice w charakterystykach multifrakalnych między parami kryptowalutowymi z giełdy Kraken i kursem EUR/USD są dobrze widoczne na rysunku 4.6, który przedstawia ich spektra multifrakalne. Spektrum dla kursu EUR/USD jest zdecydowanie najszersze, jego szerokość wynosi $\Delta\alpha \approx 0.75$. Jest również symetryczne: współczynnik asymetrii jest bliski zera ($A_\alpha \approx -0.02$). Natomiast pary kryptowaluta/waluta



Rysunek 4.5: Funkcje fluktuacji $F(q, s)$ z krokiem $q = 0.2$ obliczone dla kursów wymiany: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD i BTC/ETH na giełdzie Kraken oraz EUR/USD od lipca 2016 do grudnia 2018. W mniejszym oknie przedstawiono uogólniony wykładnik Hursta $h(q)$, oszacowany z zakresu skal oznaczonego przerywanymi liniami. Słupki błędów oznaczają błąd standardowy dla dopasowania regresją liniową.

fiducyjna z giełdy Kraken mają wyraźną lewostronną asymetrię – wartości współczynnika asymetrii znajdują się w przedziale $A_\alpha \in [0.7, 0.9]$, oraz węższe spektra – ich szerokość wynosi około $\Delta\alpha \approx 0.35$. Najszerszym spektrum ($\Delta\alpha \approx 0.42$) i zarazem najdłuższym lewym ramieniem z giełdy Kraken cechuje się kurs wymiany zawierający wyłącznie kryptowaluty – BTC/ETH. Jego spektrum jest jednak znacznie węższe w porównaniu do pary EUR/USD. Brak rozbudowanego prawego ramienia, odpowiadającego za hierarchiczną organizację małych fluktuacji, w przypadku kursów wymiany z giełdy Kraken oznacza, że małe fluktuacje mają tutaj charakter bliższy szumowi. Handel nie jest jeszcze tak złożony jak na rynku Forex, gdzie dla najbardziej płynnej pary EUR/USD zarówno małe, jak i duże fluktuacje cechuje multifraktalność.

Zaobserwowane efekty multifraktalne znikają zupełnie po zniszczeniu korelacji nieliniowych (surogaty fourierowskie) oraz po losowym wymieszaniu stóp zwrotu, co niszczy wszystkie korelacje, ale zostawia niezmiennione rozkłady. W drugim przypadku spektra nie są punktem z uwagi na pozostawienie wpływu grubych ogonów (efekt skończonej długości szeregu czasowego). Są one jednak węższe niż w poprzednim podrozdziale dla pary BTC/USD z giełdy Bitstamp w latach 2012, 2013. Jest to



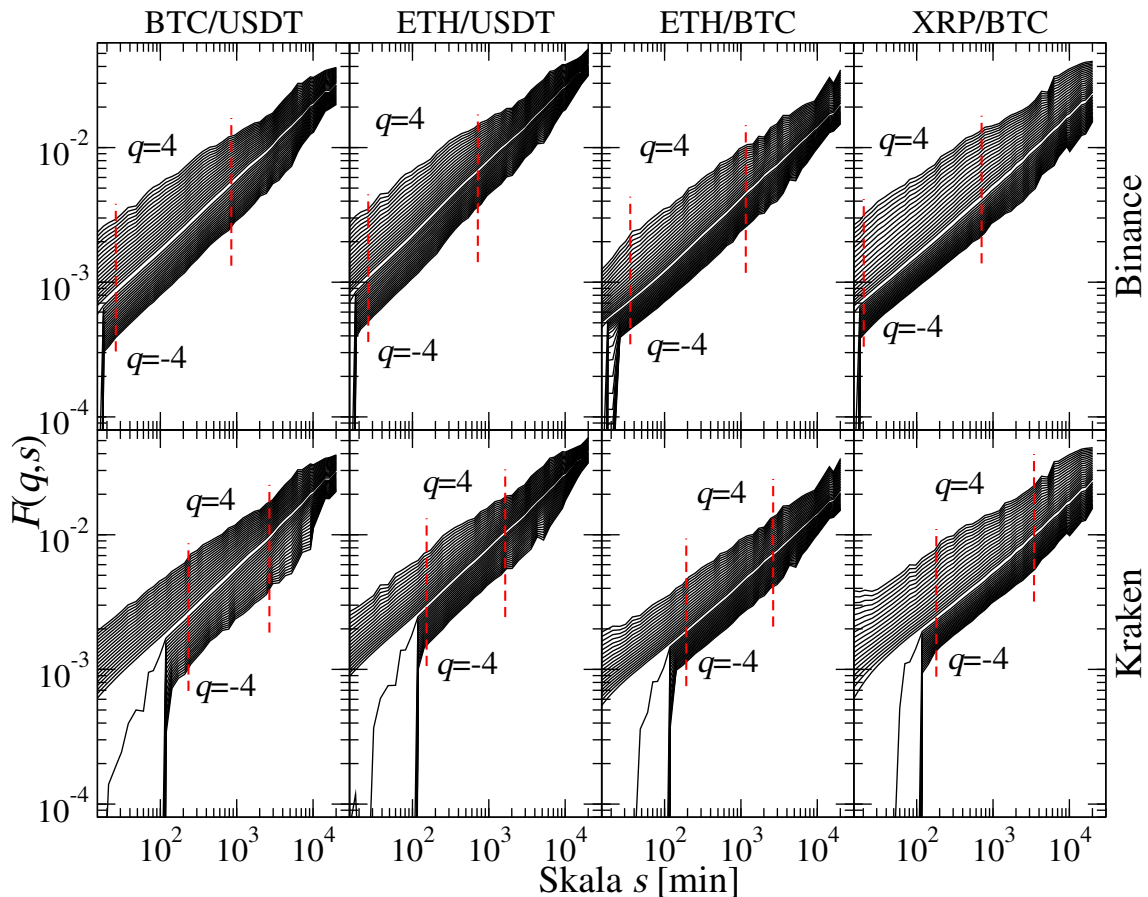
Rysunek 4.6: Spektrum osobliwości obliczone dla kursów wymiany: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD i BTC/ETH na giełdzie Kraken oraz EUR/USD od lipca 2016 do grudnia 2018 dla $q \in [-4, 4]$. W mniejszym oknie spektra dla surrogat fourierowskich (linia kropkowana) oraz po losowym wymieszaniu stóp zwrotu (linia przerywana).

związane z cieńszymi ogonami rozkładów stóp zwrotu w przypadku kursów wymiany z giełdy Kraken, dla których spełnione było odwrotne prawo kubiczne.

4.3.3 Porównanie charakterystyk multifraktalnych na giełdach Binance i Kraken

W tym podrozdziale porównane zostaną charakterystyki multifraktalne czterech najbardziej płynnych kursów wymiany notowanych jednocześnie na giełdach Binance i Kraken: BTC/USDT, ETH/USDT, BTC/ETH oraz XRP/BTC, dla minutowych stóp zwrotu ($R_{\Delta t=1\text{min}}$) w 2018 roku (USD i USDT są traktowane jako ta sama waluta). Charakterystyki opisujące rozkłady stóp zwrotu oraz funkcję autokorelacji dla wyżej wymienionych par zostały przedstawione w rozdziale 3.3. Wartości wykładnika γ były bardzo podobne na obu giełdach. Ogony rozkładów stóp zwrotu wszystkich wyżej wymienionych kursów wymiany spełniały odwrotne prawo kubiczne. Pozwala to na obliczanie funkcji fluktuacji dla $q \in [-4, 4]$. Przedstawiono je na rysunku 4.7.

W związku z krótszymi okresami bez handlu na giełdzie Binance (krótsze ciągi następujących po sobie zerowych stóp zwrotu), zakres skal dla których funkcje fluktuacji przyjmują w skali logarytmicznej nieokreślone wartości jest w przypadku kur-



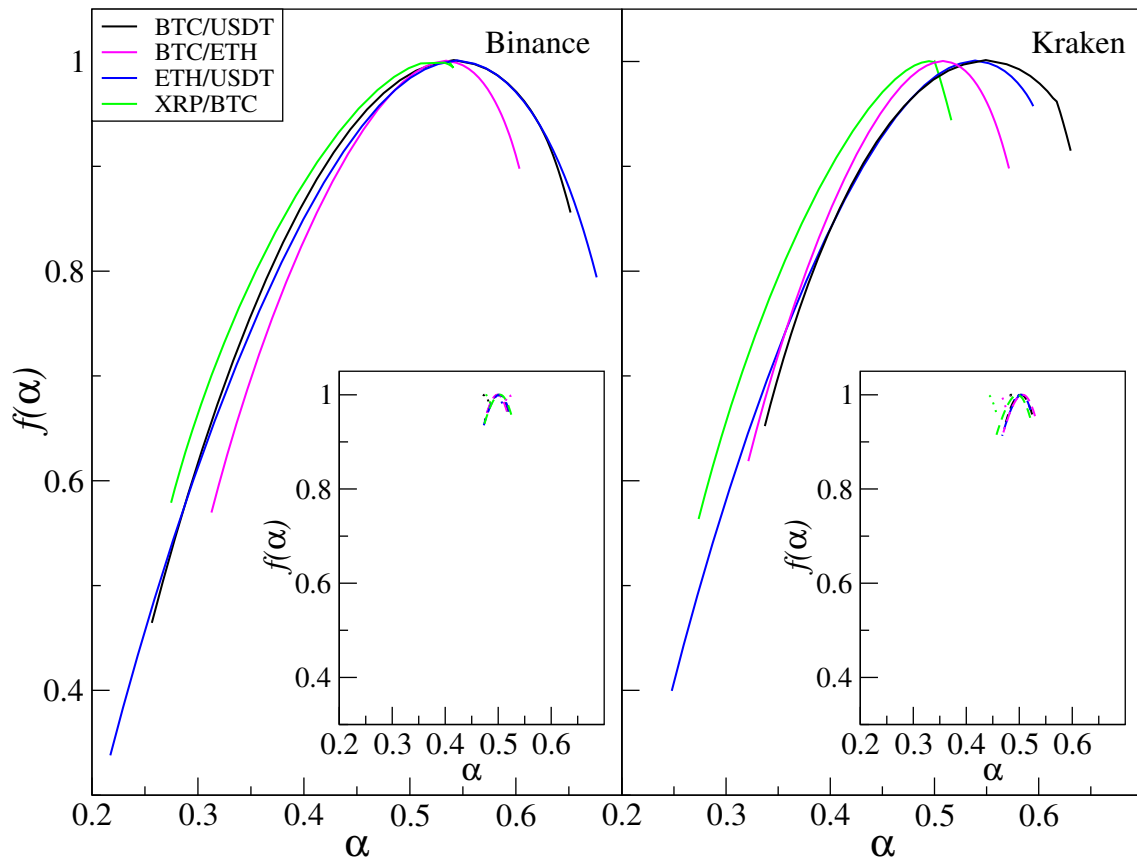
Rysunek 4.7: Funkcje fluktuacji $F(q, s)$ z krokiem $q = 0.2$ obliczone dla kursów wymiany: BTC/USDT, ETH/USDT, BTC/ETH i XRP/BTC na giełdach Binance (górny panel) oraz Kraken (dolny panel) w 2018 roku.

sów wymiany z tej giełdy węższy. Na giełdzie Kraken pojawiały się nawet 100-minutowe okresy bez handlu, co jest widoczne w zachowaniu $F(q, s)$ na skalach do tej długości. Poza tymi obszarami można mówić o porównywalnej jakości skalowania na obu giełdach. Przerywanymi liniami na rysunku 4.7 zaznaczono zakresy skal, z których oszacowano spektra multifraktalne. Zostały one pokazane na rysunku 4.8.

Na obu giełdach spektra charakteryzują się lewostronną asymetrią. W przypadku giełdy Binance są one nieco szersze oraz asymetria jest mniejsza. Hierarchiczna organizacja małych fluktuacji dla kursów wymiany z giełdy Binance jest bardziej wyraźna. Koresponduje to z większą częstotliwością handlu na tej giełdzie oraz obserwacją dokonaną dla funkcji autokorelacji modułów stóp zwrotu (w podrozdziale 3.3) o wcześniejszym kończeniu się jej zaniku potęgowego. Charakterystyki multifraktalne dla kursów wymiany z tej giełdy przypominają bardziej te dla rynku Forex niż ich odpowiedniki notowane na giełdzie Kraken.

Podobnie jak we wcześniejszych podrozdziałach, efekty multifraktalne znikają w przypadku surogat fourierowskich oraz po przemieszaniu stóp zwrotu w szeregach czasowych.

Pozostałe kursy wymiany notowane jednocześnie na giełdach Binance i Kraken, które zostały wyszczególnione w tabeli 3.1, z uwagi na niską częstotliwość handlu oraz grubsze ogony w przypadku giełdy Kraken są nieporównywalne. Szeregi czasowe dla tych kursów wymiany miały w większości charakter monofraktalny i zostały już



Rysunek 4.8: Spektrum multifraktalne obliczone dla kursów wymiany: BTC/USDT, ETH/USDT, BTC/ETH i XRP/BTC na giełdach Binance (lewy panel) oraz Kraken (prawy panel) w 2018 roku $q \in [-4, 4]$. W mniejszym oknie spektra dla surogat fourierowskich (linia kropkowana) oraz po losowym wymieszaniu stóp zwrotu (linia przerywana).

scharakteryzowane poprzez wykładnik Hursta w podrozdziale 4.2.2.

Podsumowując rozdział o nieliniowych korelacjach, pokazano w nim że rozważane charakterystyki złożoności dla bitcoina w relacji do USD na giełdzie Bitstamp ewoluowały w czasie. W 2017 zbliżyły się do typowo obserwowanych na rynku Forex oraz osiągnęły je w 2018 roku. Obserwacja ta jest prawdziwa również dla kursów wymiany notowanych na giełdzie Kraken, gdzie bardzo podobne własności do bitcoina ma druga pod względem kapitalizacji kryptowaluta – ethereum. Co więcej, kurs wymiany bez udziału tradycyjnych walut – BTC/ETH – również spełnia charakterystyki złożoności typowe dla rynku Forex. Jedynym odstępstwem w przypadku kursów wymiany notowanych na giełdzie Kraken jest mniej wyraźna hierarchiczna organizacja małych fluktuacji. Można wyciągnąć z tego wniosek, że potrzebna jest odpowiednio wysoka częstotliwość handlu, aby wykształciła się multifraktalność na poziomie małych fluktuacji. Z uwagi na ich bardziej zaszumiony charakter jest to dość naturalne. Wpływ częstotliwości handlu na multifraktalne charakterystyki jest również widoczny przy porównaniu tych samych kursów wymiany, notowanych na giełdach Binance i Kraken. W przypadku giełdy Binance, która cechuje się większą częstotliwością handlu, szeregi czasowe stóp zwrotu mają własności bliższe typowo obserwowanym na rynku Forex w porównaniu z ich odpowiednikami notowanymi na giełdzie Kraken.

Rozdział 5

Nieliniowe korelacje krzyżowe na rynku kryptowalut

W poprzednich rozdziałach zostało pokazane, że kursy wymiany na giełdach kryptowalut cechują się charakterystykami złożoności takimi jak: grube ogony rozkładów stóp zwrotu oraz grupowanie zmienności, którego manifestacją są nieliniowe korelacje, odpowiadające za multifraktalność badanych szeregów czasowych. Przy analizie wzajemnego oddziaływania szeregów czasowych możliwe jest wystąpienie dodatkowych efektów, takich jak wieloskalowość korelacji krzyżowych, która określa ich multifraktalny charakter. W tym rozdziale przeanalizowane zostaną korelacje wzajemne na rynku kryptowalutowym oraz rynku Forex przy użyciu przedstawionych wcześniej metod opierających się na detrendowaniu: MFCCA (4.1.1) i $\rho(q, s)$ (4.1.2). Użyte metody pozwolą na ilościowe opisanie korelacji na różnych skalach czasowych (s), jak i w zależności od wielkości fluktuacji (q). Jest to znacząca przewaga stosowanej metodologii nad tradycyjną miarą korelacji jaką jest współczynnik Pearsona [146], pozwalający na wykrywanie jedynie liniowych korelacji.

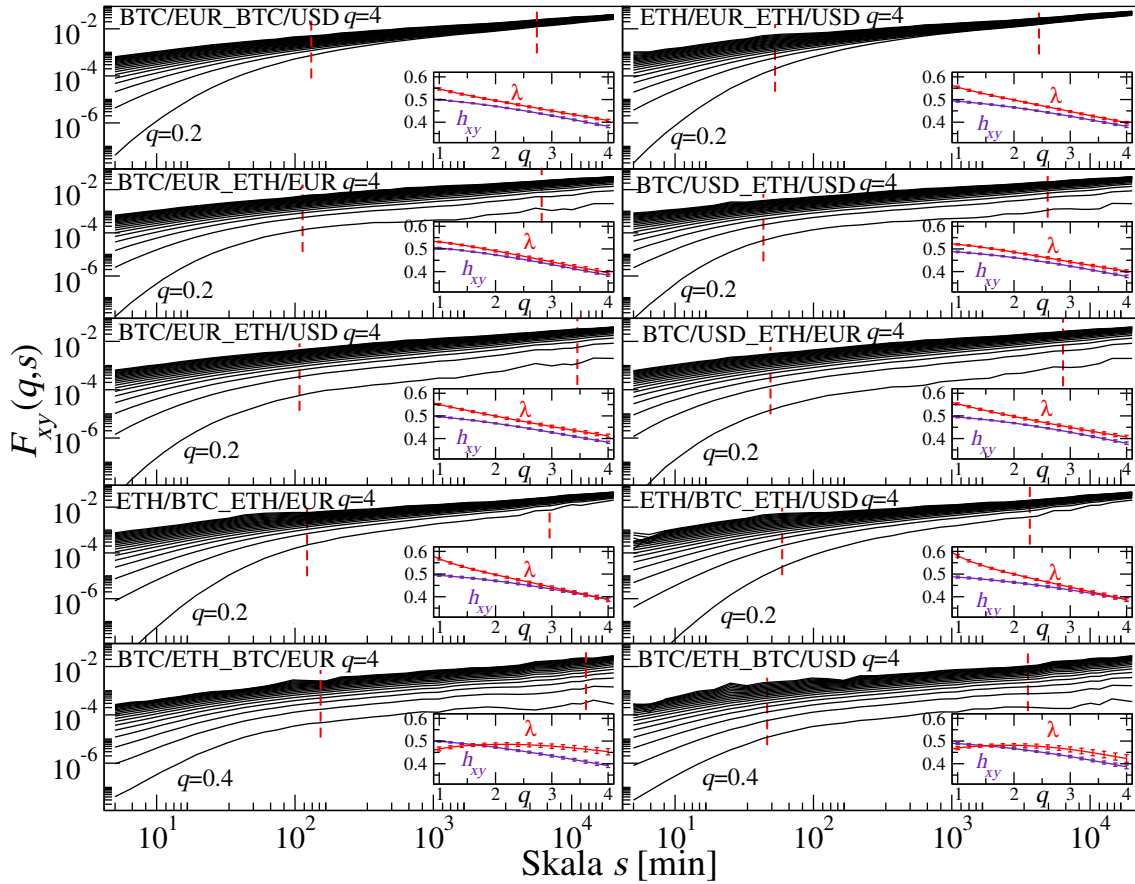
5.1 Multifraktalne korelacje pomiędzy bitcoinem i ethereum na giełdzie Kraken, arbitraż trójkątny

W podrozdziale 4.3.2 pokazano, że kursy wymiany z giełdy Kraken cechują się charakterystykami multifraktalnymi. Tutaj zostanie sprawdzone, czy również korelacje krzyżowe między nimi mają takie własności. To, że dwa szeregi niezależnie od siebie są multifraktalne nie znaczy, że ich korelacje krzyżowe również będą miały takie charakterystyki [140].

Wieloskalowe korelacje pomiędzy pięcioma kursami wymiany z giełdy Kraken: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD oraz BTC/ETH można zaobserwować na rysunku 5.1, który przedstawia funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$. Obliczono je zgodnie ze wzorem (4.3) dla wszystkich możliwych kombinacji. W efekcie uzyskano dziesięć zależności krzyżowych. W każdym przypadku można zaobserwować skalowanie funkcji fluktuacji. Świadczy to o synchronizacji zachowania stóp zwrotu w szeregach czasowych dla rozważanych kursów wymiany nawet na poziomie ich hierarchicznej organizacji. Ma to miejsce jednakże wyłącznie dla dodatnich wartości q , czyli na poziomie większych fluktuacji. Dla każdej relacji wzajemnej zaznaczono na rysunku 5.1 dolny limit wartości q , dla której zaobserwowano przekonujące

skalowanie. Dla ujemnych wartości q funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ zmieniają znak. Oznacza to brak krzyżowych korelacji multifraktalnych na poziomie małych stóp zwrotu. Można się było tego częściowo spodziewać, ponieważ na poziomie charakterystyk indywidualnych kursy wymiany z giełdy Kraken wykazywały cechy multifraktalne głównie dla większych fluktuacji; ich spektra miały silną lewostronną asymetrię. Występowanie krzyżowych korelacji multifraktalnych jedynie na poziomie większych fluktuacji jest typowym efektem obserwowanym na dojrzałych rynkach finansowych [156, 197, 72, 191].

Poszczególne wzajemne relacje pomiędzy kursami wymiany różnią się od siebie. Na rysunku 5.1 zostały one uszeregowane od góry do dołu wraz ze słabnącą jakością skalowania. Najbardziej przekonujące skalowanie można zaobserwować dla korelacji BTC/EUR z BTC/USD i ETH/EUR z ETH/USD (górne panele). Są to przypadki, gdzie kryptowaluta wyrażona jest w EUR i USD. Z kolei najsłabsze skalowanie zostało zaobserwowane dla korelacji BTC/ETH z BTC/EUR i BTC/ETH z BTC/USD (dolne panele). W tych dwóch przypadkach waluta fiducyjna występuje tylko w jednym kursie wymiany.

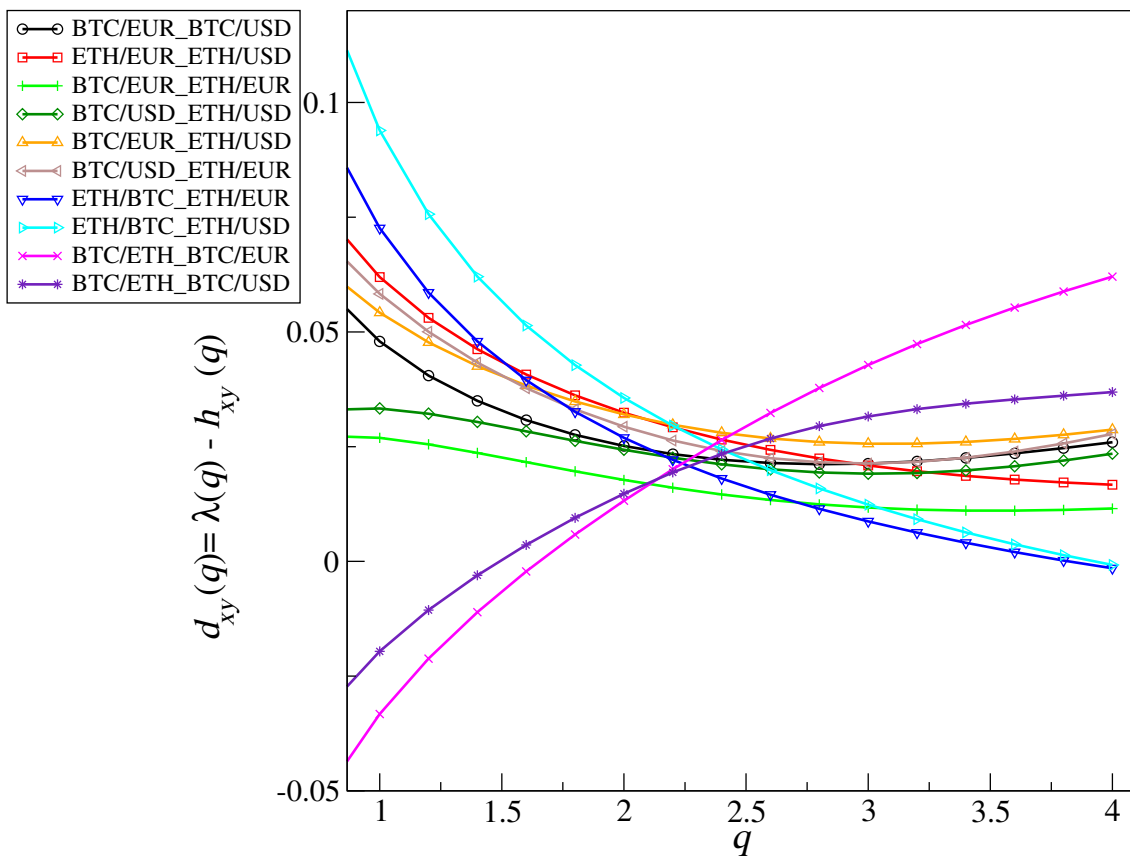


Rysunek 5.1: Funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ z krokiem $q = 0.2$ obliczone dla korelacji pomiędzy kursami wymiany: BTC/EUR, BTC/USD, ETH/EUR, ETH/USD i BTC/ETH. W mniejszym oknie przedstawiono wykładnik skalowania $\lambda(q)$ oraz średnią z uogólnionych wykładników Hursta $h_{xy}(q) = (h_x(q) + h_y(q))/2$, oszacowane z zakresu skal zaznaczonego przerywanymi liniami. Słupki błędów oznaczają błąd standardowy dla dopasowania regresją liniową.

Na podstawie skalowania funkcji fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ można wyznaczyć wykładnik

$\lambda(q)$ (określający nachylenie funkcji), który pokazano wraz ze średnią z uogólnionych wykładników Hursta $h_{xy}(q) = (h_x(q) + h_y(q))/2$ w mniejszych oknach na rysunku 5.1. Zależność $\lambda(q)$ od wartości parametru q określa multifraktalność korelacji pomiędzy dwoma szeregami czasowymi. Jak widać na mniejszych oknach rysunku 5.1, jest to spełnione we wszystkich przypadkach dla $q \geq 1$. Najmniejszą zależność wykładnika $\lambda(q)$ od wartości q można zaobserwować dla korelacji BTC/ETH z BTC/EUR i BTC/ETH z BTC/USD. Charakteryzują się one jednocześnie najsłabszym skalowaniem. Korelacje krzyżowe dla tych par mają w większym stopniu charakter monofraktalny.

Na rysunku 5.1 można zaobserwować różne zachowanie $\lambda(q)$ i $h_{xy}(q)$ na poszczególnych panelach. Szczegółowej informacji o organizacji korelacji pomiędzy dwoma szeregami czasowymi dostarcza różnica $d_{xy}(q) = \lambda(q) - h_{xy}(q)$. Przedstawiono ją dla wszystkich dziesięciu relacji wzajemnych dla kursów wymiany z giełdy Kraken na rysunku 5.2. Wszystkie przypadki korelacji wzajemnych, oprócz relacji BTC/ETH z



Rysunek 5.2: Różnica pomiędzy wykładnikiem skalowania $\lambda(q)$ i średnią z uogólnionych wykładników Hursta $h_{xy}(q)$ dla $q \in [1, 4]$ pomiędzy kursami wymiany pokazanymi na rysunku 5.1.

BTC/EUR i BTC/ETH z BTC/USD, które miały najsłabsze skalowanie i charakter monofraktalny, charakteryzują się dodatnią wartością różnicy $d_{xy}(q)$. W podrozdziale 4.1.3 zostało pokazane, że miara ta jest bezpośrednio związana z zależnym od q zdetrendowanym współczynnikiem korelacji $\rho(q, s)$ (w zakresie skal, dla których $\lambda(q)$ i $h_{xy}(q)$ zostały wyznaczone). Im mniejsza różnica $d_{xy}(q)$, tym szeregi czasowe są z sobą bardziej zsynchronizowane – znika zależność $\rho(q, s)$ od s . Dla $d_{xy}(q) > 0$ współczynnik korelacji $\rho(q, s)$ rośnie w miarę wzrostu skali s , a dla $d_{xy}(q) < 0$ maleje

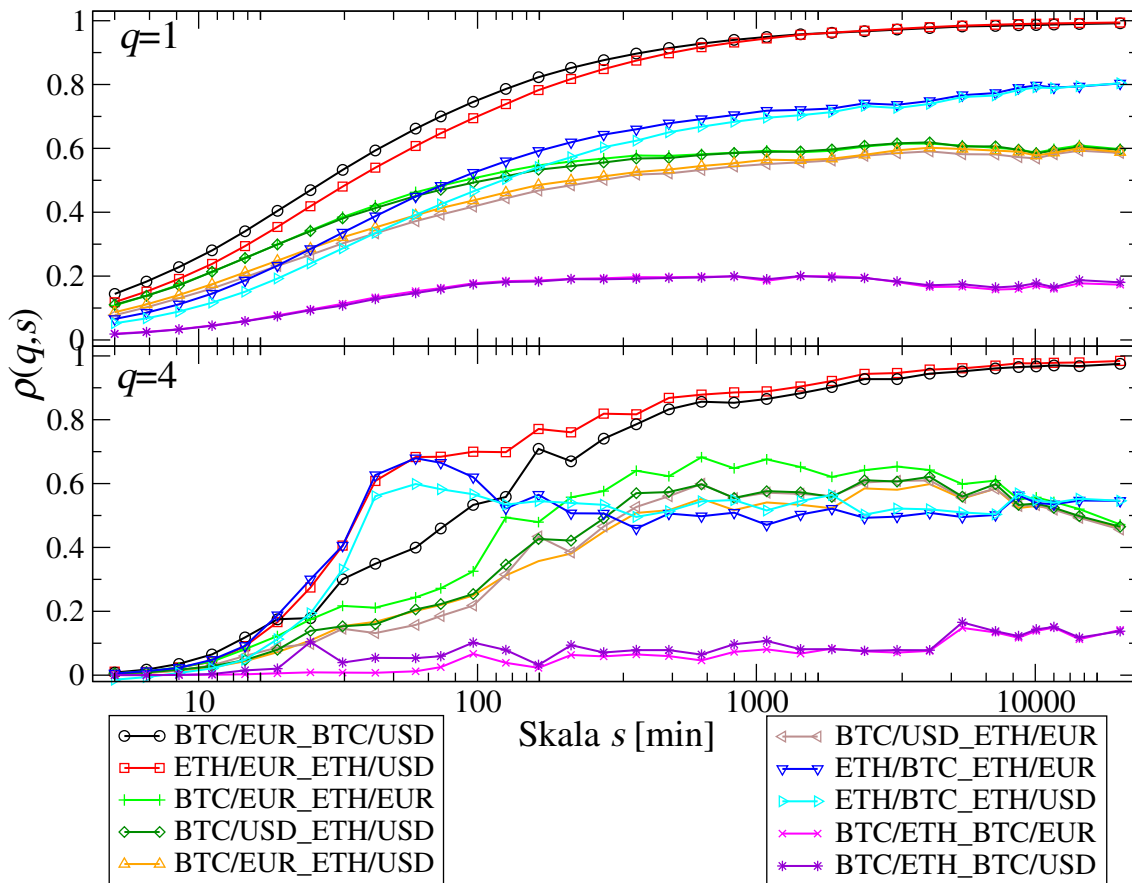
wraz z s .

Powyższe zależności są widoczne przy porównaniu rysunku 5.2 z rysunkiem 5.3, który przedstawia współczynnik $\rho(q, s)$ dla $q = 1$ (średnie fluktuacje) i $q = 4$ (największe fluktuacje). Został on obliczony pomiędzy wszystkimi kombinacjami kursów wymiany z giełdy Kraken. Jego zachowanie przedstawia szczegółowo charakterystyki wieloskalowości korelacji krzyżowych. Wszystkie relacje dla kursów wymiany z giełdy Kraken są skorelowane, jednakże wyraźnie różnią poziomem korelacji oraz zależnością $\rho(q, s)$ od skali s . Najslabiej skorelowane są BTC/ETH z BTC/EUR i BTC/ETH z BTC/USD; dla nich również można zaobserwować najmniejszą zależność $\rho(q, s)$ od s . Zgadza się to z najgorszym, w ich przypadku, skalowaniem funkcji fluktuacji. Zmiana znaku $d_{xy}(q)$ z ujemnego na dodatni wraz ze wzrostem wartości q w przypadku tych korelacji krzyżowych oznacza, że w zakresie skal, dla których wyznaczono $\lambda(q)$ i $h_{xy}(q)$ (od $s = 300$), wartość współczynnika $\rho(q, s)$ dla $q = 1$ średnio spada wraz z s , a dla $q = 4$ średnio rośnie wraz z s . Rzeczywiście w zakresie od $s = 300$ do $s = 10000$ można zaobserwować takie zachowanie na rysunku 5.3 dla korelacji BTC/ETH z BTC/EUR i BTC/ETH z BTC/USD.

Najsilniej skorelowanymi kursami wymiany na rysunku 5.3 są BTC/EUR z BTC/USD i ETH/EUR z ETH/USD, dla których na większych skalach korelacje zbliżają się do wartości 1. Koresponduje to z obserwacją o najlepszej jakości skalowania w przypadku korelacji pomiędzy tymi kursami wymiany. Można to tłumaczyć tym, że względna zmienność na parze EUR/USD jest znacznie niższa niż na rynku kryptowalut (rysunek 3.5), przez co nie powinno mieć większego znaczenia, czy dana kryptowaluta zostanie wyrażona w EUR, czy w USD.

Oprócz korelacji krzyżowych BTC/ETH z BTC/EUR i BTC/ETH z BTC/USD, które są najslabsze, wszystkie pozostałe wykazują silną zależność od s . W miarę wzrostu długości skali s rośnie wartość współczynnika korelacji $\rho(q, s)$, a różnica $d_{xy}(q)$ jest dodatnia. Dla $q = 4$ różnica $d_{xy}(q)$ jest mniejsza niż dla $q = 1$ z uwagi na to, że w wybranym zakresie skalowania – od $s \approx 300$ – wartość $\rho(q, s)$ rośnie średnio w większym stopniu dla $q = 1$ niż dla $q = 4$ wraz ze wzrostem s . Niższą wartość korelacji na najmniejszych rozważanych skalach można tłumaczyć nie do końca pełną synchronizacją rynku kryptowalut oraz występowaniem dużych fluktuacji. Wpływają one na znaczące zwiększenie wariancji na małych skalach czasowych (na większych ulega to uśrednieniu). Jest to szczególnie widoczne dla największych rozważanych fluktuacji (dla $q = 4$), gdzie korelacje na najmniejszej skali są bliskie zera. Generalnie jednak obserwowana różnica w poziomie korelacji, dla rozważanych w tym rozdziale danych z giełdy Kraken, w zależności od parametru q jest znacznie mniejsza niż w przypadku dojrzałych rynków finansowych [110, 197, 191]. W szczególności na rynku Forex korelacje dla $q = 1$ są średnio około dwukrotnie wyższe niż dla $q = 4$ [72] (szczegółowe przedstawienie korelacji na rynku Forex w 2018 zostanie przedstawione podrozdziale 5.4). Różnica ta może wynikać ze znacznie większego zakresu zmienności na rynku kryptowalut w porównaniu do rynku Forex.

W powyżej opisanych obliczeniach uwzględniony został zakres danych od lipca 2016 do grudnia 2018. W tym okresie zmienił się trend na rynku kryptowalut i, jak pokazano w poprzednich rozdziałach, nastąpił rozwój handlu (zmniejszyły się czasy międzytransakcyjne). Dlatego pełniejszej informacji o zachowaniu korelacji krzyżowych dostarcza analiza po podzieleniu całego okresu na krótsze fragmenty. Wartości współczynnika $\rho(q = 1, s)$ pomiędzy kursami wymiany rozważanymi w tym podrozdziale przedstawiono w kolejnych półroczach na rysunku 5.4. W pierw-



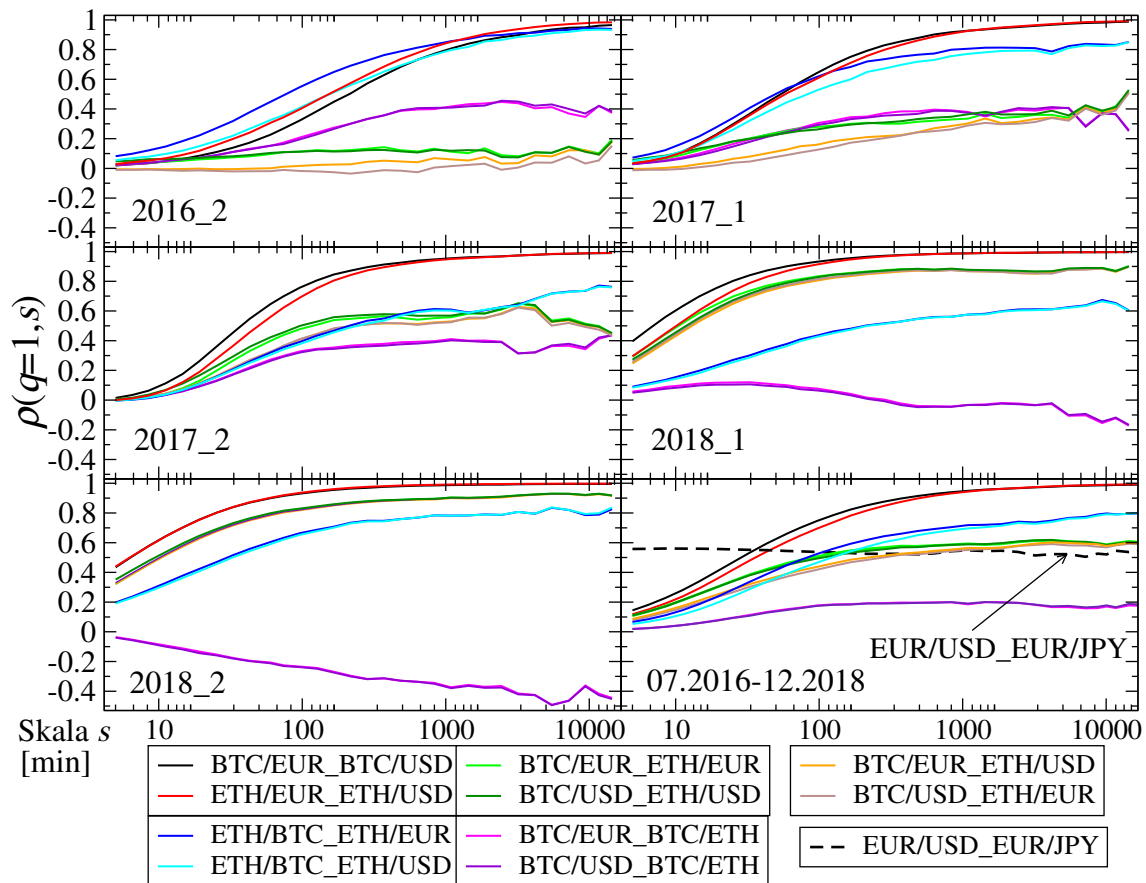
Rysunek 5.3: Korelacje $\rho(q, s)$ pomiędzy kursami wymiany z rysunku 5.1 dla $q = 1$ (górny panel) i $q = 4$ (dolny panel) w zależności od skali s .

szych trzech okresach (górne panele) korelacje na najmniejszych skalach czasowych są bliskie zera. Występuje silny efekt wzrostu wartości $\rho(q = 1, s)$ wraz z s . Rozważając kolejne półrocza, widać, że poziomy korelacji na najmniejszych skalach są coraz wyższe. Zauważalne jest również wcześniejsze osiągnięcie maksymalnej wartości przez $\rho(q = 1, s)$. W ostatnim półroczu korelacje są najsilniejsze i wtedy również występuje ich najmniejszy wzrost wraz z s .

Analizując osobno kolejne półrocza, można teraz wyjaśnić najslabszą korelację między parami BTC/ETH z BTC/EUR i BTC/ETH z BTC/USD dla całego rozważanego okresu. Widać, że w 2018 po zmianie trendu na rynku kryptowalut współczynnik $\rho(q = 1, s)$ zmienił znak. Jest to związane z tym, że od krachu na rynku kryptowalut w styczniu 2018 roku wartość BTC i ETH spadała w stosunku do EUR i USD do końca 2018 roku. Jednakże spadek ETH jest większy i szybszy niż BTC, wobec tego kurs BTC/ETH rośnie. Dlatego po uśrednieniu na cały rozważany okres lipiec 2016 – grudzień 2018 korelacje pomiędzy tymi kursami wymiany są najslabsze.

Dla porównania przedstawiono również korelacje krzyżowe na rynku Forex – EUR/USD z EUR/JPY (zaznaczone przerywaną linią w prawym dolnym panelu na rysunku 5.4). Widoczny jest tutaj brak zależności $\rho(q = 1, s)$ od s , co jest typowe dla rynku Forex w okresach, gdy nie ma nadzwyczajnych wydarzeń i ekstremalnej zmienności [72].

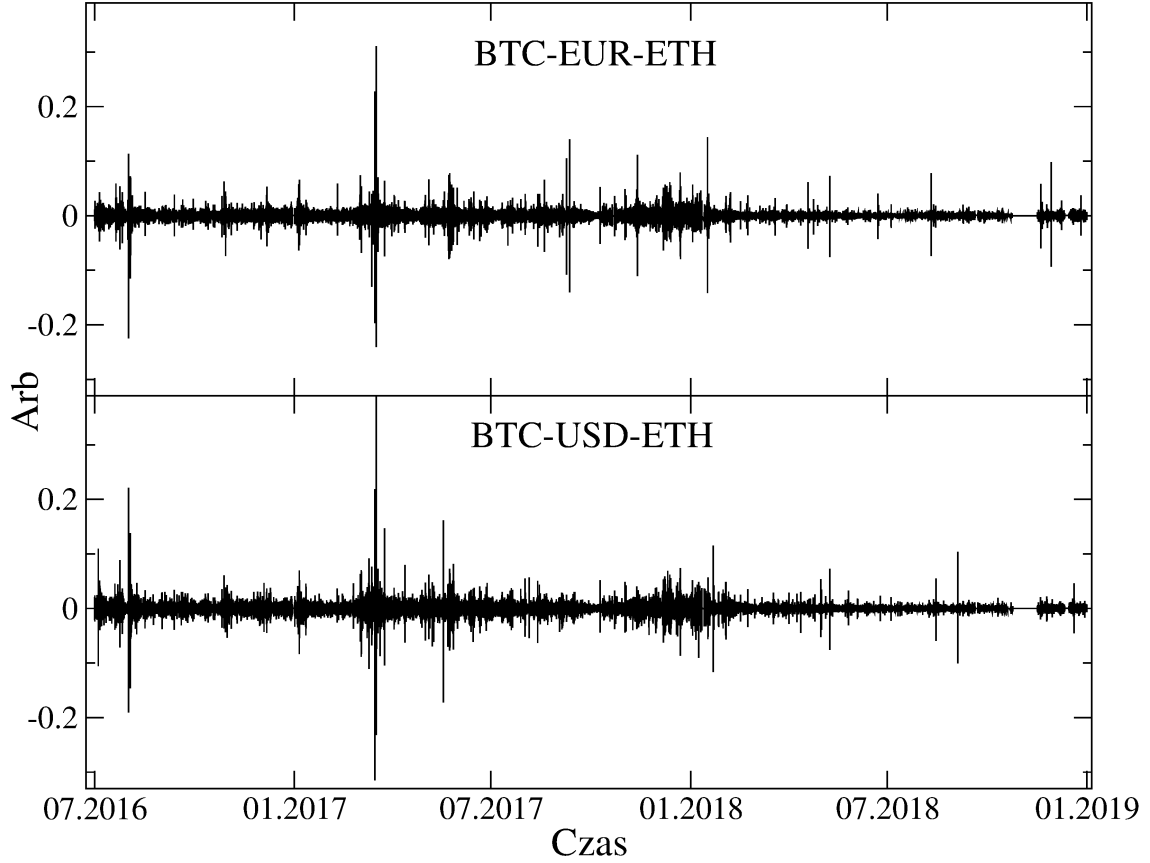
Interesujące jest porównanie korelacji krzyżowych: BTC/EUR z ETH/EUR i



Rysunek 5.4: Korelacje ($\rho(q = 1, s)$) pomiędzy kursami wymiany pokazanymi na rysunku 5.1 w oknach półrocznych od lipca 2016 do grudnia 2018 oraz EUR/USD z EUR/JPY w całym rozważanym okresie w zależności od skali s .

BTC/USD z ETH/USD oraz BTC/EUR z ETH/USD i BTC/USD z ETH/EUR (rysunek 5.4). W pierwszym przypadku kursy wymiany mają tę samą wspólną walutę bazową – odpowiednio EUR i USD. W drugim przypadku nie mają wspólnej waluty bazowej: jedna kryptowaluta wyrażona jest w EUR, a druga w USD. W pierwszych trzech półroczach przypadek, gdy kryptowaluty mają wspólną fiducyjną walutę bazową, cechuje się silniejszymi korelacjami wzajemnymi niż ten, kiedy kryptowaluty nie mają wspólnej waluty bazowej. Natomiast w 2018 roku oba przypadki cechują się takim samym poziomem korelacji. Nie ma już znaczenia, czy kursy wymiany mają wspólną walutę bazową fiducyjną, czy nie. Tą obserwację oraz wzrost poziomu skorelowania na najmniejszych skalach czasowych s w kolejnych rozważanych półroczach można tłumaczyć synchronizowaniem się rynku. Jest to powiązane ze znacznym zmniejszeniem częstości występowania i wielkości okazji arbitrażowych w relacji trójkąta w okresie lipiec 2016 – grudzień 2018, co zostało przedstawione na rysunku 5.5.

Trzy instrumenty finansowe są w relacji trójkąta, gdy możliwe jest dokonanie ciągu trzech transakcji z użyciem trzech kursów wymiany w taki sposób, że wrócimy do tego instrumentu finansowego od którego zaczynaliśmy [64, 72]. Dla rozważanych w tym rozdziale pięciu kursów wymiany z giełdy Kraken możliwe jest utworzenie dwóch trójkątów: z kursów wymiany BTC/EUR, BTC/ETH, ETH/EUR oraz z użyciem BTC/USD, BTC/ETH, ETH/USD. Dla każdego trójkąta trzech kursów wy-



Rysunek 5.5: Okazje arbitrażowe na giełdzie Kraken w relacjach trójkąta zawierających: BTC/EUR, BTC/ETH i ETH/EUR oraz BTC/USD, BTC/ETH i ETH/USD.

miany możliwe jest utworzenie dwóch unikalnych ciągów transakcji [64]. Dla trójkąta zawierającego euro: (1) EUR \rightarrow BTC \rightarrow ETH \rightarrow EUR oraz (2) EUR \rightarrow ETH \rightarrow BTC \rightarrow EUR. Dla trójkąta zawierającego dolara amerykańskiego: (1) USD \rightarrow BTC \rightarrow ETH \rightarrow USD oraz (2) USD \rightarrow ETH \rightarrow BTC \rightarrow USD. Dla przypadku euro (1) okazja arbitrażowa ma miejsce w chwili t , gdy iloczyn:

$$\frac{1}{\text{BTC}/\text{EUR}_{\text{ask}}(t)} \cdot \text{BTC}/\text{ETH}_{\text{bid}}(t) \cdot \text{ETH}/\text{EUR}_{\text{bid}}(t) \quad (5.1)$$

jest większy od 1. Dla przypadku euro (2), gdy iloczyn:

$$\frac{1}{\text{ETH}/\text{EUR}_{\text{ask}}(t)} \cdot \frac{1}{\text{BTC}/\text{ETH}_{\text{ask}}(t)} \cdot \text{BTC}/\text{EUR}_{\text{bid}}(t) \quad (5.2)$$

jest większy od 1. Dla przypadku USD wzory (5.1) i (5.2) są analogiczne po zastąpieniu euro dolarem amerykańskim. Ponieważ cena kupna bid dla tego samego kursu wymiany jest niższa od ceny sprzedaży ask, powyżej opisane okazje arbitrażowe zdarzają się rzadko. Dla rynku Forex mają one miejsce jedynie przy okazji zdarzeń powodujących podwyższoną zmienność [72].

W tym rozdziale rozważane są jedynie ceny zamknięcia w danej chwili t , dlatego nie jest możliwe obliczenie dokładnej wielkości okazji arbitrażowej przy pomocy wzorów z cenami bid i ask (5.1, 5.2). Zamiast tego zostały użyte logarytmiczne stopy zwrotu z kursów zamknięcia w chwili t :

$$R_{\Delta t}(A/B, t) = \log(A/B(t + \Delta t)) - \log(A/B(t)), \quad (5.3)$$

gdzie A/B oznacza kurs wymiany instrumentu finansowego A na instrument B (w tym przypadku instrumentami finansowymi są waluty fiducjarne i kryptowaluty), a $\Delta t = 10s$. Dla wyżej wymienionych dwóch trójkątów z walutami EUR i USD możliwe są dwa przypadki:

$$\text{Arb}(\text{BTC-EUR-ETH}, t) = -R(\text{BTC/EUR}, t) + R(\text{BTC/ETH}, t) + R(\text{ETH/EUR}, t), \quad (5.4)$$

$$\text{Arb}(\text{BTC-USD-ETH}, t) = -R(\text{BTC/USD}, t) + R(\text{BTC/ETH}, t) + R(\text{ETH/USD}, t). \quad (5.5)$$

Gdy powyższe sumy stóp zwrotu są różne od 0, wskazuje to na możliwość przeprowadzenia arbitrażu trójkątnego. Takie okazje arbitrażowe zostały pokazane na rysunku 5.5. Jak widać, w miarę zbliżania się do końca 2018 roku zmniejszyła się ich częstotliwość oraz wielkość. Można to powiązać z większą synchronizacją pomiędzy kursami wymiany, która została spowodowana przez skrócenie się czasów międzytransakcyjnych na giełdzie Kraken. Przekłada się to również na wzrost poziomów korelacji wzajemnych na najmniejszych skalach czasowych w 2018 roku.

Badanie różnic w zachowaniu korelacji krzyżowych dla kursów wymiany ze wspólną walutą bazową (będących w relacji trójkąta) i nie mających wspólnej waluty bazowej (będących poza relacją trójkąta) będzie kontynuowane w następnych podrozdziałach na większej liczbie par kryptowalutowych.

5.2 Wieloskalowe korelacje krzyżowe w ramach jednej giełdy

W poprzednim podrozdziale zdefiniowano relację trójkąta dla kursów wymiany oraz pokazane zostały korelacje krzyżowe dla najbardziej płynnych par kryptowalutowych na giełdzie Kraken. Tutaj porównane zostaną wzajemne relacje pomiędzy trzydziestoma jeden kursami wymiany z giełd Kraken (utworzonymi z: BCH, BTC, DASH, ETC, ETH, EUR, LTC, REP, USD, USDT, XMR, XRP, ZEC) i Binance (utworzonymi z: BAT, BCH, BNB, BTC, ETH, ICX, IOTA, LTC, LSK, NEO, USDT, XLM) na minutowych stopach zwrotu ($R_{\Delta t=1\text{min}}$) w 2018 roku (pełne nazwy kryptowalut zostały zamieszczone w dodatku). Dla giełd kryptowalut nie jest możliwe wyrażanie jednej waluty we wszystkich pozostałych, tak jak ma to miejsce w przypadku rynku Forex. Handel odbywa się tylko w kilku najbardziej płynnych kryptowalutach używanych jako bazowe. Dla Krakena są to BTC i ETH, a w przypadku giełdy Binance dodatkowo jeszcze USDT i BNB. Nazwy wszystkich rozważanych kursów wymiany z obu giełd, wraz z charakterystykami dotyczącymi ogonów rozkładów stóp zwrotu oraz wartościami wykładnika Hursta, zostały wyszczególnione w dodatku A.

Z $N = 31$ kursów wymiany powstaje symetryczna macierz korelacji C_{ij} , $i, j = 1, \dots, N$, w której znajduje się 465 $((31 \cdot 31 - 31)/2)$ unikalnych wartości korelacji krzyżowych. Do badania wzajemnych relacji w tym rozdziale będzie używany zdetrendowany współczynnik korelacji $\rho(q, s)$. Obliczone przy jego pomocy macierze korelacji $C_{ij}^{(q,s)}$ mają dodatkowe parametry q i s . Pokazane zostaną różnice w poziomie korelacji krzyżowych w zależności od tego, czy kursy wymiany znajdują się w relacji trójkąta (mają wspólną walutę bazową), czy też nie. Podobnie jak w poprzednim rozdziale, rozważane będą jedynie korelacje od $q = 1$ (średniej wielkości fluktuacje) do $q = 4$ (największe fluktuacje). Dla ujemnych q nie zaobserwowano korelacji krzyżowych.

5.2.1 Korelacje na giełdzie Kraken

Analiza korelacji pomiędzy kursami wymiany na giełdzie Kraken zostanie rozpoczęta od czterech typowych przypadków. Na rysunku 5.6 ustawiono je wraz z malejącym poziomem korelacji od panelu a) do d). Sytuacje, gdy kursy wymiany nie posiadają wspólnej waluty bazowej, oznaczono na czerwono.

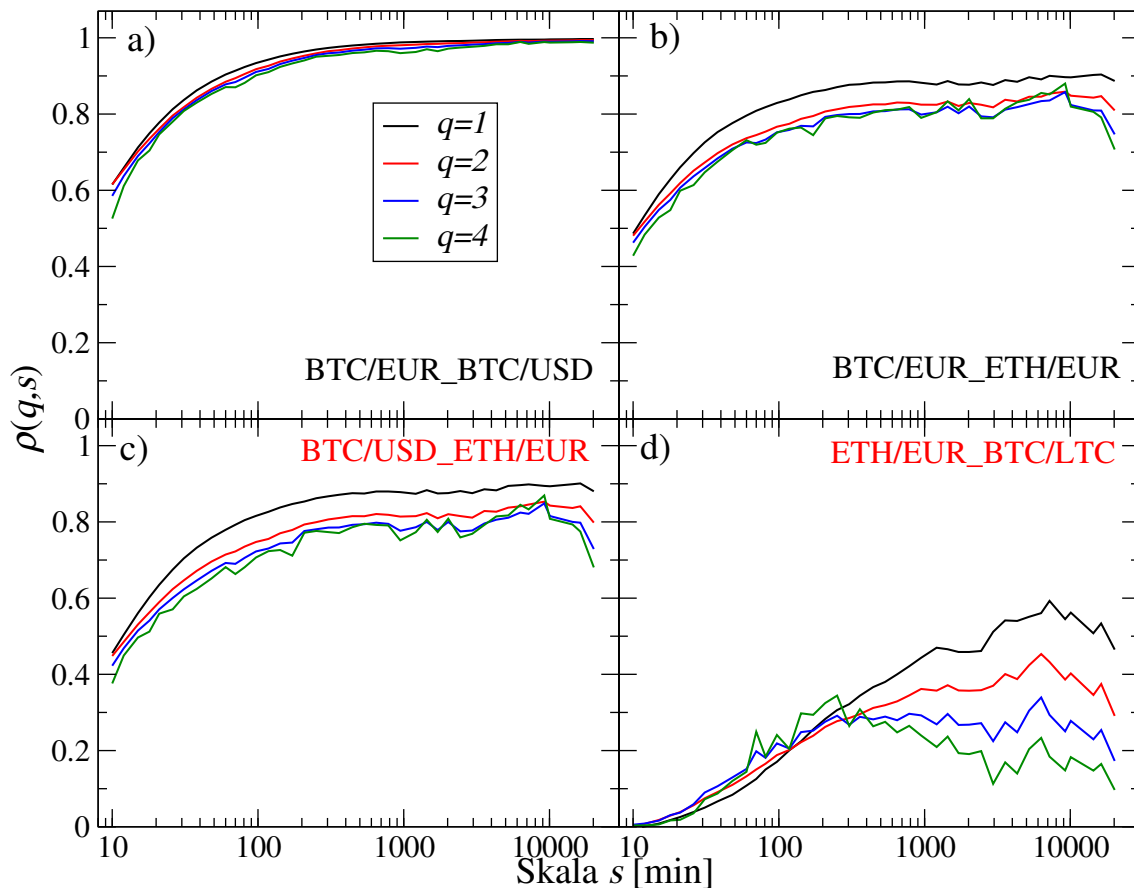
W pierwszym przypadku – panel a) rysunku 5.6 – wspólną walutą jest kryptowaluta wyrażona w EUR i USD. W tym wariancie korelacje są najsilniejsze: wraz ze wzrostem skali zbiegają do wartości 1. Na większych skalach nie ma już znaczenia, czy dana kryptowaluta wyrażona jest w EUR, czy USD. Spowodowane jest to znacznie mniejszą zmiennością tradycyjnych walut. Na krótszych skalach poziomy korelacji są niższe z uwagi na niepełną synchronizację rynku i okazje arbitrażowe, co zostało pokazane w poprzednim podrozdziale. Im bardziej płynne kursy wymiany, tym poziomy korelacji na najkrótszej skali są wyższe. Najsilniejsze korelacje ze wszystkich rozważanych relacji są pomiędzy BTC/EUR i BTC/USD.

Przypadek drugi to korelacje pomiędzy kryptowalutami wyrażonymi w tej samej walucie fiducjarnej – EUR lub USD. Największy poziom korelacji w tym wariancie – pomiędzy najbardziej płynnymi kryptowalutami BTC i ETH – został przedstawiony na panelu b) rysunku 5.6. Wspólną walutą bazową w tym przypadku jest EUR. Tutaj również zauważalne są niższe korelacje na najkrótszych rozważanych skalach i saturowanie korelacji na stałym poziomie 0.8 od około 200 minut.

Trzeci przypadek, charakterystyczny dla giełdy Kraken, to sytuacja, gdy kursy wymiany nie tworzą relacji trójkąta, ale jedna kryptowaluta jest wyrażona w USD, a druga w EUR. Taki wariant został przedstawiony na panelu c) rysunku 5.6 dla korelacji pomiędzy BTC i ETH. Ich poziom jest tylko minimalnie niższy na najkrótszych skalach w porównaniu do przypadku wspólnej waluty bazowej EUR, który został pokazany na panelu b). Oba przypadki nie różnią się znacząco od siebie. Przy wyrażeniu kryptowalut w EUR i USD korelacje pomiędzy kursami wymiany zachowują się prawie tak samo jak przy wyrażeniu we wspólnej walucie bazowej.

Ostatni przypadek to brak wspólnej waluty bazowej – kursy wymiany nie tworzą relacji trójkąta. Na panelu d) rysunku 5.6 pokazano najsilniejsze z rozważanych korelacji wzajemnych w tym wariancie – pomiędzy ETH/EUR i BTC/LTC. Na najkrótszej skali $s = 10$ minut korelacje są bliskie zera. Wraz ze wzrostem długości skali zwiększają się, ale i tak są wyraźnie niższe niż w pozostałych rozważanych przypadkach. W tym wariancie najwyraźniej widoczna jest zależność korelacji od parametru q (poziomu wielkości fluktuacji) na większych skalach czasowych. Świadczy to o tym, że w przypadku braku powiązania wspólną walutą bazową największe fluktuacje są słabiej skorelowane w porównaniu do wariantu, gdy kursy wymiany znajdują się w relacji trójkąta.

Po pokazaniu typowych wariantów przeanalizowane zostaną teraz wszystkie korelacje krzyżowe (465 w sumie) pomiędzy trzydziestoma jeden kursami wymiany z giełdy Kraken (ich nazwy zostały wyszczególnione w dodatku A w tabeli A.3) dla $q = 1$ i $q = 4$. Zostały one uśrednione po wszystkich skalach czasowych od $s = 10$ min do $s = 14$ dni (20160 minut). Podzielono je na dwie grupy: korelacje pomiędzy kursami wymiany posiadającymi wspólną walutę bazową – będące w relacji trójkąta (na rysunku 5.7 z lewej strony, narysowane kolorem czarnym) oraz nie posiadające wspólnej waluty bazowej – nie będące w relacji trójkąta (z prawej strony, kolor czerwony). Wartości $\rho(q, \bar{s})$ dla każdej korelacji krzyżowej pomiędzy kursami wymiany znajdują się na osi y. Ponieważ kurs wymiany zawsze można odwrócić i uzyskać po-



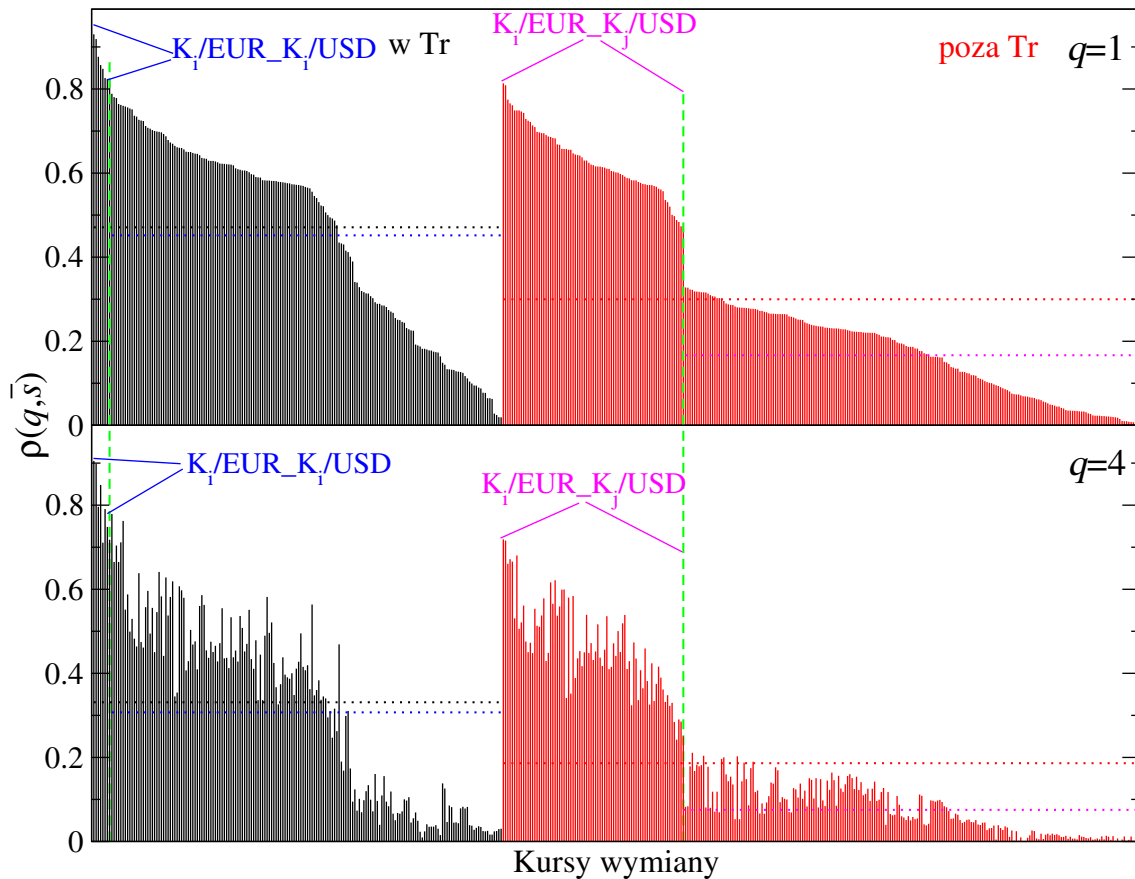
Rysunek 5.6: Cztery warianty najsilniejszych korelacji $\rho(q, s)$ pomiędzy kursami wymiany na giełdzie Kraken. Panel a) – ta sama kryptowaluta w EUR i USD, panel b) – dwie kryptowaluty w tej samej bazowej EUR lub USD, panel c) – dwie kryptowaluty wyrażone w EUR i USD, panel d) – brak wspólnej waluty bazowej.

zytywną korelację, użyto wartości bezwzględnych $\rho(q, \bar{s})$. Zostały one posortowane malejąco dla $\rho(q = 1, \bar{s})$ – górny panel rysunku 5.7. Kolejność po sortowaniu została zachowana na dolnym panelu dla $\rho(q = 4, \bar{s})$.

Pionową linią przerywaną oddzielono rozważane wcześniej przypadki: a) korelacje pomiędzy tą samą kryptowalutą wyrażoną w EUR i USD: K_i/EUR z K_i/USD – dziewięć takich relacji oraz przypadek c) korelacje pomiędzy kryptowalutami wyrażonymi w EUR i USD: K_i/EUR z K_j/USD – osiemdziesiąt jeden takich relacji ($K_i, K_j = \text{BCH, BTC, DASH, ETC, ETH, LTC, XMR, XRP, ZEC, } K_i \neq K_j$). Wyraźnie widać, że przypadek c) wyróżnia się wyższym poziomem korelacji w grupie walut bez wspólnej bazowej. Zostało to pokazane przy pomocy poziomych linii przerywanych, którymi zaznaczone są średnie z wszystkich wartości korelacji w obu grupach oraz bez uwzględnienia dwóch powyższych przypadków. Bez przypadku c) średnia wartość jest dwukrotnie niższa niż dla całej grupy kursów wymiany bez wspólnej waluty bazowej.

Średnie poziomy korelacji dla wszystkich relacji są dla $q = 1$ wyższe niż dla $q = 4$. W grupie korelacji krzyżowych dla kursów wymiany bez wspólnej waluty bazowej efekt ten jest silniejszy – są one dwukrotnie wyższe.

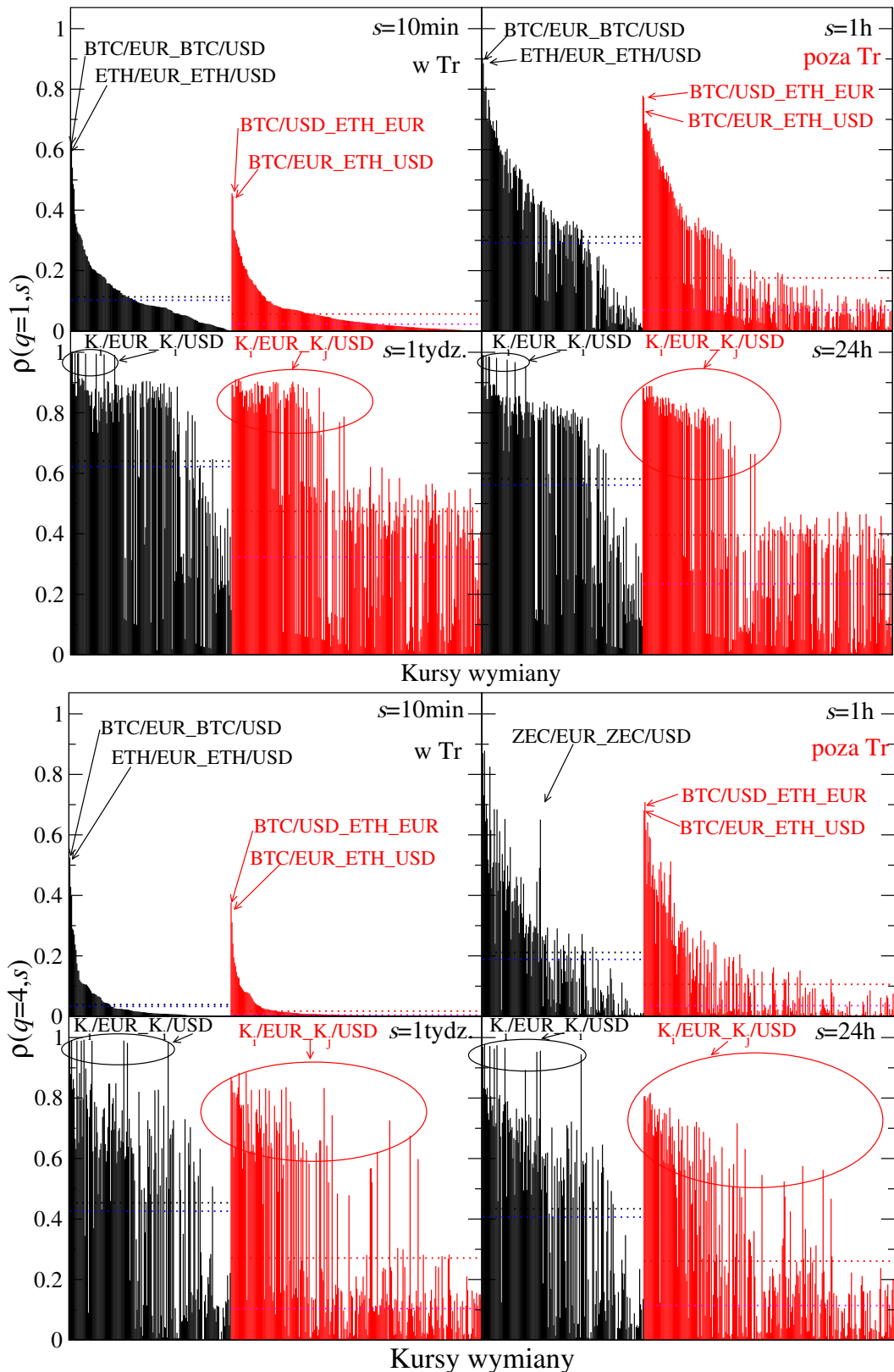
Bez uwzględnia przypadków a) i c) średnie poziomy korelacji dla par kryptowalutowych mających wspólną walutę bazową są dwukrotnie wyższe niż dla niebędących



Rysunek 5.7: Wartości bezwzględne współczynnika $\rho(q = 1, \bar{s})$ i $\rho(q = 4, \bar{s})$ (uśrednione po wszystkich skalach s) pomiędzy wszystkimi kursami wymiany z giełdy Kraken. Po lewej stronie, na czarno, korelacje krzyżowe dla kursów wymiany będących w relacji trójkąta (w Tr); po prawej stronie – na czerwono – dla kursów wymiany poza trójkątem (poza Tr). Poziomy korelacji posortowano malejąco, a dla dolnego panelu zachowano kolejność z górnego. Pionowymi przerywanymi liniami oddzielono kryptowaluty z przypadków a) – K_i/EUR z K_i/USD i c) – K_i/EUR z K_j/USD (gdzie $K_i, K_j = \text{BCH, BTC, DASH, ETC, ETH, LTC, XMR, XRP, ZEC, } K_i \neq K_j$). Poziomymi liniami zaznaczono średnie wartości korelacji dla całości oraz bez przypadków a) i c).

w relacji trójkąta. Zależność ta występuje zarówno dla $q = 1$ i $q = 4$.

Na rysunku 5.8 przedstawiono bardziej szczegółową analizę wszystkich korelacji krzyżowych (465) pomiędzy kursami wymiany dla czterech wybranych skal czasowych: 10 minut, godzina, 24 godziny i tydzień, dla $q = 1$ i $q = 4$. Podobnie jak na rysunku 5.7 korelacje zostały podzielone na dwie grupy: dla kursów wymiany będących w relacji trójkąta – kolor czarny oraz poza trójkątem – kolor czerwony. Poziomy korelacji zostały posortowane malejąco dla najmniejszej skali czasowej $s = 10$ min. Kolejność ustawienia została zachowana na panelach z pozostałymi skalami czasowymi. Poziomymi liniami przerywanymi zaznaczono średnie wartości korelacji w obu grupach oraz bez uwzględnienia przypadku a) – korelacji pomiędzy tą samą kryptowalutą w bazowych EUR i USD (K_i/EUR z K_i/USD) i przypadku c) – korelacji pomiędzy dwoma kryptowalutami w EUR i USD (K_i/EUR z K_j/USD , gdzie $K_i, K_j = \text{BCH, BTC, DASH, ETC, ETH, LTC, XMR, XRP, ZEC, } K_i \neq K_j$).



Rysunek 5.8: Wartości bezwzględne współczynnika $\rho(q = 1, s)$ i $\rho(q = 4, s)$ dla czterech skal czasowych pomiędzy wszystkimi kursami wymiany z giełdy Kraken w relacji trójkąta (w Tr) i poza trójkątem (poza Tr). Poziomy korelacji posortowano malejąco względem skali $s = 10$ minut, a na kolejnych skalach zachowano kolejność. Poziomymi liniami oznaczono średnie wartości korelacji dla całości oraz bez przypadków a) – K_i/EUR z K_i/USD i c) – K_i/EUR z K_j/USD (gdzie $K_i, K_j = \text{BCH, BTC, DASH, ETC, ETH, LTC, XMR, XRP, ZEC, } K_i \neq K_j$).

Pierwszą oczywistą obserwacją jest wzrost korelacji wraz z długością skali s . Zarówno dla $\rho(q = 1, s)$, jak i $\rho(q = 4, s)$ można zaobserwować wyraźnie najniższe poziomy korelacji krzyżowych dla $s = 10$ min. Zwłaszcza dla kursów wymiany bez wspólnej waluty bazowej – na poziomie największych fluktuacji ($q = 4$) – są one bliskie zera. Można to wiązać z czasem potrzebnym na synchronizację rynku. Dla grupy kursów wymiany bez wspólnej waluty bazowej jest on dłuższy.

Drugą obserwacją jest różniące się od reszty zachowanie kursów wymiany z przypadku a) – K_i/EUR z K_i/USD . Najsilniej skorelowane kursy wymiany w tym wariancie zostały zaznaczone czarnymi strzałkami na rysunku 5.8. Dla skal czasowych 24 godziny i tydzień poziomy korelacji w tym przypadku osiągają wartość bliską jeden. Oznacza to, że na największych skalach czasowych nie ma znaczenia, czy dana kryptowaluta jest wyrażona w EUR, czy USD. Wniosek ten odnosi się nie tylko do najbardziej płynnych kryptowalut, takich jak BTC i ETH, ale również mniej płynnych: LTC, XRP BCH, oraz najrzadziej handlowanych: DASH, ETC, XMR i ZEC. Z kolei na skali 10-minutowej silnie skorelowane są tylko te najbardziej płynne kryptowaluty BTC oraz ETH przy wyrażeniu w EUR i USD. Można to tłumaczyć tym, że w przypadku mniej płynnych kursów wymiany rynek potrzebuje więcej czasu na synchronizację.

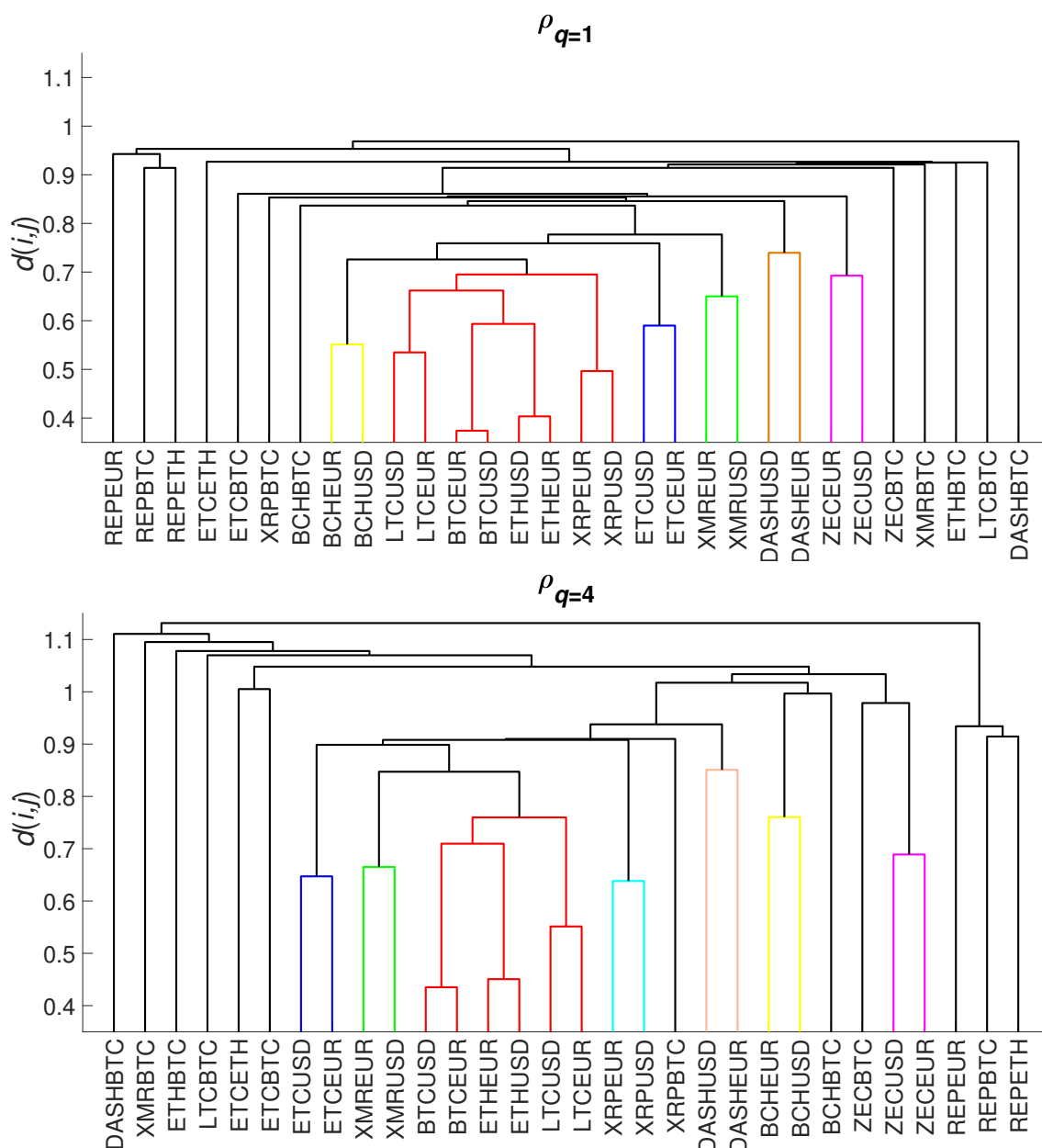
Trzecią obserwacją jest odmienne zachowanie kursów wymiany z przypadku c) – K_i/EUR z K_j/USD . Są to jedyne warianty korelacji wzajemnych kursów wymiany bez wspólnej waluty bazowej, które osiągają różniące się od zera wartości na najmniejszej skali czasowej dla $q = 4$. Rosną one również najbardziej wraz ze wzrostem skali. Średnie poziomy korelacji na wszystkich skalach czasowych bez uwzględnienia kursów wymiany z tego przypadku są około dwukrotnie niższe niż dla całej grupy kursów wymiany bez wspólnej waluty bazowej. Najsilniej skorelowane kursy wymiany w tym wariancie zostały zaznaczone czerwonymi strzałkami na rysunku 5.8.

Powiązania i struktury hierarchiczne pomiędzy poszczególnymi kursami wymiany są dobrze widoczne na wykresach typu dendrogram. W celu stworzenia takiego wykresu należy przekształcić współczynnik korelacji pomiędzy kursami wymiany na miarę spełniającą nierówność trójkąta, a następnie użyć algorytmu grupowania hierarchicznego. W niniejszej rozprawie została wybrana metoda aglomeracyjna z użyciem metryki euklidesowej [162]. Odległość $d(i, j)$ została obliczona ze współczynnika $\rho(q, s)$. Z uwagi na możliwość odwrócenia kursu wymiany i uzyskania pozytywnej korelacji użyto wartości bezwzględnych:

$$d(i, j) = \sqrt{2(1 - |\rho(q, s)(i, j)|)}. \quad (5.6)$$

Klasyczny współczynnik korelacji Pearsona do tworzenia tego typu wykresów był używany w pracach [123, 42, 75].

Rysunek 5.9 przedstawia hierarchiczną strukturę rozważanych wcześniej w tym rozdziale 30 kursów wymiany z giełdy Kraken (nie uwzględniono pary USDT/USD, której kurs oscyluje cały czas w okolicach 1 i nie wykazuje korelacji z pozostałymi kursami wymiany). W górnej części rysunku znajduje się dendrogram policzony dla $\rho(q = 1, \bar{s})$; dolny dendrogram został policzony dla $\rho(q = 4, \bar{s})$. Odległości na osi y odpowiadają korelacjom krzyżowym przedstawionym na rysunku 5.7. Nie licząc niższego poziomu korelacji, widocznego w większych wartościach odległości $d(i, j)$ dla $q = 4$, klastry dla $q = 1$ i $q = 4$ wyglądają podobnie. Najsilniej powiązane są ze sobą najbardziej płynne kryptowaluty: BTC, ETH, LTC i XRP przy wyrażeniu w EUR i



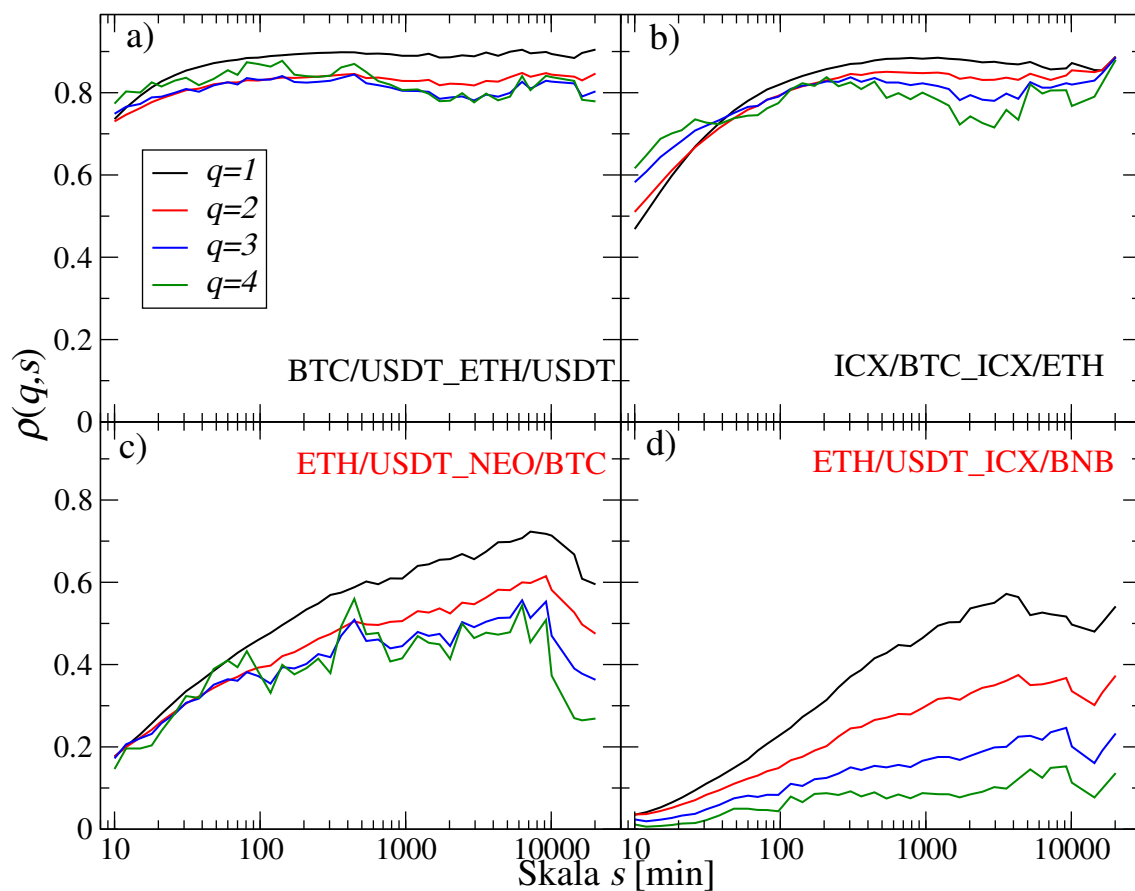
Rysunek 5.9: Dendrogramy dla $\rho(q = 1, \bar{s})$ i $\rho(q = 4, \bar{s})$ odpowiadające poziomom korelacji przedstawionym na rysunku 5.7.

USD, które formują czerwony klaster. Pozostałe kursy wymiany tworzą klastry gdy ta sama kryptowaluta wyrażona jest w EUR i USD (rozważany wcześniej przypadek c) – kryptowaluty wyrażone w EUR i USD). Klastrowanie na giełdzie Kraken jest określone przez występowanie dwóch walut fiducjarnych – EUR i USD, które nie są skorelowane z rynkiem kryptowalut. Wyrażanie w nich tej samej kryptowaluty podnosi poziom korelacji.

5.2.2 Korelacje na giełdzie Binance

W tym rozdziale przeanalizowane zostaną korelacje pomiędzy najbardziej płynnymi kursami wymiany na giełdzie Binance w 2018 (ich nazwy zostały wyszczególnione w dodatku A w tabeli A.2). W odróżnieniu od giełdy Kraken, kryptowaluty handlo-

wane są tylko między sobą – bez udziału walut fiducjarnych – takich jak EUR czy USD. Na giełdzie Binance kursy wymiany są jednak również wyrażane w kryptowalucie USDT, której kurs jest bardzo blisko związany z dolarem amerykańskim.



Rysunek 5.10: Przykłady najsilniejszych korelacji $\rho(q, s)$ na giełdzie Binance w grupie kursów wymiany będących w relacji trójkąta – panele a) i b) oraz nie posiadających wspólnej waluty bazowej – panele c) i d).

Na rysunku 5.10 przedstawiono cztery przykłady korelacji pomiędzy kursami wymiany obliczone przy pomocy $\rho(q, s)$. Ułożono je malejąco w kolejnych panelach od a) do d). Panele a) i b) przedstawiają korelacje pomiędzy parami posiadającymi wspólną walutę bazową. Najsilniej skorelowane są najbardziej płynne kryptowaluty BTC i ETH przy wyrażeniu w USDT, przedstawione na panelu a). Występuje tutaj najmniejsza zależność poziomu korelacji od skali czasowej s .

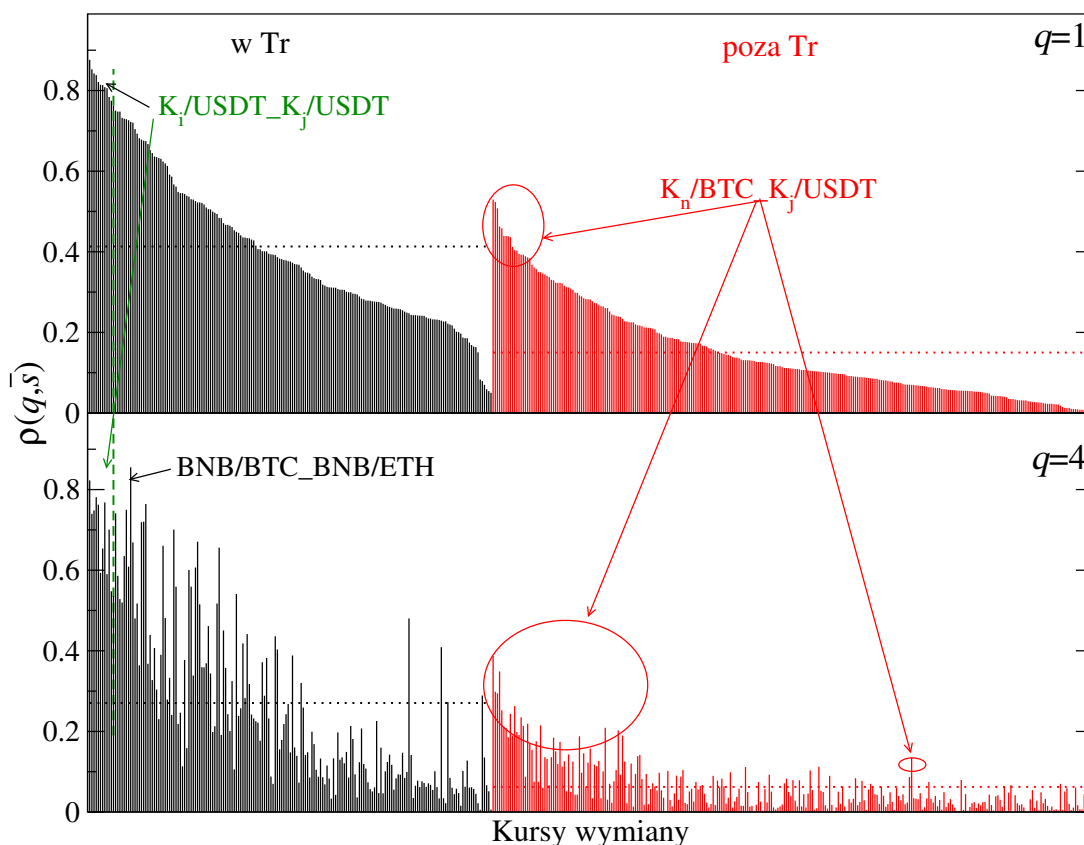
Drugi przypadek – pokazany na panelu b) – to sytuacja, gdy wspólną walutą bazową jest mniej płynna kryptowaluta ICX, w której wyrażone są najbardziej płynne BTC i ETH. W tym wariancie korelacje na najmniejszej skali są wyraźnie niższe niż w pierwszym przypadku, ale od $s = 200$ min saturują się na podobnym poziomie jak na panelu a).

Na dolnych panelach c) i d) – przedstawione zostały korelacje krzyżowe dla kursów wymiany nie posiadających wspólnej waluty bazowej. W obu przypadkach widać wzrost korelacji wraz z długością skali s oraz niższy poziom korelacji niż dla przypadków a) i b) – ze wspólną walutą bazową. Można to tłumaczyć czasem, jaki rynek potrzebuje na synchronizację. W przypadku braku bezpośredniego połączenia jakim jest relacja trójkąta, która umożliwia dokonywanie arbitrażu, czas ten jest

dłuższy.

Na panelu c) pokazano przypadek najsilniejszych korelacji krzyżowych z grupy kursów wymiany nie będących w relacji trójkąta. Kryptowaluty ETH i NEO zostały wyrażone w USDT i BTC, których wzajemna relacja jest najbardziej płynna na giełdzie Binance. Fakt ten może powodować silniejsze powiązanie wyrażonych w ten sposób innych kryptowalut w grupie kursów wymiany bez wspólnej bazowej.

Panel d) przedstawia typowe zachowanie korelacji pomiędzy mniej płynnymi kursami wymiany nie posiadającymi wspólnej waluty bazowej. Na najmniejszej skali $s = 10$ minut osiągają wartości bliskie zera, a następnie rosną wraz z długością skali s .



Rysunek 5.11: Wartości bezwzględne współczynnika $\rho(q = 1, \bar{s})$ i $\rho(q = 4, \bar{s})$ (uśrednione po wszystkich skalach s) pomiędzy wszystkimi kursami wymiany z giełdy Binance. Po lewej stronie – na czarno – korelacje krzyżowe dla kursów wymiany będących w relacji trójkąta (w Tr); po prawej stronie – na czerwono – dla kursów wymiany poza trójkątem (poza Tr). Poziome korelacji posortowano malejąco, a dla dolnego panelu zachowano kolejność z górnego. Poziomymi liniami zaznaczono średnie wartości korelacji w grupie kursów wymiany ze wspólną walutą bazową i bez. Dodatkowo zaznaczono przypadki: $K_i/USDT$ z $K_j/USDT$ (gdzie $K_i, K_j = BCH, BNB, BTC, ETH, LTC, NEO, K_i \neq K_j$) oraz K_n/BTC z $K_j/USDT$ (gdzie $K_n = BAT, BCH, BNB, ETH, IXC, IOTA, LTC, LSK, NEO, XLM, K_n \neq K_j$).

Po pokazaniu przykładowych relacji na rysunku 5.10 przeanalizowane zostaną teraz wszystkie korelacje krzyżowe (465) pomiędzy trzydziestoma jeden kursami wymiany z giełdy Binance. Tak samo jak w przypadku giełdy Kraken, korelacje podzielono na dwie grupy: pomiędzy kursami wymiany posiadającymi wspólną wa-

lutę bazową (będące w relacji trójkąta) i nie posiadającymi wspólnej waluty bazowej (poza relacją trójkąta). Zostały one przedstawione na rysunku 5.11 odpowiednio kolorem czarnym i czerwonym. Poziomymi przerywanymi liniami zaznaczono średnie poziomy korelacji w obu grupach. Górny panel to korelacje obliczone dla $\rho(q = 1, \bar{s})$, a dolny dla $\rho(q = 4, \bar{s})$ (uśrednione po wszystkich skalach s). Poziomy korelacji zostały posortowane malejąco, a kolejność uzyskana dla $q = 1$ została zachowana na dolnym panelu.

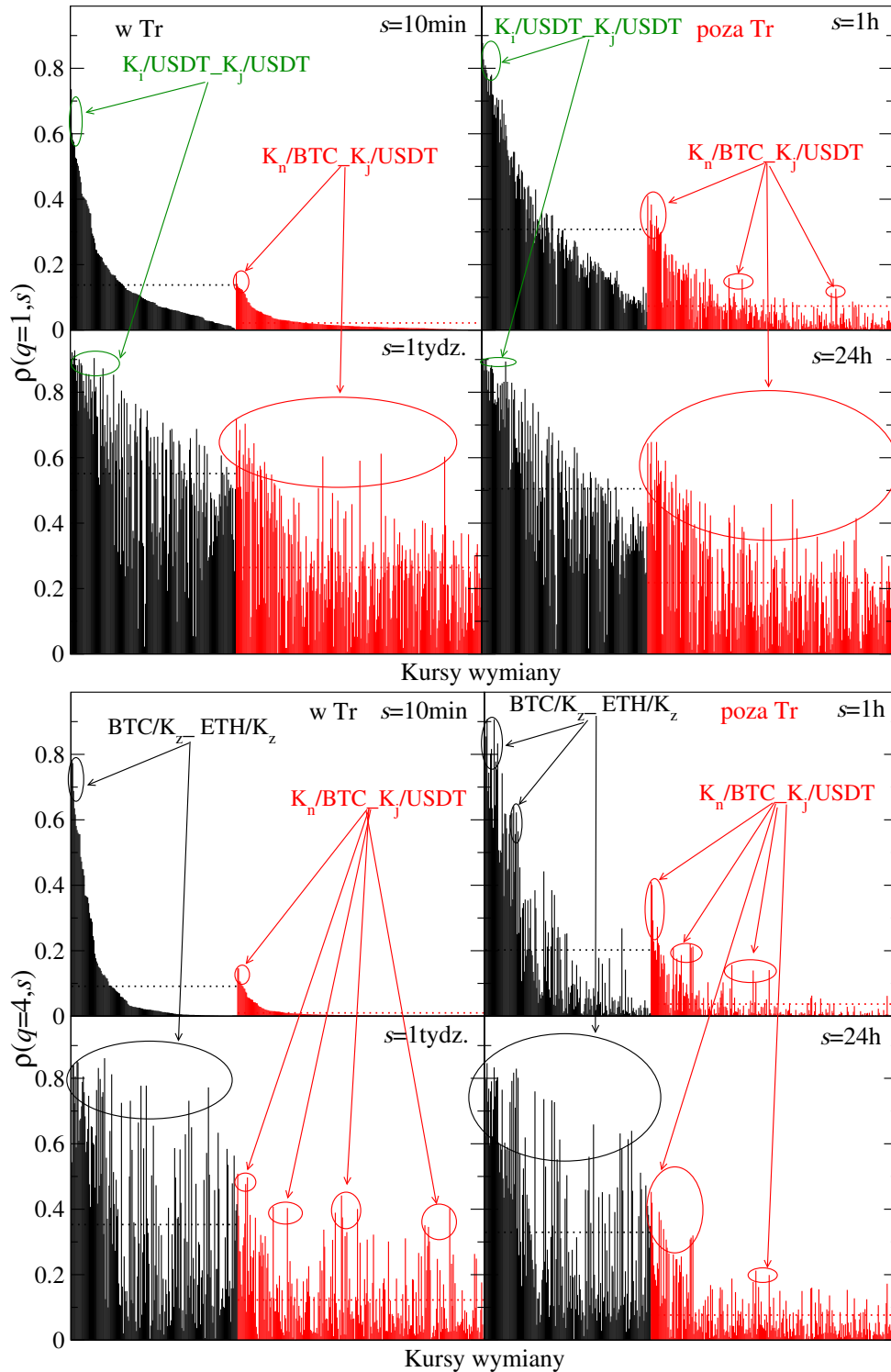
Kursy wymiany mające wspólną walutę bazową cechują się średnio ponad dwukrotnie wyższymi korelacjami niż te nie będące w relacji trójkąta. Najsilniej skorelowane są generalnie kryptowaluty ($K_i, K_j = \text{BCH, BNB, BTC, ETH, LTC, NEO, } K_n \neq K_j$) wyrażone w USDT. Związane jest to z najmniejszą zmiennością kryptowaluty USDT, która jest związana z USD relacją bliską jeden do jednego. Użycie USDT jako waluty bazowej praktycznie odpowiada wyrażeniu danej kryptowaluty w walucie fiducjarnej USD.

Dla $q = 4$ wyróżnia się przypadek korelacji pomiędzy BTC i ETH, gdy walutą bazową jest BNB. Dla grupy kursów wymiany nie będących w relacji trójkąta najsilniej skorelowane są kryptowaluty wyrażone w BTC i USDT (K_n/BTC z K_j/USDT , gdzie $K_n = \text{BAT, BCH, BNB, ETH, ICX, IOTA, LTC, LSK, NEO, XLM}$ oraz $K_j = \text{BCH, BNB, BTC, ETH, LTC, NEO, } K_n \neq K_j$). Zostało to już zauważone przy okazji przykładu c) na rysunku 5.10. Poziomy korelacji dla średnich fluktuacji ($q = 1$) są wyższe w porównaniu do największych fluktuacji ($q = 4$) w obu grupach.

Na rysunku 5.12 przedstawiono korelacje pomiędzy wszystkimi kursami wymiany dla czterech wybranych skal czasowych: 10 minut, godzina, 24 godziny i tydzień, dla $q = 1$ i $q = 4$, z podziałem na będące w relacji trójkąta i poza relacją trójkąta. Poziomy korelacji zostały posortowane malejąco dla najmniejszej skali czasowej $s = 10$ minut. Kolejność ta została zachowana na pozostałych skalach czasowych. Tak samo jak w przypadku giełdy Kraken, średnie poziomy korelacji rosną wraz z długością skali czasowej. Natomiast najwyższe poziomy korelacji, dla kursów wymiany mających wspólną walutę bazową, praktycznie nie zmieniają się wraz z s . Dla $q = 1$ są to korelacje pomiędzy kryptowalutami ($K_i, K_j = \text{BCH, BNB, BTC, ETH, LTC, NEO, } K_i \neq K_j$) wyrażonymi w USDT. Dla $q = 4$ są to przypadki korelacji pomiędzy najbardziej płynnymi kryptowalutami – BTC i ETH – wyrażonymi we wspólnej walucie bazowej (BTC/K_z z ETH/K_z , gdzie $K_z = \text{BAT, BCH, BNB, ICX, IOTA, LTC, LSK, NEO, USDT, XLM}$).

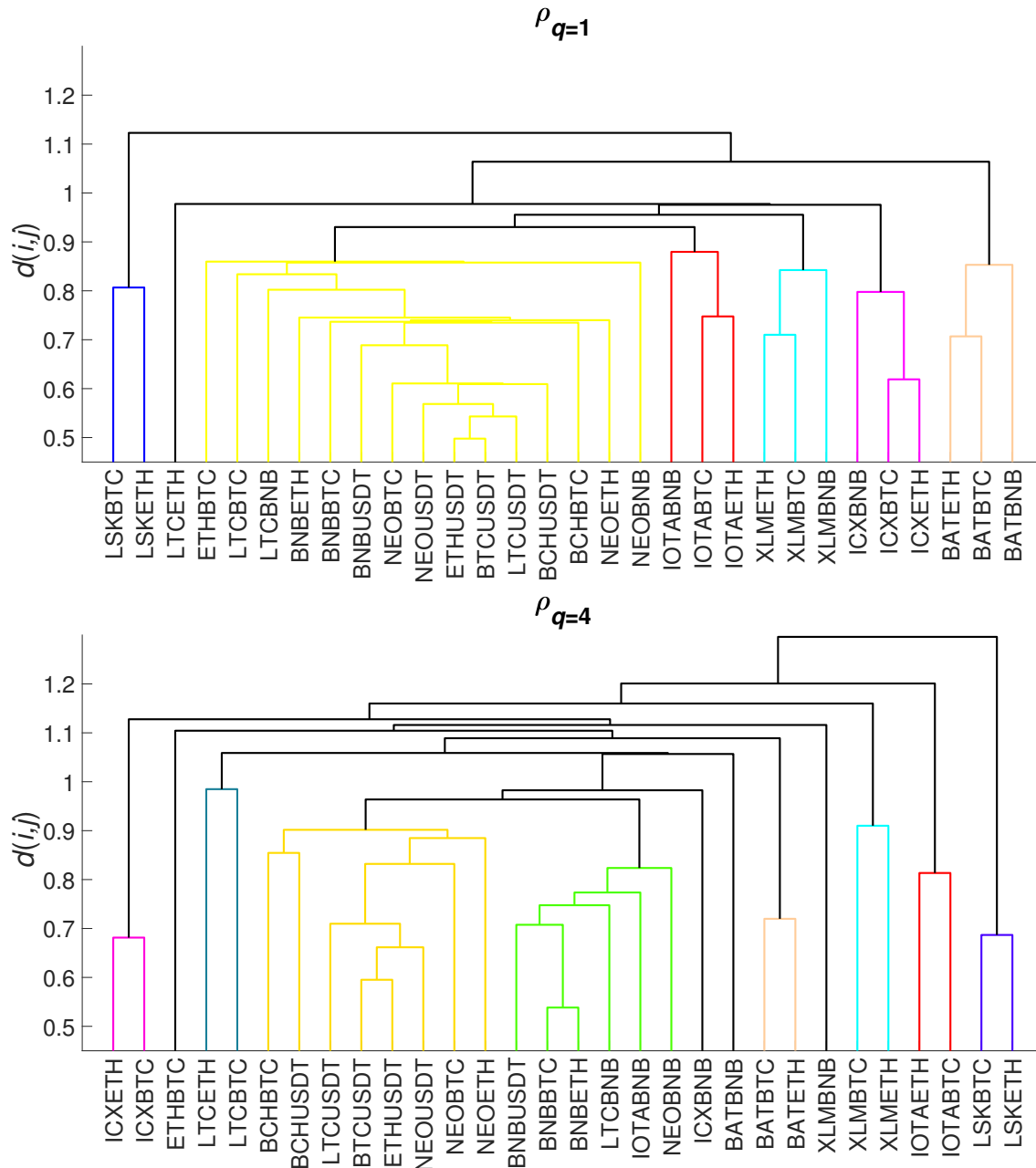
Najsilniej skorelowane na wszystkich skalach w grupie kursów wymiany nieposiadających wspólnej waluty bazowej są relacje pomiędzy kursami wyrażonymi w BTC i USDT (K_n/BTC z K_j/USDT , gdzie $K_n = \text{BAT, BCH, BNB, ETH, ICX, IOTA, LTC, LSK, NEO, XLM, } K_n \neq K_j$). Związane jest to z już wcześniej skomentowanym faktem, że kurs wymiany BTC/USDT jest najbardziej płynną parą na giełdzie Binance. Powoduje to najszybszą synchronizację rynku dla różnych kryptowalut wyrażonych w USDT i BTC. Przez to korelacje są mocniejsze w porównaniu do rzadziej handlowanych kryptowalut.

Największa różnica w poziomie korelacji dla kursów wymiany będących w relacji trójkąta i tych nie posiadających wspólnej waluty bazowej jest obserwowana na najkrótszej rozważanej skali czasowej $s = 10$ min. Można wiązać to z czasem potrzebnym na synchronizację rynku. W przypadku wspólnej waluty bazowej jest on krótszy z uwagi na relacje trójkąta i możliwość dokonywania w ten sposób arbitrażu. Brak wspólnej waluty bazowej nie pozwala na bezpośrednie dokonywanie



Rysunek 5.12: Wartości bezwzględne współczynnika $\rho(q = 1, s)$ i $\rho(q = 4, s)$ dla czterech skal czasowych pomiędzy wszystkimi kursami wymiany z giełdy Binance w relacji trójkąta (w Tr) i poza trójkątem (poza Tr). Poziomy korelacji posortowano malejąco względem skali $s = 10$ minut, a na kolejnych skalach zachowano kolejność. Poziomymi liniami zaznaczono średnie wartości korelacji w grupie kursów wymiany ze wspólną walutą bazową i bez. Dodatkowo zaznaczono przypadki: K_i/USDT z K_j/USDT dla $q = 1$ (gdzie $K_i, K_j = \text{BCH, BNB, BTC, ETH, LTC, NEO, } K_i \neq K_j$) oraz BTC/K_z z ETH/K_z dla $q = 4$ (gdzie $K_z = \text{BAT, BCH, BNB, ICX, IOTA, LTC, LSK, NEO, USDT, XLM}$), a także poza relacją trójkąta – K_n/BTC z K_j/USDT dla $q = 1$ i $q = 4$ (gdzie $K_n = \text{BAT, BCH, BNB, ETH, ICX, IOTA, LTC, LSK, NEO, XLM, } K_n \neq K_j$).

arbitrażu, przez co czas potrzebny na synchronizację jest dłuższy. Po odpowiednio długim czasie również w tym przypadku rynek się synchronizuje. Dlatego różnice pomiędzy poziomami korelacji w grupie kursów wymiany ze wspólną bazą i poza relacją trójkąta na większych skalach czasowych są mniejsze.



Rysunek 5.13: Dendrogramy dla $\rho(q = 1, \bar{s})$ i $\rho(q = 4, \bar{s})$ odpowiadające korelacjom krzyżowym przedstawionym na rysunku 5.11.

Rysunek 5.13 przedstawia hierarchiczną strukturę korelacji pomiędzy 30 kursami wymiany z giełdy Kraken (nie uwzględniono najslabiej skorelowanej z pozostałymi pary LSK/BNB). W górnej części znajduje się dendrogram wyznaczony przy pomocy algorytmu aglomeracyjnego grupowania hierarchicznego z miary odległości $d(i, j)$ (wzór 5.6) dla $\rho(q = 1, \bar{s})$. Dolny dendrogram został wyznaczony dla $\rho(q = 4, \bar{s})$. Odległości $d(i, j)$ na osi y odpowiadają korelacjom krzyżowym przedstawionym na

rysunku 5.11. Można zauważyć mniejsze odległości pomiędzy kursami wymiany dla $q = 1$, które korespondują ze średnio silniejszymi korelacjami niż dla $q = 4$. Na poziomie dużych fluktuacji ($q = 4$) wyodrębniają się za to dwa duże klastry kryptowalut – wyrażonych odpowiednio w USDT i BNB.

Dla $q = 1$ osobna grupa kryptowalut wyrażonych w BNB nie występuje. Mniej płynne kryptowaluty, takie jak: LSK, ICX, BAT, XLM i IOTA wyrażone w BTC, BNB i ETH, tworzą swoje podklastry. Klaster kryptowalut wyrażonych w USDT dla $q = 1$ zlewa się z kursami wyrażonymi również w BTC, BNB i ETH. Znajdują się w nim kursy wymiany nie posiadające wspólnej waluty bazowej m.in BNB/USDT i NEO/BTC. Oznacza to, że najbardziej płynne kryptowaluty są w ramach swojej grupy silniej skorelowane. Natomiast mniej płynne są skorelowane w mniejszym stopniu z pozostałymi.

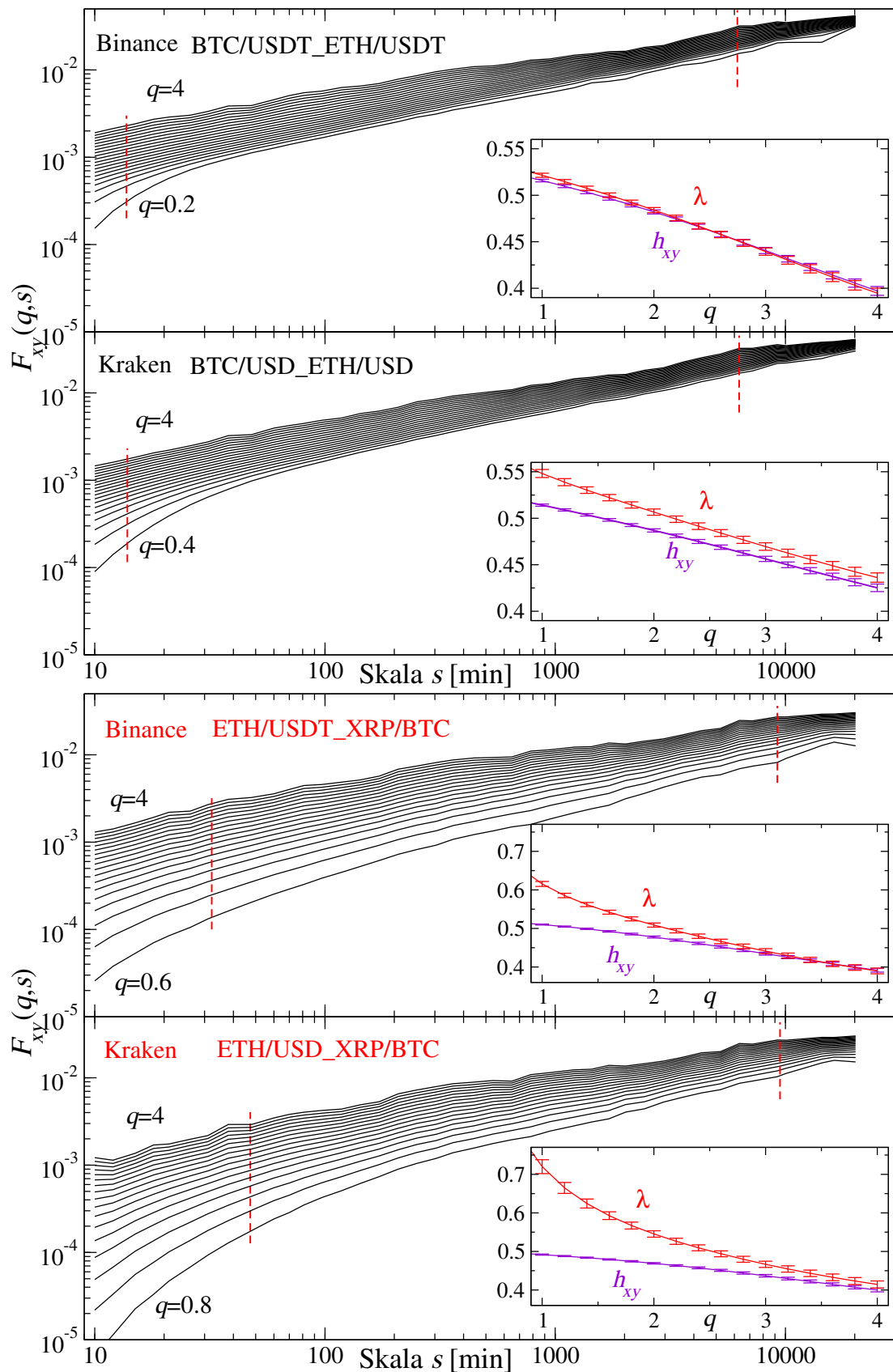
Dla $q = 4$ głównym spoiwem korelacji jest wspólna waluta bazowa. W klastry nie łączą się kryptowaluty spoza relacji trójkąta. Jest to dość zrozumiałe, w przypadku dużej fluktuacji na danej kryptowalucie „ciągnie” ona za sobą inne kryptowaluty w niej wyrażone. Efekt taki został również zaobserwowany na rynku Forex w trakcie wydarzeń powodujących znaczne zwiększenie zmienności na rynku. Zostało to pokazane w pracy [72] dla franka szwajcarskiego (CHF) podczas interwencji szwajcarskiego banku narodowego (SNB) w 2011 i 2015 roku oraz dla funta brytyjskiego po wynikach referendum brexitowego w 2016 roku.

5.2.3 Porównanie giełd kryptowalutowych, arbitraż trójkątny

W poprzednich dwóch podrozdziałach przeanalizowane zostały korelacje pomiędzy kursami wymiany notowanymi na giełdach Kraken i Binance. W tym porównanie zostaną bezpośrednio korelacje krzyżowe dla par występujących jednocześnie na obu giełdach (USD i USDT są traktowane jako ta sama waluta bazowa). Analiza własności rozkładów stóp zwrotu oraz funkcji autokorelacji dla kursów wymiany z obu giełd została przedstawiona w rozdziale 3.3, a porównanie charakterystyk multifraktalnych w rozdziale 4.3.3.

W pierwszym kroku multifraktalnej analizy korelacji pomiędzy kursami wymiany notowanymi na obu giełdach przeanalizowane zostały funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$. Na rysunku 5.14 pokazane zostały przypadki najsilniej skorelowanych ze sobą kursów będących w relacji w trójkąta: BTC/USDT z ETH/USDT (dla Krakena USD) – górny panel, oraz będących poza relacją trójkąta: ETH/USDT (dla Krakena USD) z XRP/BTC – dolny panel. Podobnie jak w podrozdziale 5.1, tutaj również przedstawiono funkcje fluktuacji dla $q > 0$. Dla ujemnych q $F_{xy}(q, s)$ zmieniały znak wraz z s , co oznacza brak korelacji krzyżowych na poziomie najmniejszych fluktuacji. Zarówno w przypadku korelacji pomiędzy kursami wymiany będącymi w relacji trójkąta, jak i poza tą relacją, można zauważyć lepszą jakość skalowania na giełdzie Binance w porównaniu do giełdy Kraken. Przejawia się to w większym możliwym wyborze zakresu skalowania s_{\min} i s_{\max} . Na rysunku 5.14 pokazano tylko funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ dla których można było wybrać satysfakcjonujące skalowanie (zaznaczono dolny limit q). Widoczna jest również różnica w jakości skalowania w ramach jednej giełdy pomiędzy przypadkami ze wspólną walutą bazową i bez.

Różnice w organizacji korelacji pomiędzy dwoma szeregami czasowymi na obu giełdach są dobrze widoczne w zachowaniu wykładników $h_{xy}(q)$ i $\lambda(q)$, które zostały pokazane na mniejszych oknach rysunku 5.14. Dla najsilniej skorelowanych z



Rysunek 5.14: Funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ z krokiem $q = 0.2$ obliczone dla korelacji pomiędzy kursami wymiany występującymi jednocześnie na giełdach Binance i Kraken. W mniejszych oknach przedstawiono wykładnik skalowania $\lambda(q)$ oraz średnią z uogólnionych wykładników Hursta $h_{xy}(q) = (h_x(q) + h_y(q))/2$, oszacowane z zakresu skal zaznaczonego przerywanymi liniami.

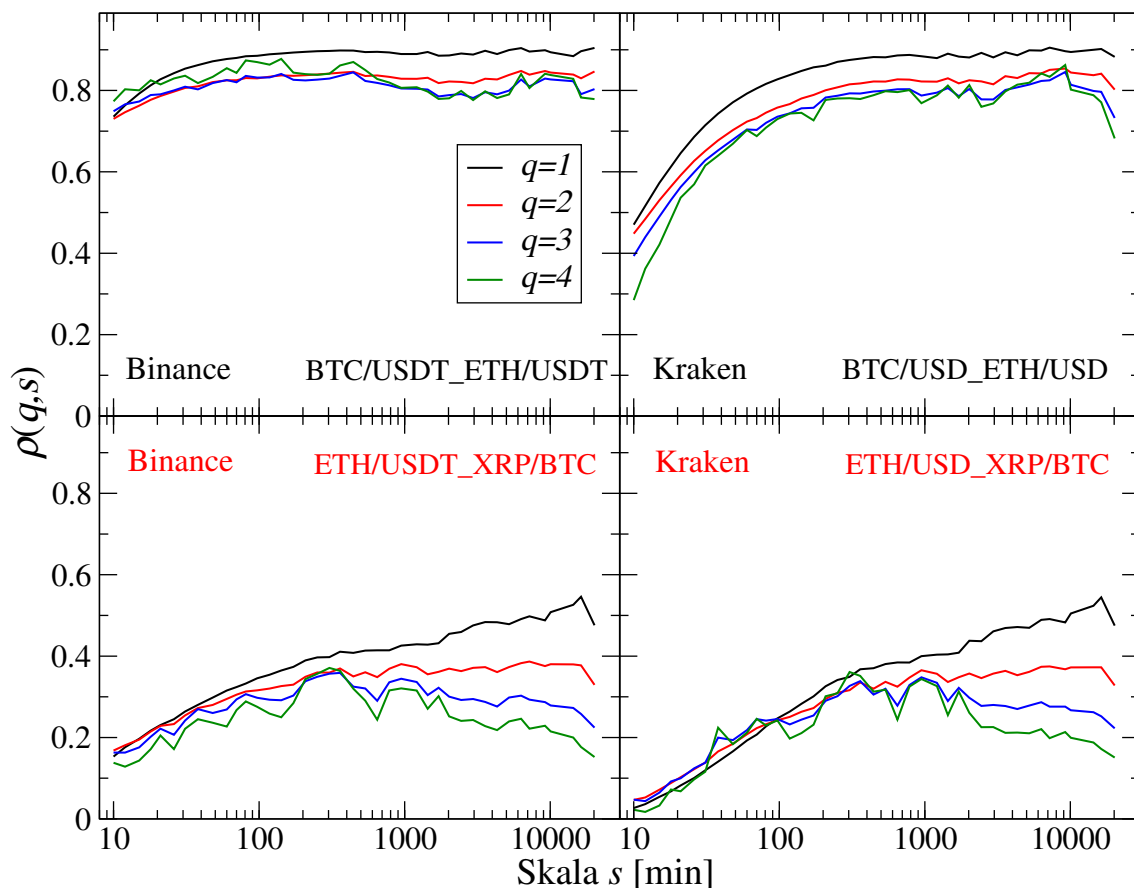
sobą kursów wymiany BTC/USDT z ETH/USDT – na giełdzie Binance – różnica $d_{xy}(q) = \lambda(q) - h_{xy}(q)$ jest bliska zeru. W przypadku giełdy Kraken jest ona dodatnia. Dla najmocniejszych korelacji spoza relacji trójkąta – ETH/USD z XRP/BTC – różnica $d_{xy}(q)$ jest znacząco większa w przypadku giełdy Kraken. Świadczy to o większej synchronizacji multifraktałnych korelacji na giełdzie Binance. Można również zaobserwować słabszą synchronizację korelacji wśród kursów wymiany nie posiadających wspólnej waluty bazowej w porównaniu do tych będących w relacji trójkąta na obu giełdach. Widać to w większej różnicy $d_{xy}(q)$ dla korelacji pomiędzy kursami wymiany spoza relacji trójkąta, a zwłaszcza dla $q \in [1, 3]$.

Jak już pokazano w podrozdziale 5.1, wnioskiem płynącym z analizy różnicy pomiędzy $h_{xy}(q)$ i $\lambda(q)$ odpowiada bezpośrednio zachowanie zdetrendowanego współczynnika korelacji $\rho(q, s)$. Został on przedstawiony dla czterech powyżej omówionych przypadków na rysunku 5.15. Korelacje pomiędzy kursami wymiany na giełdzie Kraken są zdecydowanie niższe na najmniejszych skalach. Dla przypadku braku wspólnej waluty bazowej na giełdzie Kraken są bliskie zera. Można również zaobserwować wyraźny wzrost poziomu korelacji wraz ze wzrostem skali czasowej. Odpowiada to dodatniej wartości różnicy $d_{xy}(q)$, która została przedstawiona na mniejszych oknach rysunku 5.14. Z kolei współczynnik korelacji $\rho(q, s)$ pomiędzy dwoma najbardziej płynnymi kursami wymiany: BTC/USDT i ETH/USDT na giełdzie Binance praktycznie nie zależy od skali czasowej. W tym przypadku $d_{xy}(q)$ wynosi zero. Z kolei bliska zera wartość $d_{xy}(q = 4)$ dla korelacji między kursami nie będącymi w relacji trójkąta: ETH/USDT i XRP/BTC na giełdzie Binance odpowiada słabej zależności od s współczynnika $\rho(q = 4, s)$ na rysunku 5.15. Natomiast od skali czasowej około 300 minut poziomy korelacji na obu giełdach w przedstawionych na rysunku 5.15 przypadkach przestają się różnić.

Tablica 5.1: Porównanie średnich korelacji pomiędzy kursami wymiany notowanymi jednocześnie na giełdach Binance i Kraken – będącymi w relacji trójkąta i poza – na różnych skalach czasowych.

Skala czasowa s	$\rho(q = 1, s)$		$\rho(q = 4, s)$	
	Binance	Kraken	Binance	Kraken
Tr $s=10\text{min}$	0,163	0,092	0,117	0,029
P $s=10\text{min}$	0,045	0,029	0,021	0,005
Tr $s=1\text{h}$	0,309	0,229	0,208	0,162
P $s=1\text{h}$	0,120	0,086	0,061	0,070
Tr $s=24\text{h}$	0,490	0,479	0,262	0,259
P $s=24\text{h}$	0,299	0,287	0,120	0,123
Tr $s=1\text{ tydz.}$	0,573	0,570	0,276	0,276
P $s=1\text{ tydz.}$	0,381	0,380	0,139	0,137

W dalszej części analizy porównano korelacje krzyżowe pomiędzy wszystkimi dwunastoma kursami wymiany (wyszczególnionymi w rozdziale 3.3) występującymi jednocześnie na obu giełdach. Łącznie jest to 66 wzajemnych relacji. Wyniki zostały przedstawione w tabeli 5.1. Znajdują się w niej średnie wartości korelacji krzyżowych w grupie kursów wymiany znajdujących się w relacji trójkąta (Tr) i poza relacji trójkąta (P, na czerwono). Przedstawiono wyniki dla czterech skal czasowych: 10 minut, godzina, 24 godziny i tydzień, dla średnich ($q = 1$) i największych fluktuacji ($q = 4$). Na skali czasowej $s = 10$ minut średnie poziomy korelacji w obu grupach



Rysunek 5.15: Porównanie korelacji $\rho(q, s)$ pomiędzy wybranymi kursami wymiany występującymi jednocześnie na giełdach Binance i Kraken. Górne panele – kursy wymiany znajdują się w relacji trójkąta, dolne panele – nie.

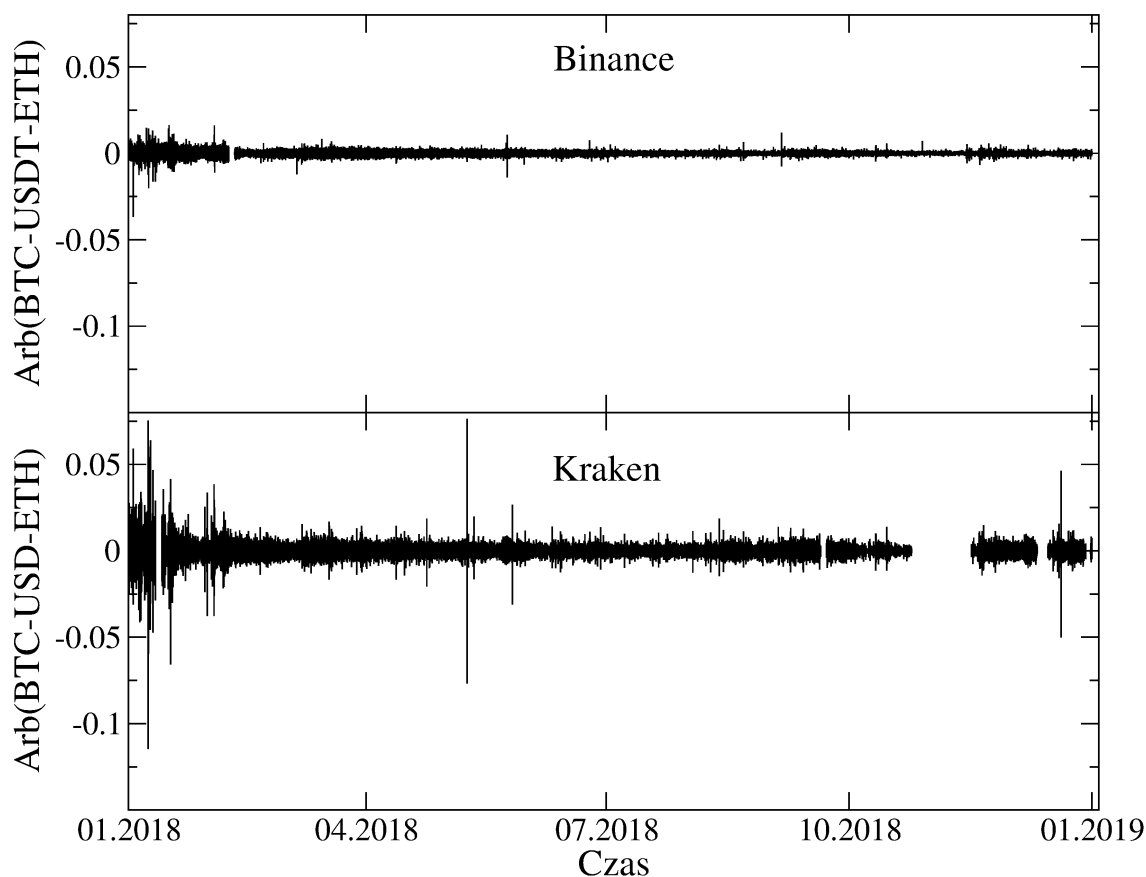
są wyższe na giełdzie Binance. Na Krakenie dla $s = 10$ minut w grupie kursów wymiany nie spełniających relacji trójkąta są one bliskie zera. Dla skali godzinnej korelacje są wyższe na giełdzie Binance, oprócz przypadku $q = 4$ w grupie kursów wymiany będących poza relacją trójkąta. Dla skal czasowych: $s = 24$ godziny i $s = 1$ tydzień korelacje pomiędzy kursami wymiany na obu giełdach nie różnią się.

W podrozdziale 3.3 w tabeli 3.1 zostało pokazane, że kursy wymiany na giełdzie Binance charakteryzują się większym wolumenem i częstotliwością handlu niż ich odpowiedniki na giełdzie Kraken. Niższy poziom korelacji na najmniejszych skalach na giełdzie Kraken może być więc powiązany z wolniejszą synchronizacją rynku. Przez rzadszy handel informacja potrzebuje więcej czasu na rozprzestrzenienie się. Przekłada się to bezpośrednio na okazje w ramach arbitrażu trójkątnego. Zostały one obliczone jako suma stóp zwrotu z kursów wymiany:

$$\text{Arb}(A\text{-}B\text{-}C, t) = R(A/B, t) + R(B/C, t) + R(C/A, t), \quad (5.7)$$

gdzie $R(A/B, t)$ obliczono ze wzoru (5.3), a A, B i C oznaczają kryptowaluty (w przypadku Krakena również walutę USD). Porównanie okazji arbitrażowych na giełdach Binance i Kraken w trójkącie zawierającym: BTC/USDT, BTC/ETH i ETH/USDT zostało przedstawione na rysunku 5.16. Największe możliwości arbitrażu występowały na obu giełdach na początku 2018 roku – w okresie największej zmienności towarzyszącej krachowi na rynku kryptowalut. Na giełdzie Kraken przyjmowały

one zdecydowanie większe wartości.



Rysunek 5.16: Porównanie okazji arbitrażowych w relacji trójkąta zawierającej: BTC/USDT, BTC/ETH i ETH/USDT na giełdach Binance i Kraken (w przypadku Krakena USD zamiast USDT).

Porównanie największych okazji arbitrażowych oraz średniej z wszystkich dla każdej możliwej relacji trójkąta z par notowanych na obu giełdach znajduje się w tabeli 5.2. Zarówno maksymalne, jak i średnie z okazji arbitrażowych są zdecydo-

Tablica 5.2: Okazje w ramach arbitrażu trójkątnego na giełdach Binance i Kraken w 2018 roku (w przypadku Krakena USD zamiast USDT).

Trójkąt	Kraken		Binance	
	Średnia	Max	Średnia	Max
BTC-USDT-ETH	0,0017	0,1147	0,0006	0,0367
BTC-USDT-BCH	0,0028	0,4701	0,003	0,0793
BTC-USDT-LTC	0,0019	0,2016	0,0009	0,093
ETC-ETH-BTC	0,0019	0,246	0,0014	0,063

wanie niższe na giełdzie Binance. Na obu giełdach najmniejsze okazje arbitrażowe występują w relacji trójkąta, w skład której wchodzi najczęściej handlowane kursy wymiany: BTC/USDT, BTC/ETH i ETH/USDT. Wszystkie okazje arbitrażowe w ramach relacji trójkąta pomiędzy kursami występującymi osobno na obu giełdach zostały zamieszczone w dodatku A.

Podsumowując rozdział o korelacjach krzyżowych w ramach jednej giełdy na rynku kryptowalut, można stwierdzić, że im dane pary kryptowalutowe są częściej handlowane, tym bardziej zsynchronizowane są ich fluktuacje. Odpowiada to wysokim wartościom korelacji na najkrótszych skalach czasowych oraz słabej zależności poziomu korelacji od s , co przekłada się na niewielką różnicę $d_{xy}(q)$. Okazje arbitrażowe w relacji trójkąta, w skład której wchodzi najbardziej płynne kursy wymiany, występują najrzadziej oraz są najmniejsze. Drugą obserwacją jest to, że korelacje pomiędzy kursami wymiany nie posiadającymi bezpośredniego połączenia w postaci waluty bazowej są niższe, zwłaszcza na najmniejszych skalach czasowych, w porównaniu do posiadających wspólną walutę bazową. Trzecim zaobserwowanym faktem jest to, że korelacje na poziomie dużych fluktuacji (dla $q = 4$) są średnio mniejsze niż na poziomie średnich fluktuacji (dla $q = 1$). Różnica ta jest jednak mniejsza niż w przypadku rynku Forex, co zostanie pokazane w rozdziale 5.4.

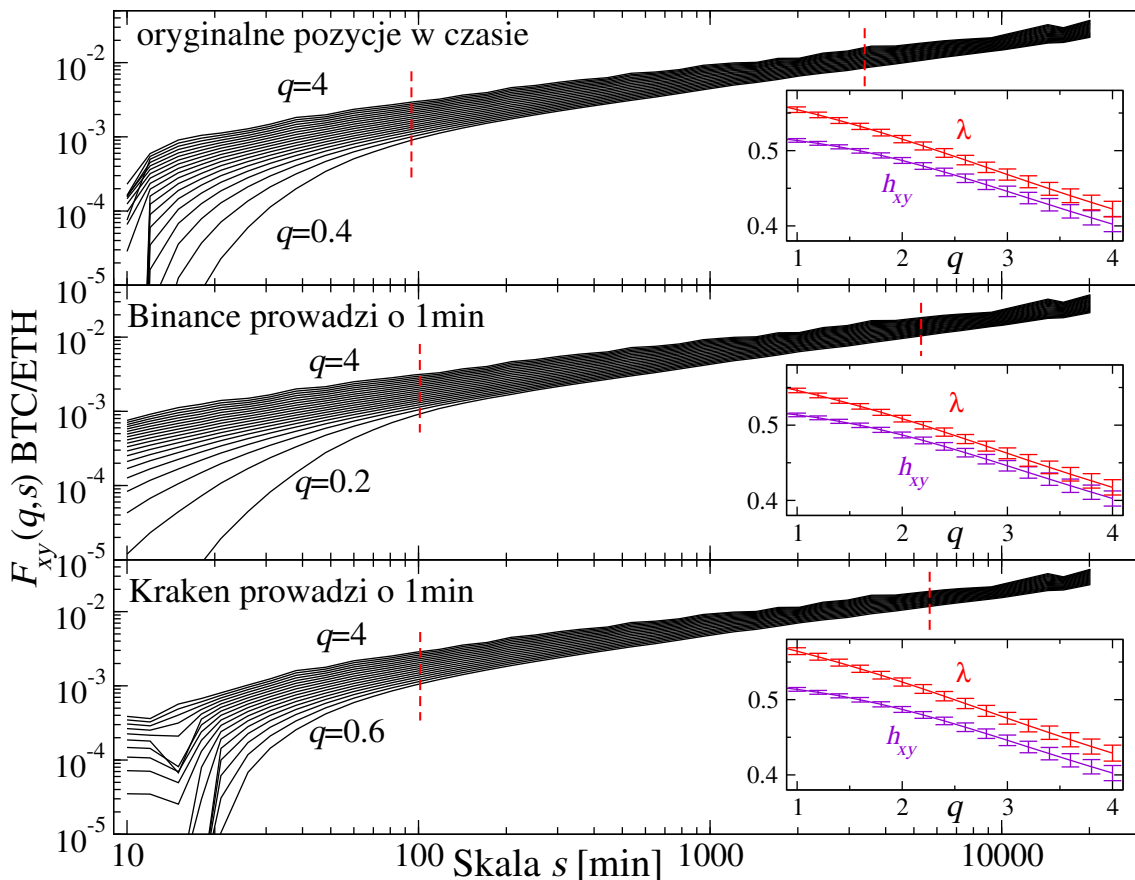
5.3 Korelacje i arbitraż pomiędzy giełdami

W podrozdziale 5.2.3 pokazano, że poziomy korelacji krzyżowych dla kursów wymiany notowanych na giełdzie Kraken są niższe na skalach czasowych do około 300 minut w porównaniu z ich odpowiednikami na giełdzie Binance. Giełdę Kraken cechuje również wyższa wartość $d_{xy}(q)$ w porównaniu do giełdy Binance, za co odpowiada większy wzrost $\rho(q, s)$ wraz z długością skali s w przypadku korelacji pomiędzy kursami wymiany na Krakenie. Tę obserwację powiązano z częstszym handlem (krótszym czasem wewnętrznym) na giełdzie Binance. Różnice pomiędzy statystycznymi własnościami kursów wymiany notowanych na obu giełdach zostały przedstawione w rozdziale 3.3. Giełda Binance cechuje się zdecydowanie większą wartością wolumenu oraz krótszymi okresami bez handlu w porównaniu do Krakena. Ma to przełożenie na cieńsze ogony rozkładów stóp zwrotu oraz wcześniejszy koniec potęgowego zaniku funkcji autokorelacji dla modułów stóp zwrotu. Skutkiem tego są słabsze charakterystyki multifraktalne – węższe spektrum, silniejsza lewostronna asymetria – kursów wymiany na giełdzie Kraken w porównaniu do tych samych notowanych na giełdzie Binance. Szeregi czasowe rzadziej handlowanych par kryptowalutowych na giełdzie Kraken miały charakter monofrakalny, a ich wykładnik Hursta przyjmował wartości $H < 0.45$.

W tym rozdziale zostanie pokazane, że powyższe różnice mogą mieć przełożenie na korelacje pomiędzy obiema giełdami. W tym celu przeanalizowano trzy warianty korelacji krzyżowych dla tych samych kursów wymiany notowanych jednocześnie na obu giełdach: (1) oryginalna synchronizacja, (2) Binance wyprzedza Krakena – szereg czasowy na giełdzie Binance bez zmian, a na giełdzie Kraken przesunięty o Δt do przodu, (3) Kraken wyprzedza Binance – szereg czasowy na giełdzie Kraken bez zmian, a na giełdzie Binance przesunięty o Δt do przodu.

Na rysunku 5.17 przedstawiono funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ dla korelacji pomiędzy kursem BTC/ETH na giełdach Binance i Kraken w trzech powyższych wariantach synchronizacji dla $\Delta t = 1$ min. Zauważalne są różnice w jakości skalowania $F_{xy}(q, s)$. Najlepsze można zaobserwować dla przypadku (2), kiedy Binance prowadzi o minutę. Możliwy jest wtedy największy wybór zakresu q , dla których funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ mają satysfakcjonujące skalowanie. W tym wariantie synchronizacji występuje również najmniejsza różnica $d_{xy}(q) = \lambda(q) - h_{xy}(q)$. Najsłabsze skalowanie i największą różnicę $d_{xy}(q)$ można odnotować dla przeciwnego przypadku (3), gdy to

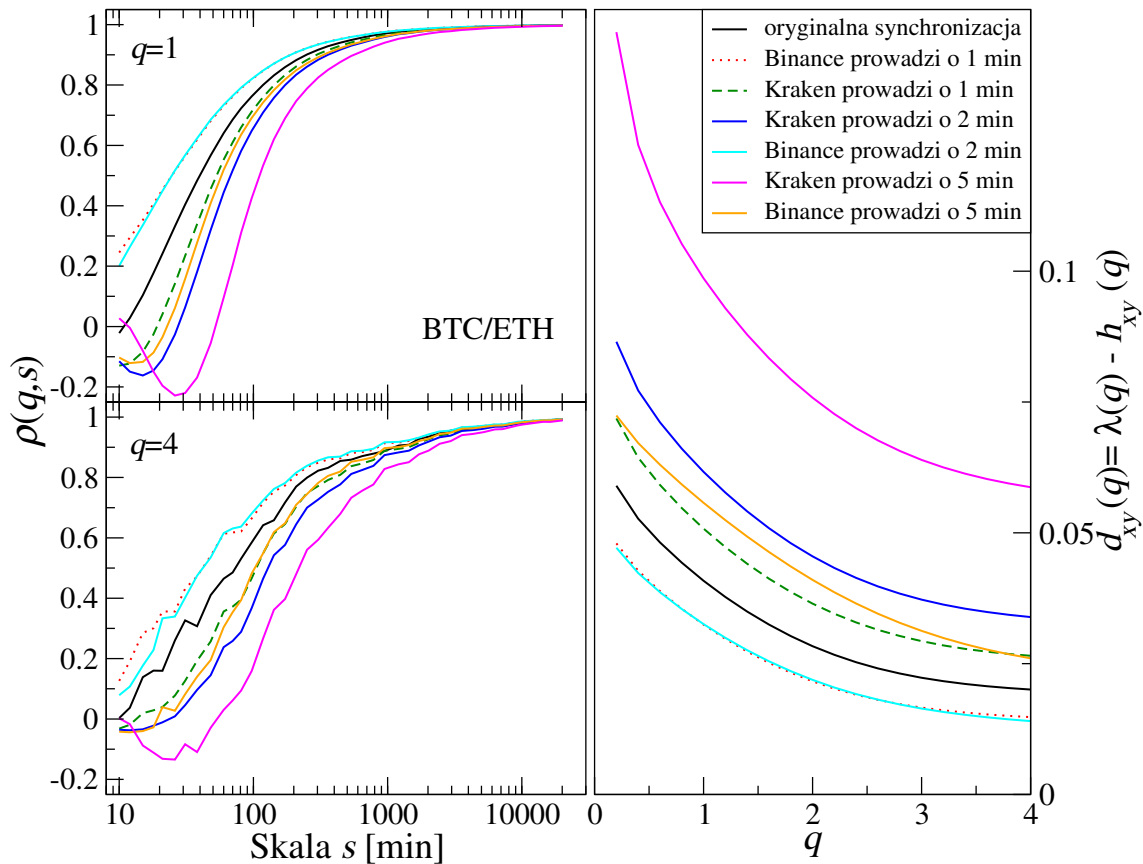
giełda Kraken prowadzi o minutę. Wariant oryginalnego położenia szeregów czasowych (1) jest pośredni.



Rysunek 5.17: Funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ z krokiem $q = 0.2$ obliczone dla korelacji pomiędzy kursem wymiany BTC/ETH na giełdach Binance i Kraken w 3 wariantach synchronizacji: (1) oryginalne pozycje w czasie, (2) Binance wyprzedza Krakena o $\Delta t = 1$ min, (3) Kraken wyprzedza Binance o $\Delta t = 1$ min. W mniejszym oknie przedstawiono wykładnik skalowania $\lambda(q)$ oraz średnią z uogólnionych wykładników Hursta $h_{xy}(q) = (h_x(q) + h_y(q))/2$, oszacowane z zakresu skal zaznaczonego przerywanymi liniami. Słupki błędów oznaczają błąd standardowy dla dopasowania regresją liniową.

Na rysunku 5.18 zostały pokazane korelacje pomiędzy kursem wymiany BTC/ETH na giełdach Binance i Kraken dla różnych wariantów synchronizacji. Oprócz przesunięcia o $\Delta t = 1$ min, rozważono również warianty z $\Delta t = 2$ min i $\Delta t = 5$ min. Najmniejsza wartość $d_{xy}(q)$ występuje dla przesunięcia o jedną i dwie minuty w przypadku, gdy giełda Binance prowadzi; dla oryginalnie zsynchronizowanych szeregów czasowych różnica $d_{xy}(q)$ jest wyższa. Dodatkowo wartości $d_{xy}(q)$ odpowiadają zachowaniu $\rho(q, s)$ – we wszystkich wariantach synchronizacji współczynnik korelacji rośnie wraz ze zwiększaniem skali czasowej. Dla oryginalnego położenia szeregów czasowych – na najmniejszej rozważanej skali $s = 10$ min – zarówno na poziomie średnich (dla $q = 1$), jak i największych fluktuacji (dla $q = 4$) przyjmuje on wartości bliskie zera. Natomiast w przypadku, gdy giełda Binance wyprzedza giełdę Kraken o minutę, korelacje są najsilniejsze. Nieco niższe wartości $\rho(q, s)$ można zaobserwować w przypadku, gdy Binance prowadzi o dwie minuty, ale są one również wyższe

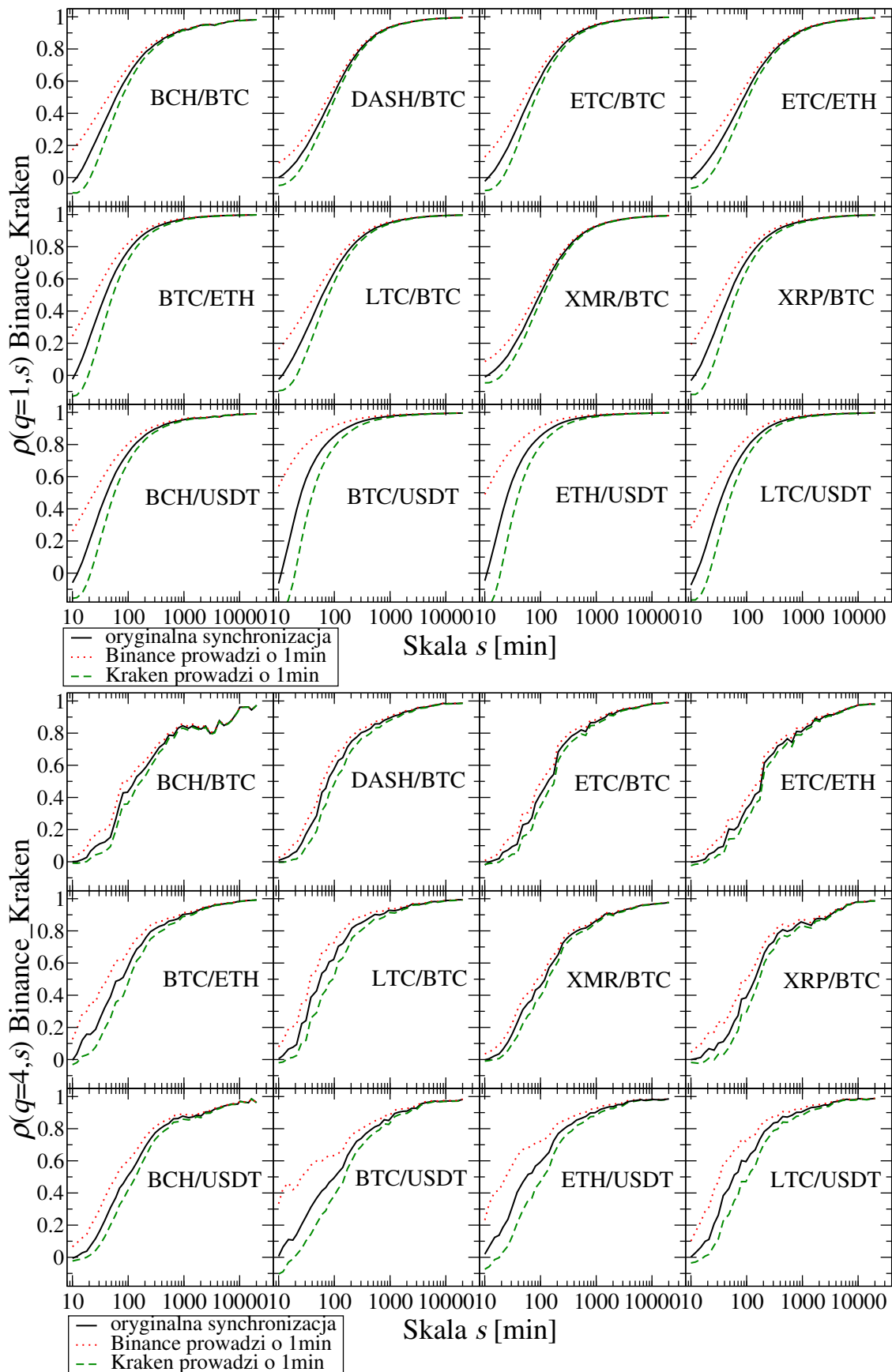
od poziomów korelacji krzyżowych dla oryginalnie położonych szeregów. Wartości $\rho(q, s)$ we wszystkich wariantach synchronizacji na odpowiednio dużej skali czasowej zbiegają do wartości 1. Jest to spodziewany efekt, ponieważ rozważane są korelacje pomiędzy tym samym kursem wymiany, tyle że na dwóch różnych giełdach.



Rysunek 5.18: Korelacje $\rho(q, s)$ pomiędzy kursem wymiany BTC/ETH na giełdach Binance i Kraken w trzech wariantach synchronizacji: (1) oryginalne pozycje w czasie, (2) Binance wyprzedza Krakena o Δt , (3) Kraken wyprzedza Binance o Δt – panele po lewej stronie. Różnica $d_{xy}(q)$ dla trzech wariantów synchronizacji – prawy panel.

Efekt wyprzedzania kursów wymiany z giełdy Kraken przez ich odpowiedniki z giełdy Binance jest również widoczny w pozostałych jedenastu przypadkach korelacji pomiędzy tymi samymi kursami wymiany notowanymi na obu giełdach. Zostało to pokazane na rysunku 5.19, przy pomocy $\rho(q, s)$ obliczonego w trzech wariantach synchronizacji z $\Delta t = 1$ min. Wszystkie wartości korelacji krzyżowych w wariantach (2) – gdy giełda Binance prowadzi – są większe od oryginalnej synchronizacji. Poziomy korelacji na najmniejszych skalach czasowych zależą od płynności kursów wymiany. Najbardziej płynne – BTC/USDT i ETH/USDT – są silniej skorelowane pomiędzy giełdami w porównaniu do mniej płynnych. Wraz ze wzrostem skali s wartości $\rho(q, s)$ we wszystkich przypadkach korelacji krzyżowych zbiegają do 1. Dla $q = 4$ dzieje się to wolniej oraz poziomy korelacji są niższe. Można to interpretować poprzez występowanie większych różnic pomiędzy giełdami na poziomie największych fluktuacji.

Uzyskane wyniki można tłumaczyć większą częstotliwością handlu na giełdzie Binance. Gdy zostanie dokonana na niej transakcja, a w tym czasie na giełdzie



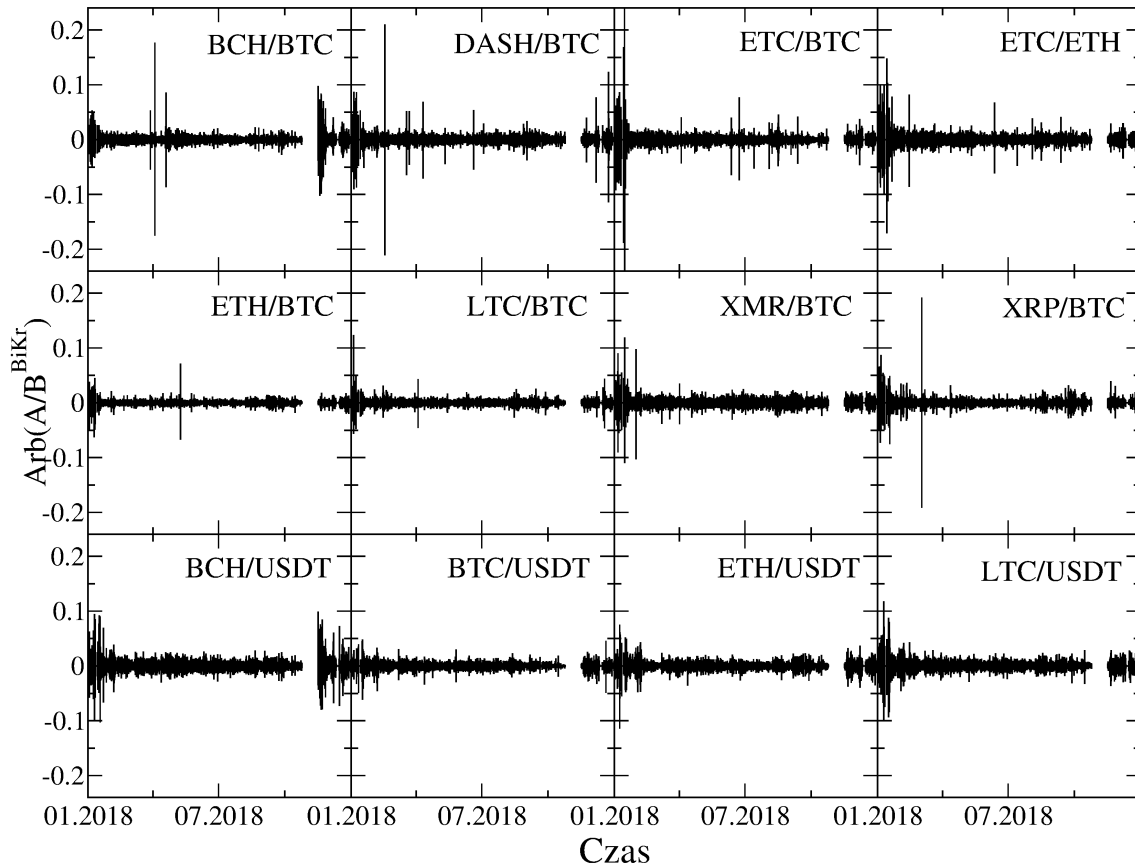
Rysunek 5.19: Korelacje $\rho(q, s)$ pomiędzy kursami wymiany notowanymi jednocześnie na giełdach Binance i Kraken w trzech wariantach synchronizacji: (1) oryginalne pozycje w czasie, (2) Binance wyprzedza Krakena o $\Delta t = 1$ min, (3) Kraken wyprzedza Binance o $\Delta t = 1$ min (w przypadku Krakena użyto USD zamiast USDT).

Kraken nie był prowadzony handel, następna transakcja na Krakenie będzie już uwzględniać to, co zaszło na giełdzie Binance.

Zaobserwowany efekt wyprzedzania kursów wymiany z giełdy Kraken przez ich odpowiedniki z giełdy Binance jest również widoczny na okazjach arbitrażowych pomiędzy dwoma giełdami przy oryginalnej synchronizacji. Przedstawiono je dla wszystkich dwunastu kursów wymiany na rysunku 5.20. Możliwości arbitrażowe zostały obliczone jako różnica pomiędzy stopami zwrotu z kursu wymiany na giełdzie Binance i stopami zwrotu z kursu wymiany na giełdzie Kraken:

$$\text{Arb}(A/B^{(\text{BiKr})}, t) = R(A/B^{(\text{Bi})}, t) - R(A/B^{(\text{Kr})}, t), \quad (5.8)$$

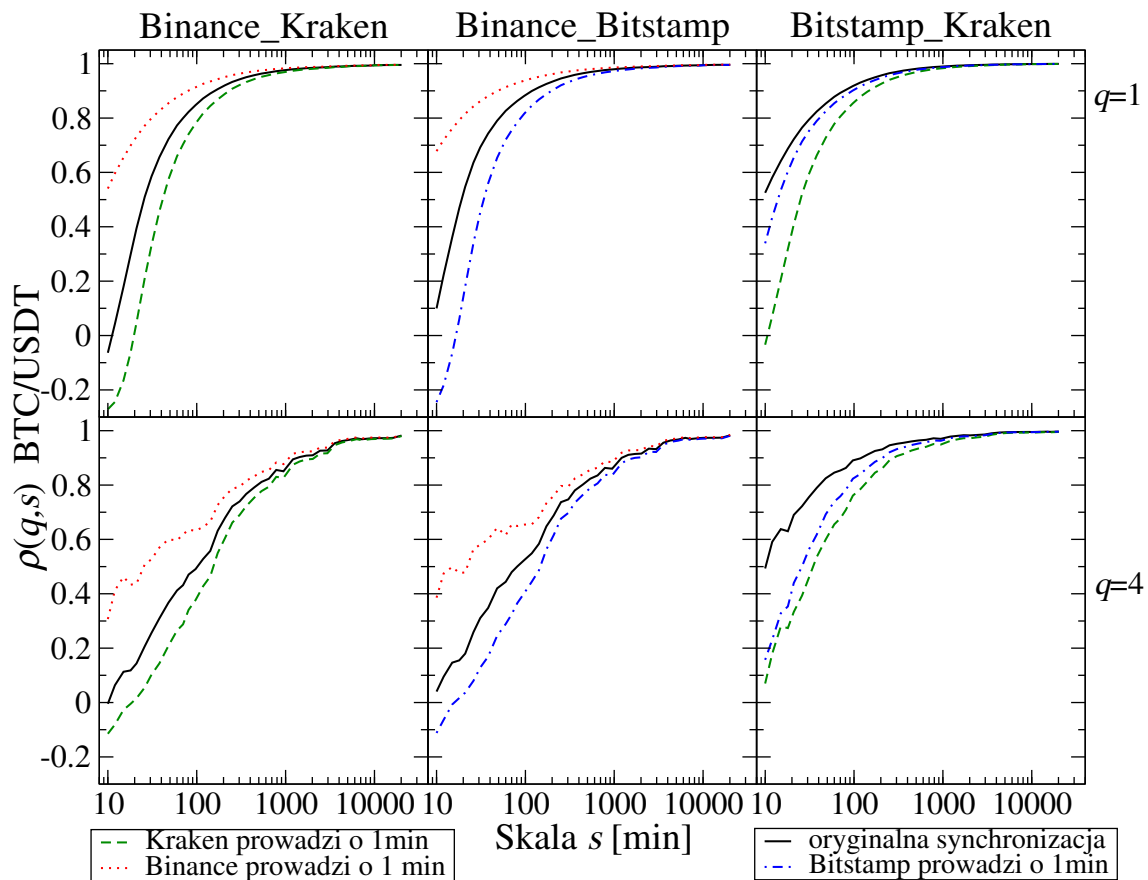
gdzie $R(A/B, t)$ obliczono ze wzoru (5.3), a A i B oznaczają kryptowaluty (w przypadku Krakena również walutę USD). Wartości znacząco odbiegające od zera oznaczają możliwość dokonania arbitrażu pomiędzy giełdami. Największe okazje występują na najmniej płynnych parach kryptowalutowych wśród dwunastu rozważanych: DASH/BTC, ETC/BTC i ETC/ETH. Z kolei na najpłynniejszych parach, takich jak: BTC/USDT, ETH/USDT i LTC/USDT okazje arbitrażowe są najrzadsze oraz przyjmują niższe wartości w porównaniu do mniej płynnych kursów wymiany.



Rysunek 5.20: Różnice pomiędzy stopami zwrotu dla tego samego kursu wymiany notowanego na giełdach Binance i Kraken: $\text{Arb}(A/B^{(\text{BiKr})}, t) = R(A/B^{(\text{Bi})}, t) - R(A/B^{(\text{Kr})}, t)$, gdzie A i B oznaczają kryptowaluty (w przypadku giełdy Kraken użyto USD zamiast USDT).

W tym podrozdziale przeanalizowano do tej pory korelacje pomiędzy tymi samymi kursami wymiany na giełdach Binance i Kraken, które znacząco różnią się częstotliwością handlu. Dlatego dla porównania sprowadzono również korelacje kursu

wymiany BTC/USDT (USD) pomiędzy giełdami Binance i Bitstamp oraz Bitstamp i Kraken w analogicznym okresie (2018 rok) na minutowych stopach zwrotu. Wyniki dla $\rho(q = 1, s)$ i $\rho(q = 4, s)$ zostały przedstawione na rysunku 5.21. W przypadku giełd Bitstamp i Kraken efekt wyprzedzania jednej giełdy przez drugą nie występuje. Korelacje są najsilniejsze dla oryginalnej synchronizacji. Przy porównaniu giełd Binance i Bitstamp ponownie prowadzi giełda Binance. Zaobserwowane tutaj wyniki również można tłumaczyć częstotliwością handlu. W przypadku giełd Bitstamp i Kraken jest ona porównywalna. Natomiast na Binance częstotliwość handlu jest wyraźnie wyższa niż na Bitstampie. Powoduje to, że – tak samo jak w przypadku Krakena – korelacje pomiędzy tym samym instrumentem na obu giełdach są silniejsze w wariancie, gdy to Binance prowadzi.



Rysunek 5.21: Korelacje $\rho(q, s)$ pomiędzy kursem wymiany BTC/USD na giełdach Bitstamp i Kraken oraz BTC/USD na giełdzie Binance w trzech wariantach synchronizacji (1) oryginalne pozycje, (2) giełda X wyprzedza giełdę Y o $\Delta t = 1\text{min}$, (3) giełda Y wyprzedza giełdę X o $\Delta t = 1\text{min}$.

Wydaje się, że efekty wyprzedzenia zachowania jednej giełdy przez drugą są unikalne dla rynku kryptowalut. Związane jest to z jego decentralizacją oraz wolniejszym przepływem informacji w porównaniu do najbardziej płynnych rynków finansowych. Bezpośrednią przyczyną są różnice w częstotliwości handlu pomiędzy różnymi parami kryptowalutowymi oraz różnymi giełdami. Przekłada się to na liczne okazje arbitrażowe, zarówno pomiędzy dwoma giełdami kryptowalutowymi, jak i w ramach arbitrażu trójkątnego na jednej giełdzie. Na rynku kryptowalut nie istnieje jedna obowiązująca cena, do której można by się odnieść, jak serwis Reuters

dla rynku Forex. W przeciwieństwie do rynku walutowego, rynek kryptowalut jest zdominowany przez indywidualnych inwestorów.

Efekt prowadzenia jednego instrumentu finansowego przez drugi, przy pomocy używanej w niniejszej rozprawie metodologii był analizowany w pracach [140, 191]. Uzyskane wyniki nie były jednak aż tak wyraźne jak dla rynku kryptowalut, a korelacje dla oryginalnej synchronizacji szeregów czasowych były najsilniejsze.

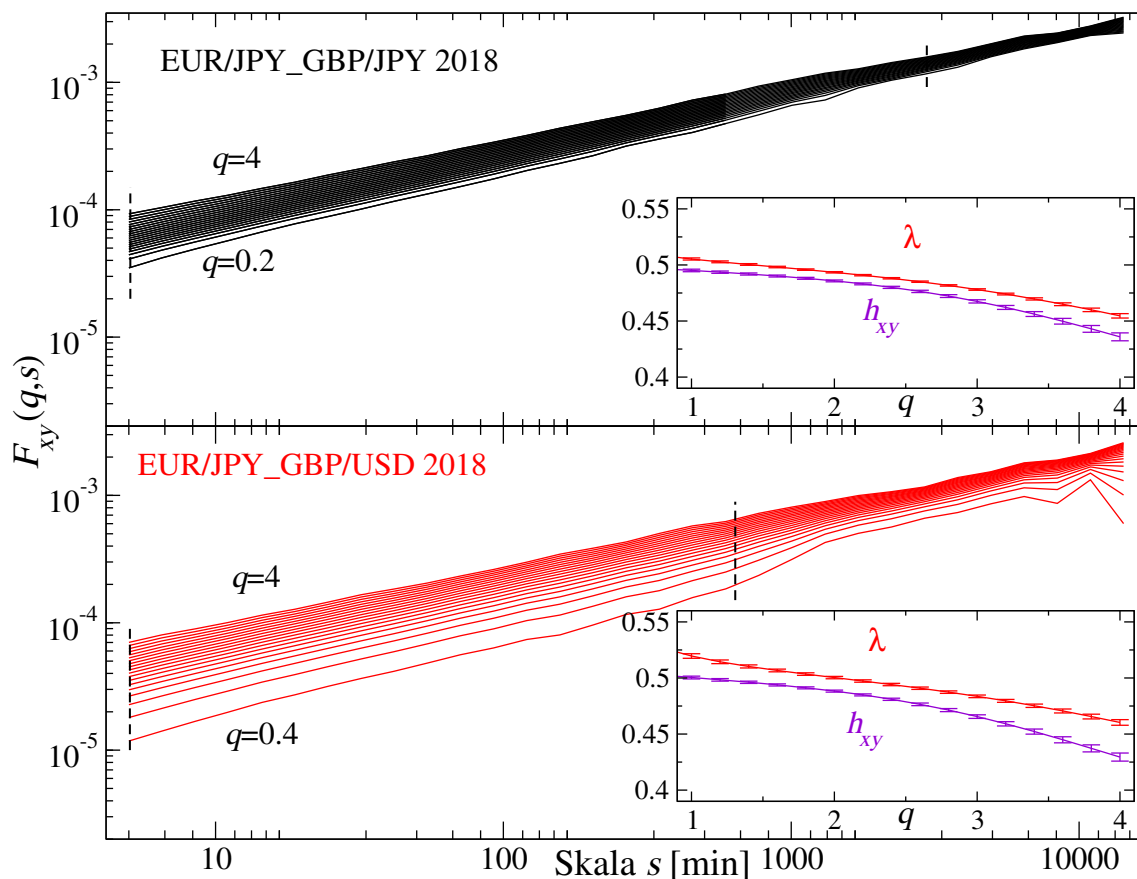
5.4 Korelacje na rynku Forex, arbitraż trójkątny

W poprzednich rozdziałach, w których były rozważane korelacje na giełdach kryptowalut, zasygnalizowane zostały różnice w porównaniu do rynku Forex. W tym rozdziale zostaną przedstawione wyniki analizy korelacji krzyżowych dla ośmiu najbardziej płynnych walut (ang. major currencies): dolar australijski (AUD), dolar kanadyjski (CAD), frank szwajcarski (CHF), euro (EUR), funt brytyjski (GBP), jen japoński (JPY), dolar nowozelandzki (NZD) i dolar amerykański (USD). Każda waluta została wyrażona w pozostałych siedmiu, co łącznie daje 28 unikalnych kursów wymiany (zostały wyszczególnione w dodatku B). Tworzą one macierz korelacji o wymiarach 28 na 28. Znajduje się w niej 378 wartości określających korelacje krzyżowe każdego kursu wymiany z każdym. Tak samo jak w przypadku giełd kryptowalut, do badania poziomu korelacji będzie używany współczynnik $\rho(q, s)$. Utworzone z jego wartości macierze korelacji $C_{ij}^{(q,s)}$ będą zależały od dwóch dodatkowych parametrów: q i s . Rozkłady stóp zwrotu wszystkich rozważanych kursów wymiany zostały przedstawione w dodatku B na rysunku B.1. W większości przypadków spełnione jest odwrotne prawo kubiczne, a w żadnym wykładnik γ nie przyjmuje wartości poniżej 2.5. Wobec tego możliwe jest obliczanie funkcji fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ dla $q \in [-4, 4]$ bez obaw o rozbieżność momentów. Tak samo jak w przypadku kryptowalut, wybrany okres do analizy to 2018 rok. Dane pochodzą od brokera forexowego Dukascopy [55]. Obliczeń dokonano na minutowych stopach zwrotu ($R_{\Delta t=1\text{min}}$).

Na rysunku 5.22 przedstawiono funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ oraz oszacowane na ich podstawie $\lambda(q)$ i $h_{xy}(q)$ dla przykładowych korelacji pomiędzy kursami wymiany znajdującymi się w relacji trójkąta – EUR/JPY z GBP/JPY i będącymi poza trójkątem – EUR/JPY z GBP/USD. Tak jak we wcześniejszych rozdziałach dla kryptowalut, rozważono jedynie wartości $F_{xy}(q, s)$ dla dodatnich q . Można zaobserwować lepszą jakość skalowania w przypadku kursów wymiany posiadających wspólną walutę bazową, co przekłada się na mniejszą odległość pomiędzy $\lambda(q)$ i $h_{xy}(q)$ w porównaniu do kursów wymiany nie mających wspólnej waluty bazowej. W obu przypadkach różnica $d_{xy}(q) = \lambda(q) - h_{xy}(q)$ jest największa dla $q = 4$. Inaczej było w przypadku giełd kryptowalutowych, gdzie największa odległość była obserwowana dla $q = 1$.

Różnice w odległości $\lambda(q)$ i $h_{xy}(q)$ dla kursów wymiany znajdujących się w relacji trójkąta oraz poza nią są jednak mniejsze niż w przypadku kryptowalut. Wyraźnie widać to na rysunku 5.23 przedstawiającym $\rho(q, s)$ dla powyższych przypadków korelacji krzyżowych. Na obu panelach poziomy korelacji zależą w znacznie mniejszym stopniu od długości skali czasowej w porównaniu do kryptowalut. Dla tego rynku jedynie korelacje pomiędzy najbardziej płynnymi kursami wymiany – BTC i ETH wyrażonymi we wspólnej bazowej – nie zależały od skali czasowej.

Największa różnica w poziomie korelacji pomiędzy kryptowalutami i walutami jest zauważalna w przypadku kursów wymiany nie znajdujących się w relacji trój-

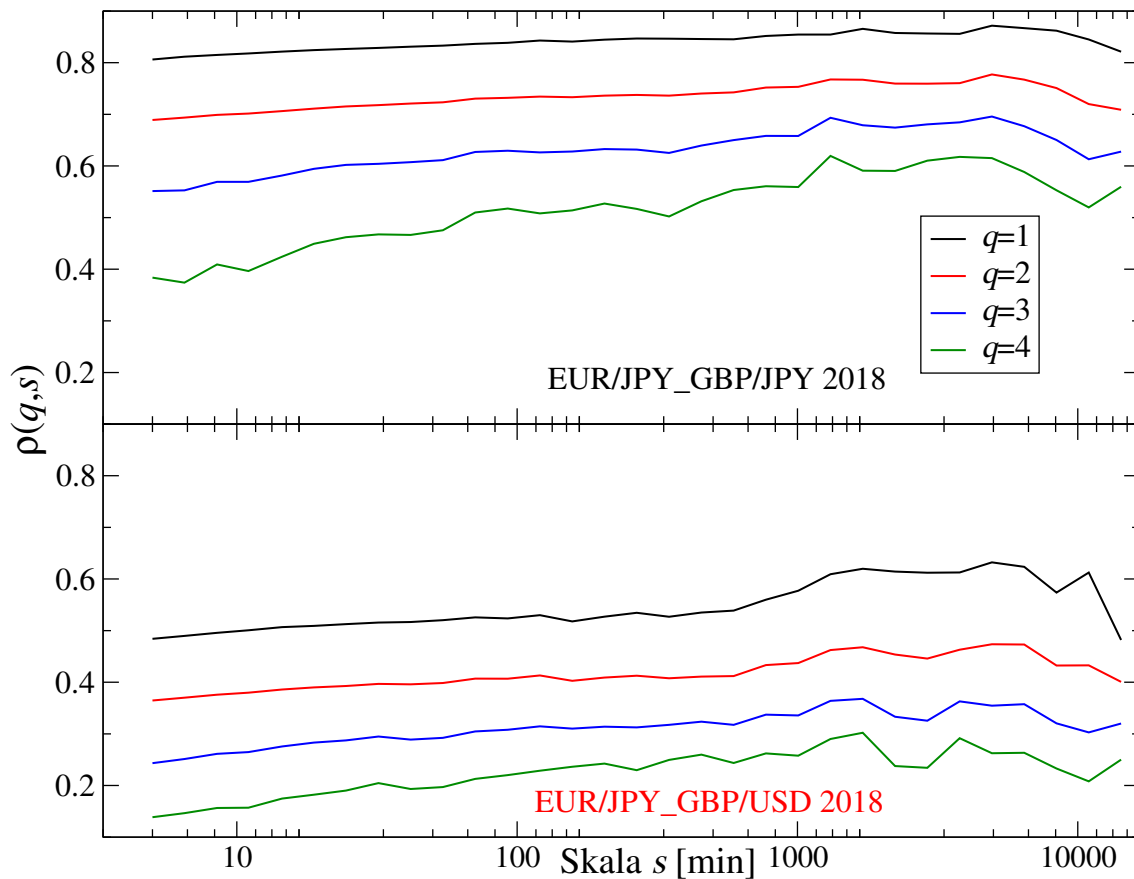


Rysunek 5.22: Funkcje fluktuacji $F_{xy}(q, s)$ z krokiem $q = 0.2$ obliczone dla korelacji pomiędzy kursami wymiany: EUR/JPY z GBP/JPY (górny panel) i EUR/JPY z GBP/USD. (dolny panel). W mniejszym oknie przedstawiono wykładnik skalowania $\lambda(q)$ oraz średnią z uogólnionych wykładników Hursta $h_{xy}(q) = (h_x(q) + h_y(q))/2$, oszacowane z zakresu skal oznaczonego przerywanymi liniami.

kąta. Na giełdach kryptowalut były one bliskie zera na najmniejszej skali czasowej. Na rynku Forex są one niższe niż dla przypadku wspólnej waluty bazowej (rysunek 5.23), ale nie w takim stopniu jak na rynku kryptowalut.

Kolejną odmienną cechą korelacji na rynku Forex jest istotna zależność poziomu korelacji od wielkości rozważanych fluktuacji – filtrowanych przez parametr q . W pokazywanych przykładach na rysunku 5.23 dla wspólnej waluty bazowej korelacje na poziomie największych fluktuacji (dla $q = 4$) są dwukrotnie niższe niż na poziomie średnich (dla $q = 1$). Poza relacją trójkąta ta różnica jest jeszcze większa. Na rynku kryptowalutowym różnice w poziomach korelacji dla $q = 1$ i $q = 4$ były znacznie mniejsze. Może to być spowodowane znacznie większą zmiennością występującą na rynku kryptowalutowym w porównaniu do rynku Forex.

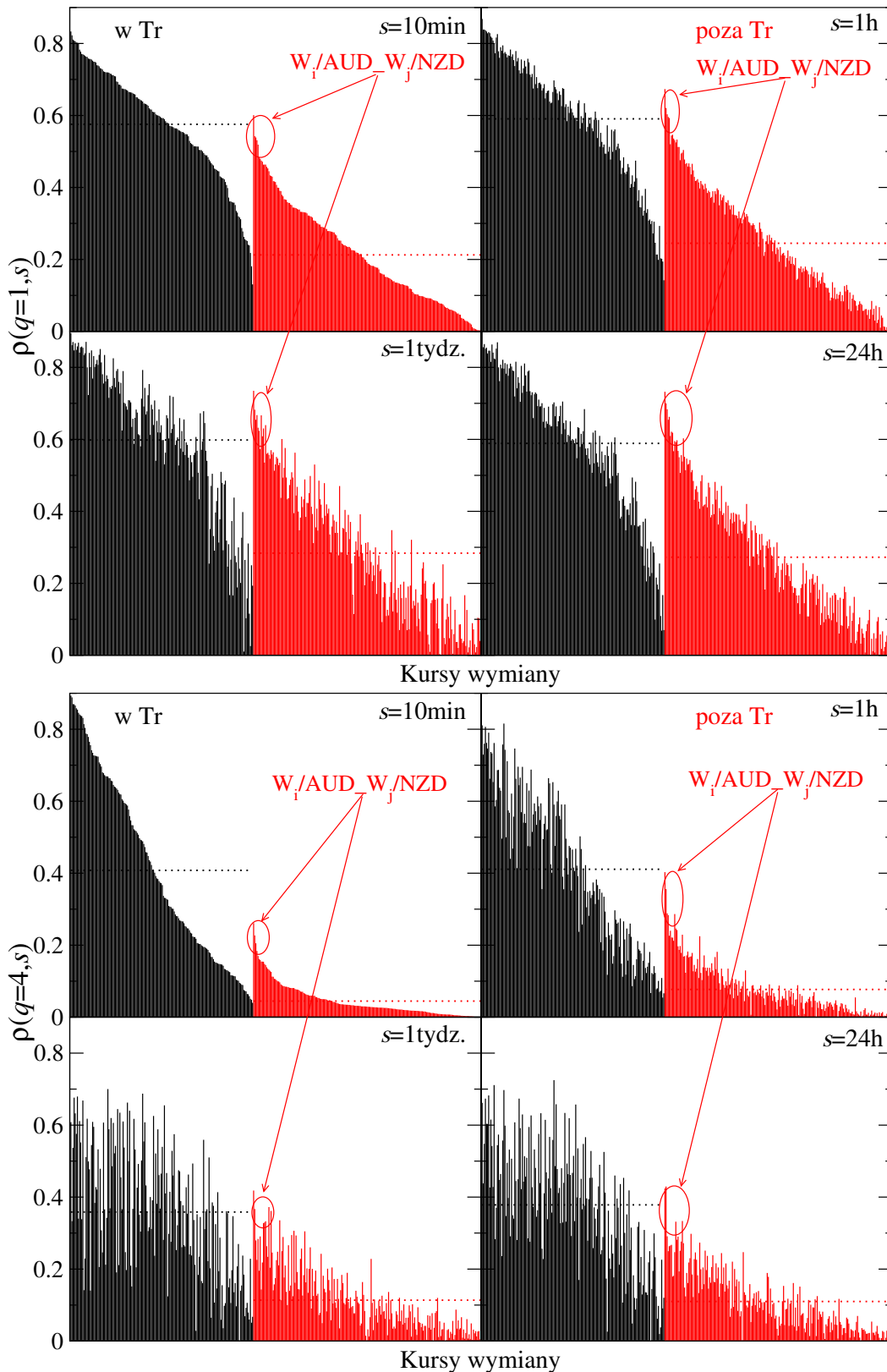
Po przedstawieniu przykładowych korelacji krzyżowych w grupie kursów wymiany znajdujących się w relacji trójkąta oraz grupie kursów znajdujących się poza trójkątem, na rysunku 5.24 zostały pokazane wartości korelacji pomiędzy wszystkimi rozważanym kursami wymiany na czterech skalach czasowych: 10 minut, godzina, 24 godziny i tydzień. W obu grupach kolejność po sortowaniu poziomów korelacji, od największych do najmniejszych według skali $s = 10$ min, została zachowana na pozostałych skalach. Dla średniej wielkości fluktuacji ($\rho(q = 1, s)$, panel górny)



Rysunek 5.23: Porównanie korelacji $\rho(q, s)$ pomiędzy kursami walutowymi znajdującymi się w relacji trójkąta (górny panel) i poza nią (dolny panel).

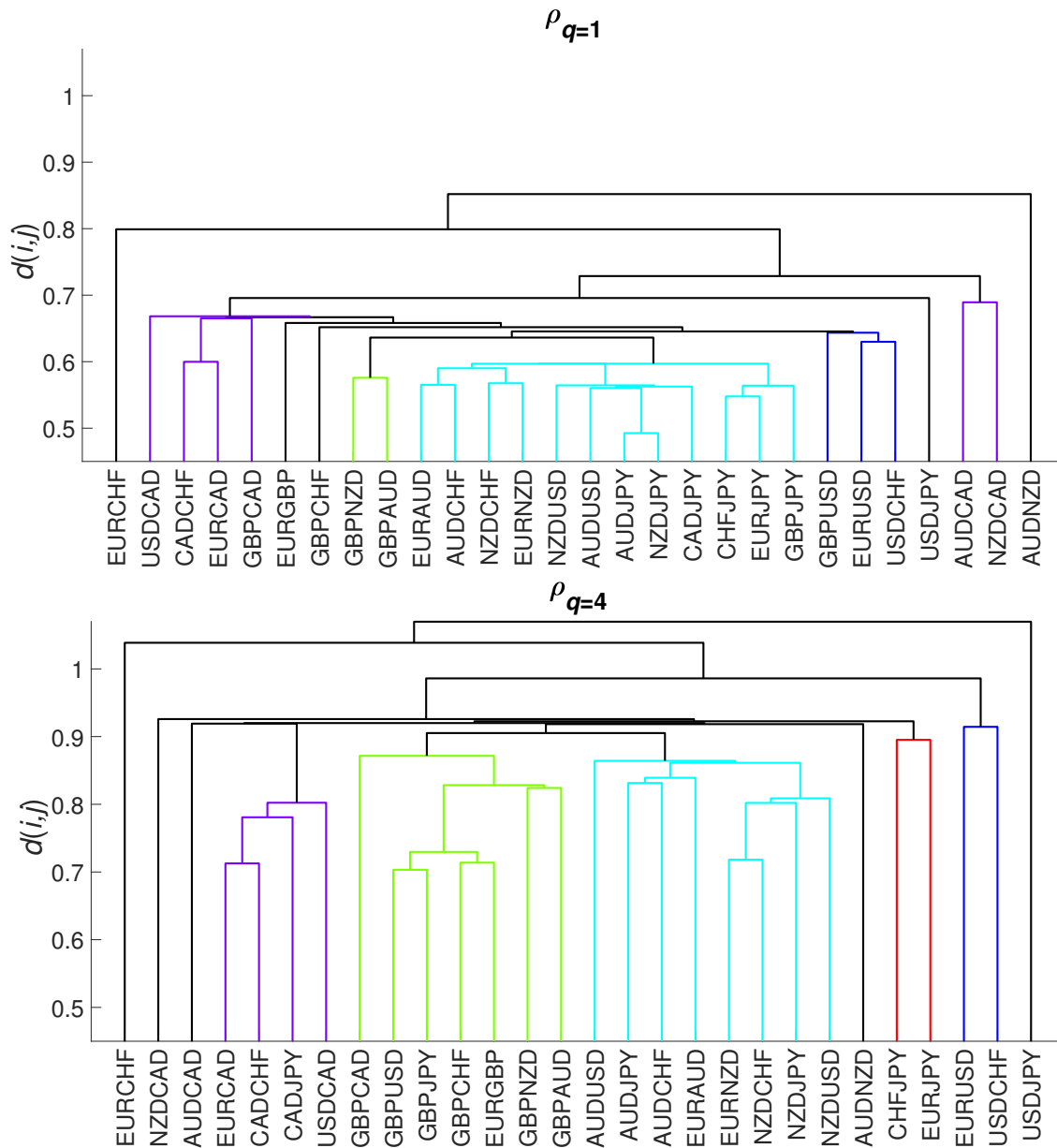
poziomy korelacji tylko minimalnie różnią się w zależności od skali czasowej. Ponadto poziomy korelacji krzyżowych dla kursów wymiany nie znajdujących się w relacji trójkąta (kolor czerwony) są średnio dwukrotnie niższe od korelacji pomiędzy kursami wymiany mającymi wspólną walutę bazową (kolor czarny). W grupie kursów wymiany bez wspólnej waluty bazowej wyróżnia się przypadek AUD i NZD. Z uwagi na silne korelacje pomiędzy dolarem australijskim i nowozelandzkim inne waluty, które są w nich wyrażone, zachowują się tak, jakby miały wspólną walutę bazową. Takie przypadki korelacji krzyżowych – W_i/AUD z W_j/NZD ($W_i, W_j = \text{CAD, CHF, EUR, GBP, JPY, USD, } W_i \neq W_j$) – cechują się najwyższymi poziomami w swojej grupie i zostały zaznaczone strzałkami na rysunku 5.24.

Korelacje na rynku Forex na poziomie największych fluktuacji ($\rho(q = 4, s)$, panel dolny) mają odmienną charakterystykę. Są one wyraźnie niższe niż dla $q = 1$ oraz występuje większa różnica pomiędzy średnimi poziomami korelacji dla walut znajdujących się w trójkącie i poza nim; na skali $s = 10$ min różnią się one czterokrotnie. Średnie poziomy korelacji dla walut posiadających wspólną walutę bazową w minimalnym stopniu zależą od skali czasowej. Natomiast ta zależność występuje w grupie kursów wymiany nie mających wspólnej waluty bazowej. Obserwowany wzrost średniego poziomu korelacji wraz z długością skali s jest jednak mniejszy niż w przypadku kryptowalut. Dla tego rynku korelacje na skali 10-minutowej były bliskie zera zarówno dla $q = 1$ jak i $q = 4$. Na rynku Forex obniżenie poziomów korelacji na najkrótszych skalach czasowych, przy braku bezpośredniego połączenia



Rysunek 5.24: Wartości bezwzględne współczynnika $\rho(q = 1, s)$ i $\rho(q = 4, s)$ dla czterech skal czasowych pomiędzy rozważanymi kursami walutowymi w relacji trójkąta (w Tr) i poza trójkątem (poza Tr). Poziomy korelacji posortowano malejąco względem skali $s = 10\text{min}$, a na kolejnych skalach kolejność została zachowana. Poziomymi liniami zaznaczono średnie wartości korelacji w grupie kursów wymiany ze wspólną walutą bazową i bez. Dodatkowo zaznaczono przypadki: W_i/AUD z W_j/NZD , gdzie $W_i, W_j = \text{CAD, CHF, EUR, GBP, JPY, USD}$, $W_i \neq W_j$.

w postaci wspólnej waluty bazowej, widoczne jest jedynie dla $q = 4$. Wynika z tego, że największe fluktuacje na kursach wymiany nie będących w relacji trójkąta potrzebują więcej czasu na synchronizację.

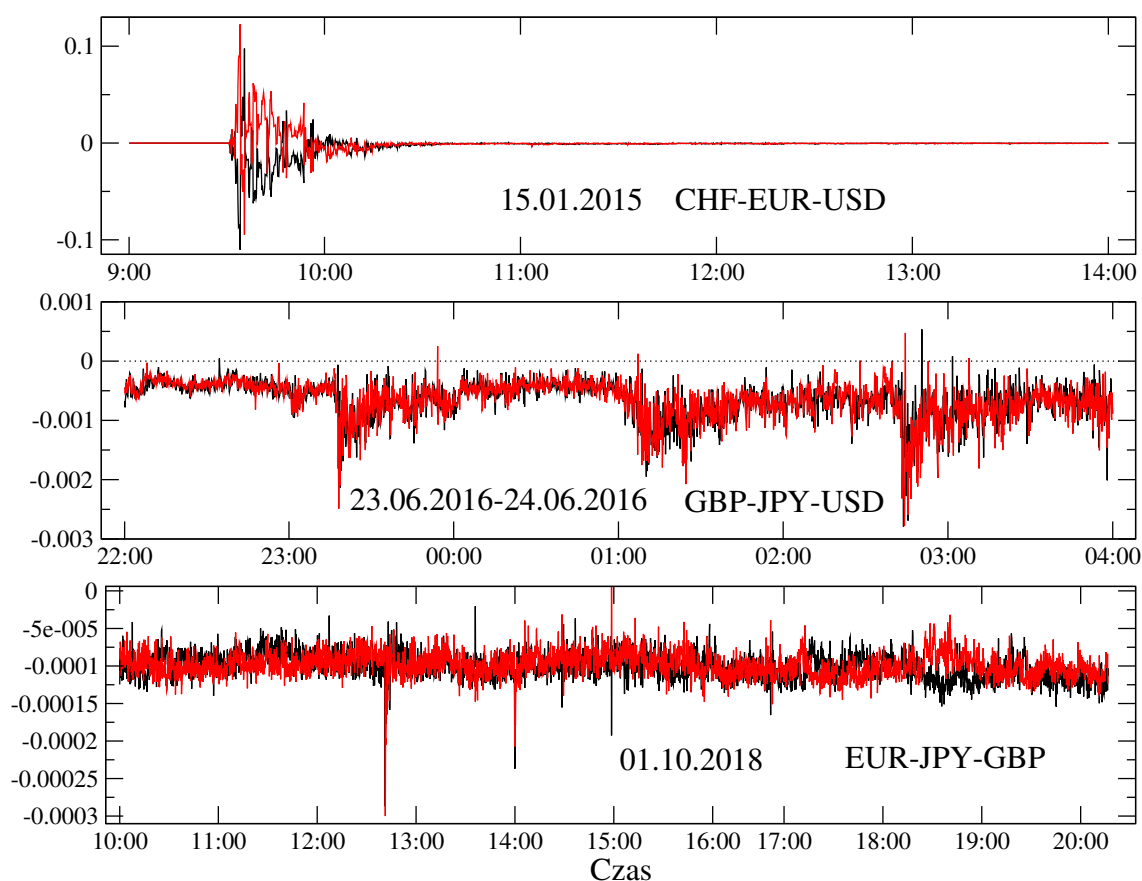


Rysunek 5.25: Dendrogramy wyznaczone z $\rho(q = 1, \bar{s})$ i $\rho(q = 4, \bar{s})$ w grupie 28 kursów walutowych.

Analogicznie jak dla rynku kryptowalutowego, na rysunku 5.25 przedstawiono strukturę hierarchiczną korelacji pomiędzy kursami wymiany na rynku Forex. Dendrogramy zostały wyznaczone przy użyciu zdetrendowanego współczynnika korelacji uśrednionego po wszystkich rozważanych skalach czasowych: $\rho(q = 1, \bar{s})$ i $\rho(q = 4, \bar{s})$. Podobnie jak w przypadku rynku kryptowalut, wyraźniejsze klastry związane z daną walutą bazową występują na poziomie największych fluktuacji. Dla $q = 4$ można wyróżnić klastry związane z CAD, GBP, AUD i NZD. Bezpośrednie połączenie w postaci tej samej waluty bazowej powoduje, że w przypadku dużej fluktuacji na danej walucie „ciągnie” ona za sobą inne waluty w niej wyrażone. Efekt ten

jest szczególnie widoczny przy okazji ekstremalnej zmienności towarzyszącej różnym wydarzeniom. Zostało to pokazane w pracy [72].

Na poziomie średnich fluktuacji (dla $q = 1$) w przypadku rynku Forex podział na klastry jest słabszy. W jednym, największym klastrze znajdują się kursy wymiany nie znajdujące się w relacji trójkąta: EUR/AUD i NZD/CHF oraz AUD/JPY i NZD/USD. Oznacza to, że rynek Forex jest na tyle zsynchronizowany, że na poziomie średniej wielkości fluktuacji mechanizm transmisji informacji działa nawet poza relacją trójkąta.

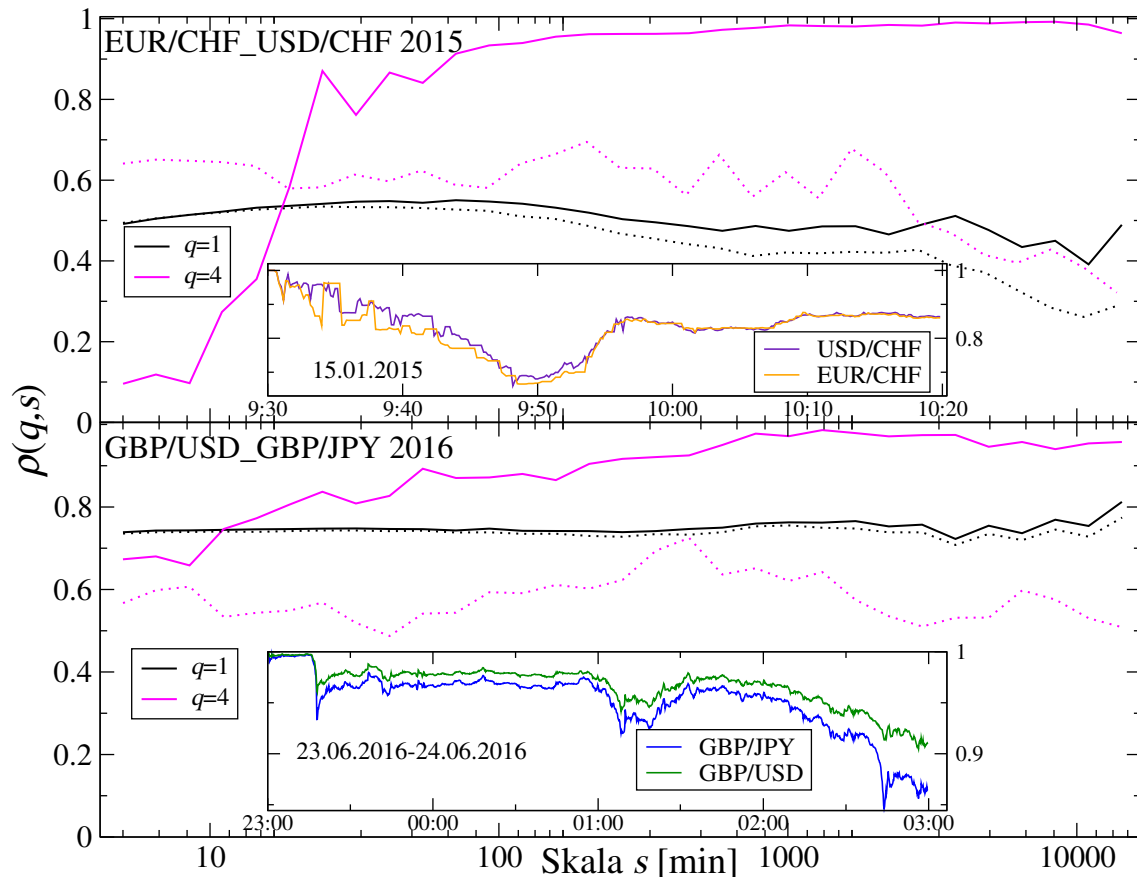


Rysunek 5.26: Odchyłki od relacji trójkąta zawierających: EUR/CHF, EUR/USD i USD/CHF w 2015 (panel górny), GBP/USD, USD/JPY i GBP/JPY w 2016 (panel środkowy) oraz EUR/JPY, GBP/JPY i EUR/GBP w 2018 (panel dolny).

Wyższe poziomy korelacji na najkrótszych skalach czasowych oraz brak ich istotnego wzrostu wraz z długością skali czasowej świadczą o większej synchronizacji rynku Forex w porównaniu do rynku kryptowalutowego. Nawet gdy pary walutowe nie posiadają wspólnej waluty bazowej, są skorelowane na krótkich skalach czasowych. Jest to związane bezpośrednio z większą płynnością rynku i częstotliwością handlu na rynku walutowym. Skutkuje to znacznie rzadszym występowaniem okazji w ramach arbitrażu trójkątnego na rynku Forex. Zostały one przedstawione na rysunku 5.26 dla trzech relacji trójkąta zawierających: EUR/CHF, EUR/USD i USD/CHF w 2015, GBP/USD, USD/JPY i GBP/JPY w 2016 oraz x EUR/JPY, GBP/JPY i EUR/GBP w 2016. Odchyłki od relacji trójkąta zostały obliczone dla cen bid i ask zgodnie z wzorami (5.1) i (5.2) oraz odjęto od nich wartość 1. Z uwagi na spread pomiędzy cenami bid i ask okazja arbitrażowa ma miejsce gdy któraś z

dwóch relacji na rysunku 5.26 (przedstawione kolorem czarnym i czerwonym) jest powyżej zera. W 2018 w przypadku rozpatrywanego trójkąta EUR-JPY-GBP nie było w ogóle możliwe przeprowadzenie arbitrażu. Na rynku Forex okazje występują jedynie przy okazji wydarzeń znacznie podwyższających zmienność [72]. Przykłady z rysunku 5.26 w latach 2015 i 2016 miały miejsce właśnie podczas takich zdarzeń.

W 2015 roku miało miejsce zniesienie bariery ograniczającej umocnienie franka szwajcarskiego w relacji do euro. Informacja o zaprzestaniu skupu euro przez SNB (szwajcarski bank centralny) w styczniu 2015 spowodowała ekstremalną zmienność na parach związanych z CHF. Z kolei w 2016 roku zwiększona zmienność miała miejsce na funcie brytyjskim w związku z referendum brexitowym w czerwcu 2016.



Rysunek 5.27: Korelacje $\rho(q, s)$ pomiędzy kursami walutowymi EUR/CHF i USD/CHF w 2015 roku (górny panel) oraz GBP/USD i GBP/JPY w 2016 roku (dolny panel). W mniejszych oknach przedstawiono przebieg zmian kursów wymiany (skumulowane stopy zwrotu, start od wartości 1) w trakcie wydarzeń, którym towarzyszyła ekstremalna zmienność: 2015 – interwencja SNB, 2016 – referendum brexitowe. Przerywanymi liniami oznaczono wartości $\rho(q, s)$ obliczone po usunięciu ze zbioru danych okresów pokazanych w mniejszych oknach.

Powyższe przypadki podwyższonej zmienności zostały szczegółowo przedstawione w mniejszych oknach rysunku 5.27. Na górnym panelu pokazano zmiany cen kursów USD/CHF i EUR/CHF w dniu 15.01.2015 (skumulowane stopy zwrotu, start od wartości 1). Na dolnym zmiany GBP/JPY i GBP/USD w nocy z 23 na 24.06.2016. Podczas tych wydarzeń cena zmieniała się tak szybko i gwałtownie, że kursy wymiany nie mogły za sobą nadążyć. Powodowało to możliwości arbitrażowe w rela-

cyjach trójkąta zawierających CHF i GBP.

Większe okna na rysunku 5.27 zawierają współczynnik korelacji $\rho(q = 1, s)$ i $\rho(q = 4, s)$ obliczone pomiędzy wyżej wymienionymi parami walutowymi. Przerywanymi liniami zaznaczono wartości $\rho(q, s)$ obliczone w danym roku po usunięciu okresów handlu pokazanych w mniejszych oknach. Jak widać, ekstremalne stopy zwrotu w istotny sposób zaburzyły korelacje na poziomie największych fluktuacji (dla $q = 4$). Nastąpiła dekorelacja rynku towarzysząca okazjom arbitrażowym. Korelacje na najmniejszej skali czasowej dla $\rho(q = 4, s)$ są zdecydowanie niższe, a następnie silnie rosną wraz ze zwiększaniem s . Po usunięciu okresów, w których były możliwe okazje arbitrażowe (pokazane w mniejszych oknach), ze zbioru danych efekt znika. Takie zachowanie występuje jedynie dla największych fluktuacji ($q = 4$). Dla średnich fluktuacji ($q = 1$) usunięcie okresów o podwyższonej zmienności nie wpływa na poziom korelacji.

We wcześniejszych rozdziałach rozprawy zostało pokazane, że okresy podwyższonej zmienności na rynku kryptowalut zdarzają się znacznie częściej. Handel odbywa się rzadziej, a rynek jest w mniejszym stopniu zsynchronizowany. Skutkuje to występowaniem okazji arbitrażowych w relacjach trójkąta. Im mniej płynne kursy wymiany, tym są one częstsze i większe. Jedynie korelacje pomiędzy dwoma najbardziej płynnymi kryptowalutami – BTC i ETH przy wyrażeniu w USDT na giełdzie Binance – zachowują się podobnie jak typowe na rynku Forex. Na rynku walutowym niskie poziomy korelacji na najmniejszych skalach czasowych i ich wzrost wraz z długością skali, co jest charakterystyczne dla rynku kryptowalutowego, występują tylko wtedy, gdy pojawia się ekstremalna zmienność i towarzyszące jej okazje w ramach arbitrażu trójkątnego. Powyższe różnice pokazują, że pomimo podobnych własności na poziomie pojedynczych szeregów czasowych, rynek kryptowalut jako całość nie osiągnął jeszcze takiego stopnia rozwoju jak rynek Forex.

5.4.1 Korelacje pomiędzy dojrzałymi rynkami finansowymi i rynkiem kryptowalut

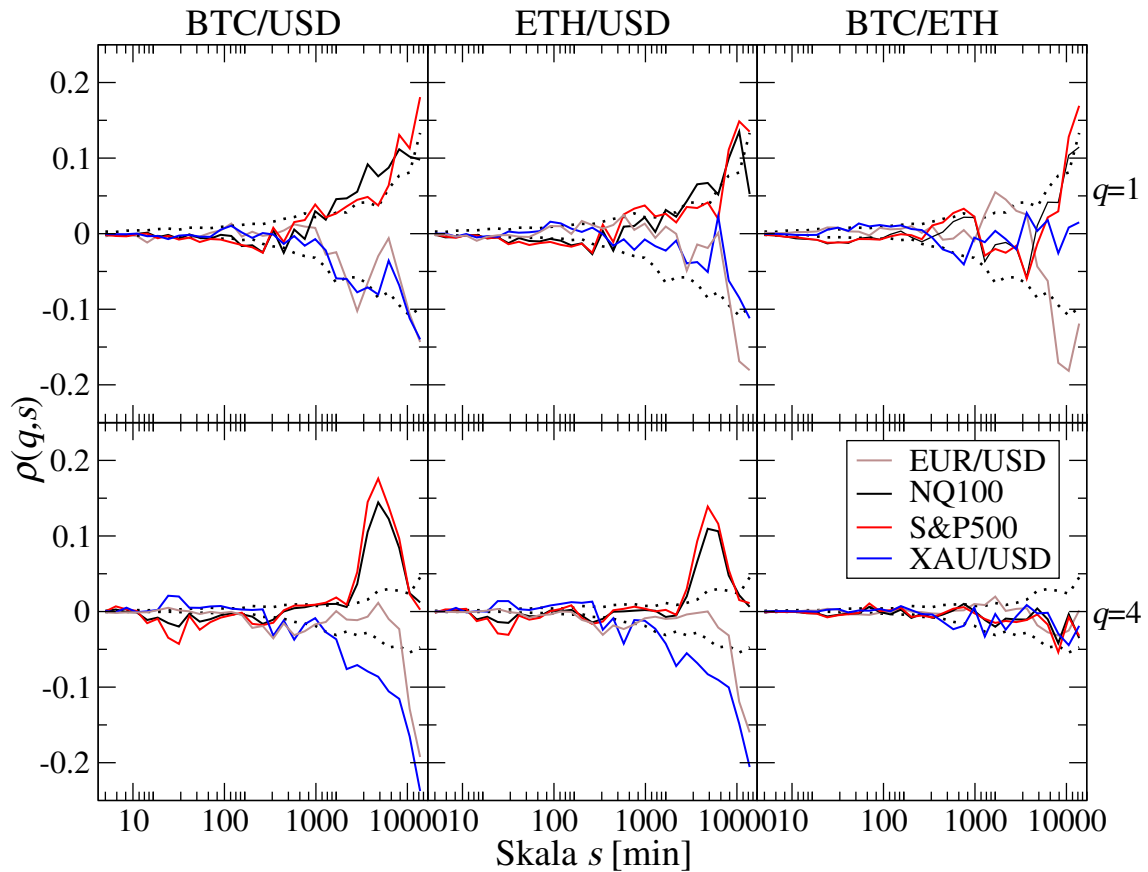
W poprzednich rozdziałach przeanalizowano osobno korelacje na giełdach kryptowalut i Forexie oraz wskazano różnice. W tym podrozdziale zostanie sprawdzone czy występują korelacje pomiędzy najbardziej płynnymi kursami wymiany z rynku kryptowalutowego: BTC/USD, ETH/USD i BTC/ETH oraz tradycyjnymi instrumentami finansowymi, takimi jak: najbardziej płynna para na rynku walutowym – EUR/USD, najbardziej płynne kontrakty terminowe na indeks S&P500, kontrakty na indeks technologiczny – NQ100 oraz złoto (XAU/USD). Do analizy użyto współczynnika $\rho(q, s)$. Obliczenia zostały przeprowadzone dla minutowych stóp zwrotu ($R_{\Delta t=1\text{min}}$) na danych z Dukascopy [55] w 2018 roku. Tradycyjne instrumenty finansowe, w przeciwieństwie do kryptowalut, nie są handlowane w weekendy. W związku z czym badano korelacje jedynie od poniedziałku do piątku. Wyniki przedstawiono na rysunku 5.28.

Dla $q = 1$ poziomy korelacji we wszystkich przypadkach są na poziomie szumu. Przerywanymi liniami zaznaczono średnią wartość korelacji $\rho(q, s) \pm$ odchylenie standardowe, które obliczono dla losowo wymieszanych stóp zwrotu w analizowanych szeregach. Procedurę mieszania i obliczania korelacji krzyżowych powtórzono 100 razy i uśredniono wynik.

Dla $q = 4$ poziomy korelacji na największych skalach wychodzą poza zakres

uzyskany dla losowo wymieszanych szeregów, ale dochodzą maksymalnie do poziomu 0.2.

Najsłabiej z tradycyjnymi rynkami skorelowana jest para zawierająca wyłącznie kryptowaluty – BTC/ETH. Zarówno na poziomie średnich, jak i największych fluktuacji wartości korelacji są na poziomie szumu. Wyniki te można interpretować jako brak zależności pomiędzy tradycyjnymi instrumentami finansowymi i kryptowalutami. Gdy nie występuje połączenie w postaci wspólnej waluty bazowej (USD), to oba rynki są z sobą całkowicie nieskorelowane. Kryptowaluty mogą być więc traktowane jako nowe finansowe aktywo umożliwiające dywersyfikację portfela inwestycyjnego [87].



Rysunek 5.28: Zdetrendowany współczynnik korelacji $\rho(q, s)$ dla $q = 1$ i $q = 4$ obliczony pomiędzy parami kryptowalutowymi: BTC/USD, ETH/USD i BTC/ETH oraz tradycyjnymi instrumentami finansowymi: EUR/USD, NQ100, S&P500 i XAU/USD. Przerywaną linią zaznaczono średnią wartość korelacji $\rho(q, s) \pm$ odchylenie standardowe, uzyskane dla losowo wymieszanych stóp zwrotu w rozważanych szeregach czasowych.

Rozdział 6

Macierzowa analiza korelacji na rynku kryptowalut

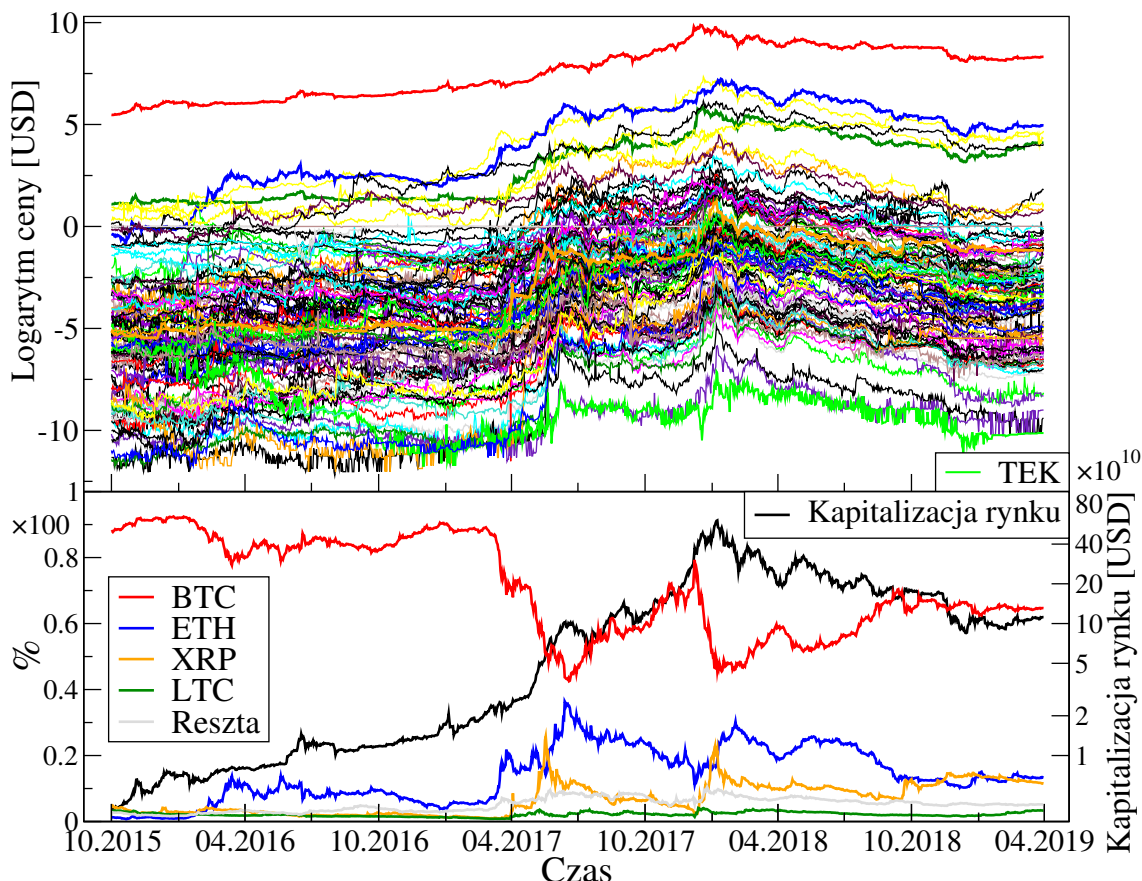
W poprzednich rozdziałach zostało pokazane, że najbardziej płynne kryptowaluty na poziomie pojedynczych szeregów czasowych mają charakterystyki złożoności bliskie walutom notowanym na rynku Forex. Natomiast handel na poszczególnych giełdach kryptowalut nie jest jeszcze tak zsynchronizowany jak na Forexie. W tym rozdziale pokazany zostanie całościowy obraz rynku kryptowalut przy użyciu formalizmu macierzowego. Przeanalizowane zostaną korelacje wśród 100 kryptowalut o największej kapitalizacji w okresie od października 2015 do marca 2019 (ich nazwy zostały wyszczególnione w dodatku C w tabeli C.1). W tym czasie stanowiły one ponad 95% udziału w wartości całego rynku.

Własności macierzy korelacji przy wyrażeniu w różnych walutach bazowych zostaną porównane do charakterystyk macierzy losowych [129]. Pozwoli to na pokazanie wpływu szumu i kolektywności na strukturę złożoności całego rynku kryptowalut. Typową cechą dojrzałych rynków finansowych jest dominujący udział efektów szumu w korelacjach pomiędzy instrumentami finansowymi. Rozkład większości wartości własnych macierzy korelacji na rynkach akcji [113, 150, 46, 43, 181] i walut [42, 75] może być dobrze opisany przez rozkład Marchenko-Pasteura [124]. Jednocześnie istnieje zazwyczaj co najmniej jedna wartość własna odstająca od pozostałych i leżąca poza obszarem Wisharta dla macierzy losowych [50, 149, 106]. Wraz z odpowiadającym jej wektorem własnym, odzwierciedla ona stopień kolektywności całego rynku [44, 105]. Analiza poziomów największej wartości własnej oraz składowych odpowiadającego jej wektora własnego w macierzach korelacji obliczanych dla różnych walut bazowych pozwoli na wskazanie dominujących kryptowalut na rynku.

6.1 Opis danych

W tym rozdziale analizowane będą szeregi czasowe składające się z danych dziennych. Rozpatrywany okres to 1.10.2015 – 31.03.2019, co daje szeregi czasowe o długości $T = 1278$ obserwacji dla $n = 100$ kryptowalut (zostały wyszczególnione w dodatku C w tabeli C.1). Dane zostały pobrane z strony CoinMarketCap [31]. Jest to serwis zbierający informacje o handlu z wszystkich aktywnych giełd kryptowalutowych (273 w marcu 2019). Na bieżąco dokonuje on wyceny kryptowalut w USD. Jest ona mierzona jako średnia ważona wartością wolumenu transakcji z kursów wymiany na różnych giełdach. Notowania z giełd o większym wolumenie mają

większą wagę. Kapitalizacja jest obliczana jako iloczyn ceny i liczby wyemitowanych jednostek danej kryptowaluty. Przebieg zmian logarytmu cen poszczególnych kryptowalut w USD został przedstawiony na górnym panelu rysunku 6.1. Dolny panel przedstawia zmiany kapitalizacji całego rynku w czasie oraz udziały poszczególnych kryptowalut w wycenie rynku.



Rysunek 6.1: Panel górny – logarytm cen 100 kryptowalut o największej kapitalizacji wyrażonych w USD od 1.10.2015 do 31.03.2019. Dolny panel – kapitalizacja całego rynku kryptowalut (lina czarna) i udziały w niej kryptowalut: BTC, ETH, XRP, LTC oraz pozostałych.

Do przełomu 2017/2018 można zaobserwować systematyczny wzrost kapitalizacji całego rynku kryptowalut. Natomiast przez cały 2018 rok trwała bessy. Widocznie są również zmiany wielkości udziału poszczególnych kryptowalut w wycenie całego rynku. Do marca 2017 kapitalizacja bitcoina stanowiła powyżej 80% wartości rynku kryptowalut. Następnie spadła do około 40% w maju 2017, by znów wzrosnąć do 80% w grudniu 2017. W przeciwne strony podążała kapitalizacja dwóch kolejnych kryptowalut o największej kapitalizacji – ethereum oraz ripple. Wzrost procentowego udziału ETH w wycenie rynku w pierwszej połowie 2017 roku jest związany z omawianą wcześniej ICO-manią. Oferty ICO w tamtym okresie były wypuszczane głównie na platformie Ethereum, co podbijało wycenę ETH. W maju 2017 udziały BTC i ETH w kapitalizacji całego rynku różniły zaledwie kilka procent. Drugi okres wzrostu znaczenia ETH przypada na końcówkę ICO-hossy na rynku kryptowalut. Wycena ethereum osiągnęła szczyt w styczniu 2018 roku, prawie miesiąc po szczycie bitcoina. Na rysunku 6.1 pokazano jeszcze udział w wycenie rynku czwartej pod

względem wielkości kapitalizacji kryptowaluty – litecoina. Pozostałe kryptowaluty nie stanowiły więcej niż 10% wyceny całego rynku.

6.2 Macierz korelacji

Macierz korelacji może być obliczona pomiędzy kursami wymiany wyrażonymi w różnych walutach bazowych. Dla każdej z n kryptowalut można skonstruować osobną macierz korelacji $\mathbf{C}^{(X)} \equiv [C_{ij}^{(X)}]$ o wymiarach $(n-1) \times (n-1)$, gdzie $i, j = 1, \dots, n-1$, a X oznacza wybraną kryptowalutę bazową ($X = 1, \dots, n$). W tym celu należy stworzyć szeregi czasowe stóp zwrotu: $G_i^{(X)}(t; \tau) = \log(P_i^{(X)}(t + \tau)) - \log(P_i^{(X)}(t))$ z szeregów wycen kryptowalut wyrażonych w danej walucie bazowej $P_i^{(X)}(t)$ o długości T , gdzie τ to odstęp czasowy pomiędzy stopami zwrotu; w przypadku tego rozdziału $\tau = 1$ dzień. Macierz korelacji jest definiowana poprzez macierz $\mathbf{M}^{(X)}$ o wymiarach $(n-1) \times T$, zawierającą szeregi znormalizowanych stóp zwrotu:

$$g_i^{(X)}(t; \tau) = \frac{G_i^{(X)}(t; \tau) - \langle G_i^{(X)}(t; \tau) \rangle_T}{\sigma(G_i^{(X)})}, \quad (6.1)$$

gdzie $\sigma(G)$ oznacza odchylenie standardowe G oraz $i = 1, \dots, n-1$, a $t = 1, \dots, T$. Symetryczna macierz korelacji dla danej kryptowaluty bazowej X jest obliczana z równania

$$\mathbf{C}^{(X)} = \frac{1}{T} \mathbf{M}^{(X)} \tilde{\mathbf{M}}^{(X)}, \quad (6.2)$$

gdzie \sim oznacza transpozycję macierzy. Każda macierz korelacji posiada $n-1$ rzeczywistych wartości własnych $\lambda_i^{(X)}$ i tyle samo odpowiadających im wektorów własnych $v_{ij}^{(X)} \equiv \mathbf{v}_i^{(X)}$:

$$\mathbf{C}^{(X)} \mathbf{v}_i^{(X)} = \lambda_i^{(X)} \mathbf{v}_i^{(X)}. \quad (6.3)$$

Wartości własne są ponumerowane w rosnącej kolejności: $0 \leq \lambda_1^{(X)} \leq \lambda_2^{(X)} \leq \dots \leq \lambda_{(n-1)}^{(X)}$. Ślad macierzy korelacji $\text{Tr} \mathbf{C}^{(X)} = n-1$ jest równy liczbie szeregów czasowych uwzględnionych w macierzy $\mathbf{M}^{(X)}$. Poprzez swoje składowe $v_{ij}^{(X)}$, wektory własne $\mathbf{v}_i^{(X)}$ mogą być powiązane z odpowiednimi sygnałami własnymi $z_i^{(X)}(t)$ uzyskanymi z oryginalnych szeregów czasowych jako:

$$z_i^{(X)}(t) = \sum_{j=1}^{n-1} v_{ij}^{(X)} g_j^{(X)}(t). \quad (6.4)$$

W ten sposób określają stopy zwrotu z odpowiadającego im portfela inwestycyjnego [125].

6.2.1 Rozkłady elementów macierzowych

Rozkłady elementów pozadiagonalnych macierzy losowych są gaussowskie ze średnią zero [129]. Dla macierzy korelacji skonstruowanych z empirycznych szeregów czasowych może występować przesunięcie tego rozkładu [44] oraz występowanie w nim grubych ogonów [46]. W przypadku macierzy korelacji kryptowalut rozkład elementów pozadiagonalnych zależy w dużym stopniu od wybranej waluty bazowej. Na rysunku 6.2 został on przedstawiony dla kilku reprezentatywnych przypadków.

Dla wszystkich walut bazowych rozkład elementów pozadiagonalnych różni się od przypadku macierzy losowej (na rysunku 6.2 zaznaczono jako losowa). Najmniejsza różnica jest zauważalna, gdy jako waluta bazowa wybrany zostanie bitcoin (BTC). Oryginalna macierz korelacji, w której kryptowaluty są wyrażone w USD, jest przesunięta w stronę wartości dodatnich. Im bardziej peryferyjna kryptowaluta (o niższej kapitalizacji w całym rozważanym okresie) jest wybrana jako bazowa, tym mocniej rozkład jest przesunięty w prawo, aż do skrajnego przypadku TEK (TEKcoin). W tym przypadku wszystkie kursy wymiany posiadają współczynnik korelacji Pearsona powyżej 0.5, a środek rozkładu zlokalizowany jest blisko wartości 0.9. Oznacza to, że przy wyrażeniu pozostałych kryptowalut w najbardziej peryferyjnej (o najmniejszej kapitalizacji) rynek jest najbardziej skorelowany.

Na rysunku 6.2 przedstawiony został również rozkład elementów pozadiagonalnych przy wyrażeniu 100 rozważanych kryptowalut w walucie fikcyjnej, której dynamika jest niezależna od rynku kryptowalut. Została ona skonstruowana w ten sposób, że kurs wymiany USD/fikc jest reprezentowany przez losowo wygenerowany geometryczny ruch Browna o średniej $\mu = 0$ i odchyleniu standardowym $\sigma = 1$ (fikc($\sigma = 1$)). Kryptowaluty zostały w niej wyrażone poprzez relację $A/\text{fikc} = A/\text{USD} \times \text{USD}/\text{fikc}$, gdzie A to każda ze 100 rozważanych kryptowalut. Może zastanawiać, że w tym przypadku rozkład jest bliżej wartości uzyskanej dla macierzy losowej w porównaniu do sporej części pozostałych kryptowalut użytych jako bazowe. Odpowiada za to wybór poziomu zmienności waluty fikcyjnej, który jest reprezentowany przez parametr σ . W przypadku jego zwiększania rozkład elementów pozadiagonalnych przesuwa się w prawo. Dla $\sigma = 10$ (fikc($\sigma = 10$)) rozkład przy wyrażeniu w walucie fikcyjnej wygląda podobnie jak ten uzyskany przy użyciu kryptowaluty TEK jako bazowej.

6.2.2 Obszar Wisharta dla macierzy losowych

W przypadku macierzy korelacji skonstruowanych z szeregów czasowych niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie gaussowskim $N(0, \sigma)$ – nazywanych zespołem macierzy losowych Wisharta \mathbf{W} [188] – znana jest teoretyczna postać funkcji gęstości prawdopodobieństwa określającej rozkład wartości własnych:

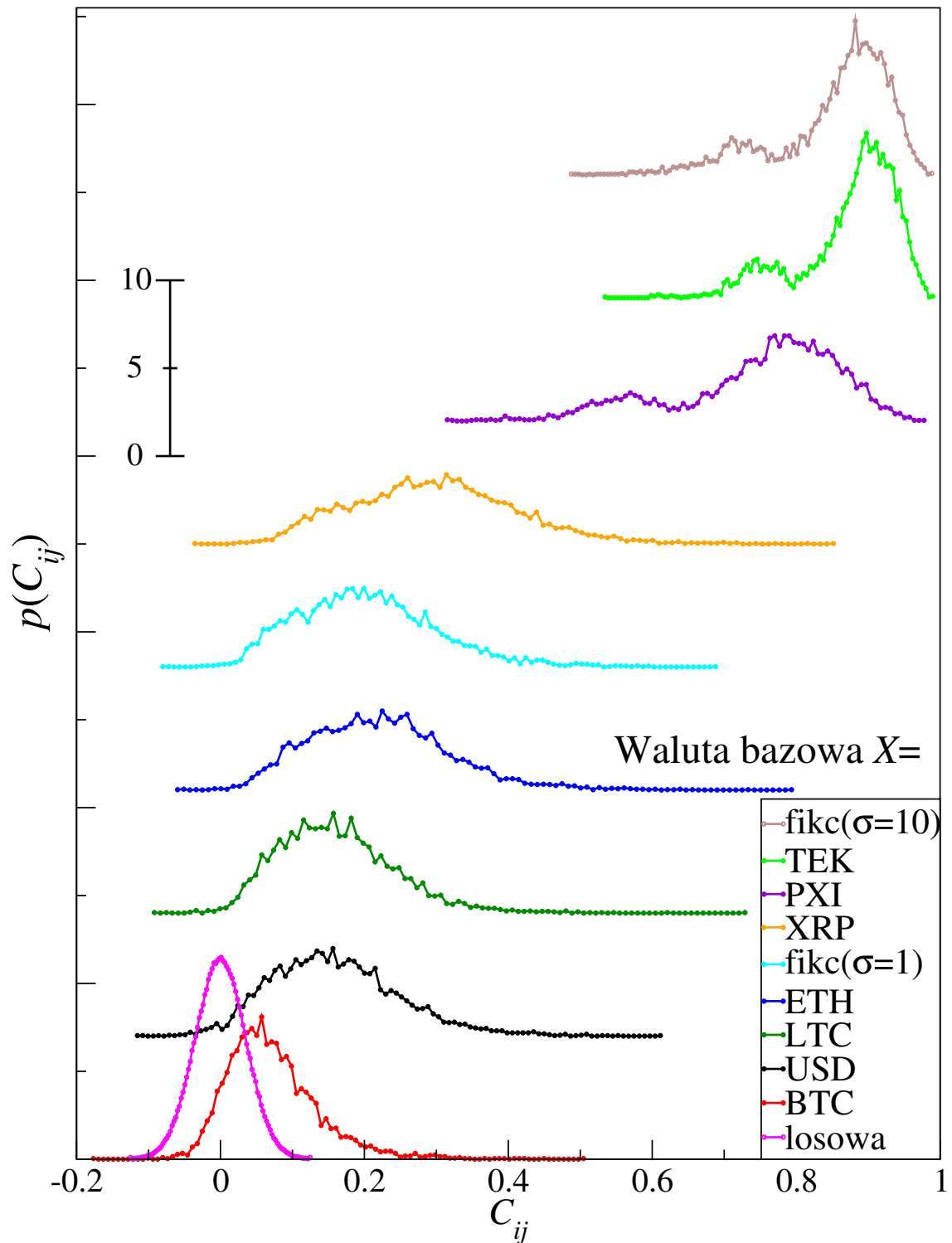
$$\rho_{\mathbf{W}}(\lambda) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \delta(\lambda - \lambda_l) = \frac{Q}{2\pi\sigma_{\mathbf{W}}^2} \frac{\sqrt{(\lambda_+ - \lambda)(\lambda - \lambda_-)}}{\lambda}, \quad (6.5)$$

$$\lambda_{\pm} = \sigma_{\mathbf{W}}^2 \left(1 + 1/Q \pm 2\sqrt{\frac{1}{Q}}\right), \quad (6.6)$$

gdzie δ oznacza deltę Diraca, $\lambda \in [\lambda_-, \lambda_+]$ i $Q = T/N$. T oznacza długość szeregu czasowego, a N liczbę szeregów czasowych. Powyższe zależności nazywane są rozkładem Marchenka-Pasteura i zachodzą w granicy $T, N \rightarrow \infty$ [124].

6.2.3 Rozkład wartości własnych

Charakterystyką określającą macierz korelacji jest widmo, które zawiera jej wartości własne. Funkcje gęstości prawdopodobieństwa opisujące rozkłady wartości własnych $\rho_C(\lambda)$ dla trzech walut bazowych: USD oraz dwóch przypadków skrajnych – BTC i TEK zostały pokazane na rysunku 6.3. Struktura korelacji rynku jest



Rysunek 6.2: Funkcje gęstości prawdopodobieństwa określające rozkłady elementów pozadiagonalnych macierzy korelacji $C_{ij}^{(X)}$ dla sześciu wybranych kryptowalut i USD jako walut bazowych. Dodatkowo pokazane zostały rozkłady dla macierzy losowej i waluty fikcyjnej (dla $\sigma = 1$ i $\sigma = 10$) użytej jako bazowa. Dla lepszej wizualizacji kolejne przypadki zostały przesunięte w górę.

określana przez następujące charakterystyki: 1) wartość λ_{\max} , 2) odległość pomiędzy λ_{\max} i resztą wartości własnych, która określa udział nielosowych korelacji, 3) umiejscowienie głównej grupy wartości własnych w obszarze Wisharta dla macierzy losowych [52].

Położenie największych wartości własnych w porównaniu do reszty na rysunku 6.3 odpowiada przesunięciu w prawo środków rozkładów elementów pozadiagonalnych macierzy korelacji na rysunku 6.2. Najmniejsza wartość $\lambda_{\max}^{(X)} \approx 9.7$ jest uzyskana, gdy to BTC jest walutą bazową dla pozostałych. Większość pozostałych wartości własnych dla tego przypadku mieści się w granicach wyznaczonych przez rozkład Marchenko-Pastura z równania (6.5). W przypadku waluty bazowej USD wartość $\lambda_{\max}^{\text{USD}} \approx 19$ jest większa, co oznacza, że przy wyrażeniu w dolarze rynek kryptowalut jest bardziej kolektywny. Największa wartość $\lambda_{\max}^{\text{TEK}}$ jest uzyskiwana, gdy pozostałe kryptowaluty wyrażone są w TEK. W tym przypadku największa wartość własna odpowiada za ponad 90% śladu macierzy, przez co „ścieśnia” pozostałe wartości własne macierzy korelacji do okolic zera. Prowadzi to do ich „wypchnięcia” poza obszar Wisharta, mimo że mogą one określać przypadkowe korelacje [79].

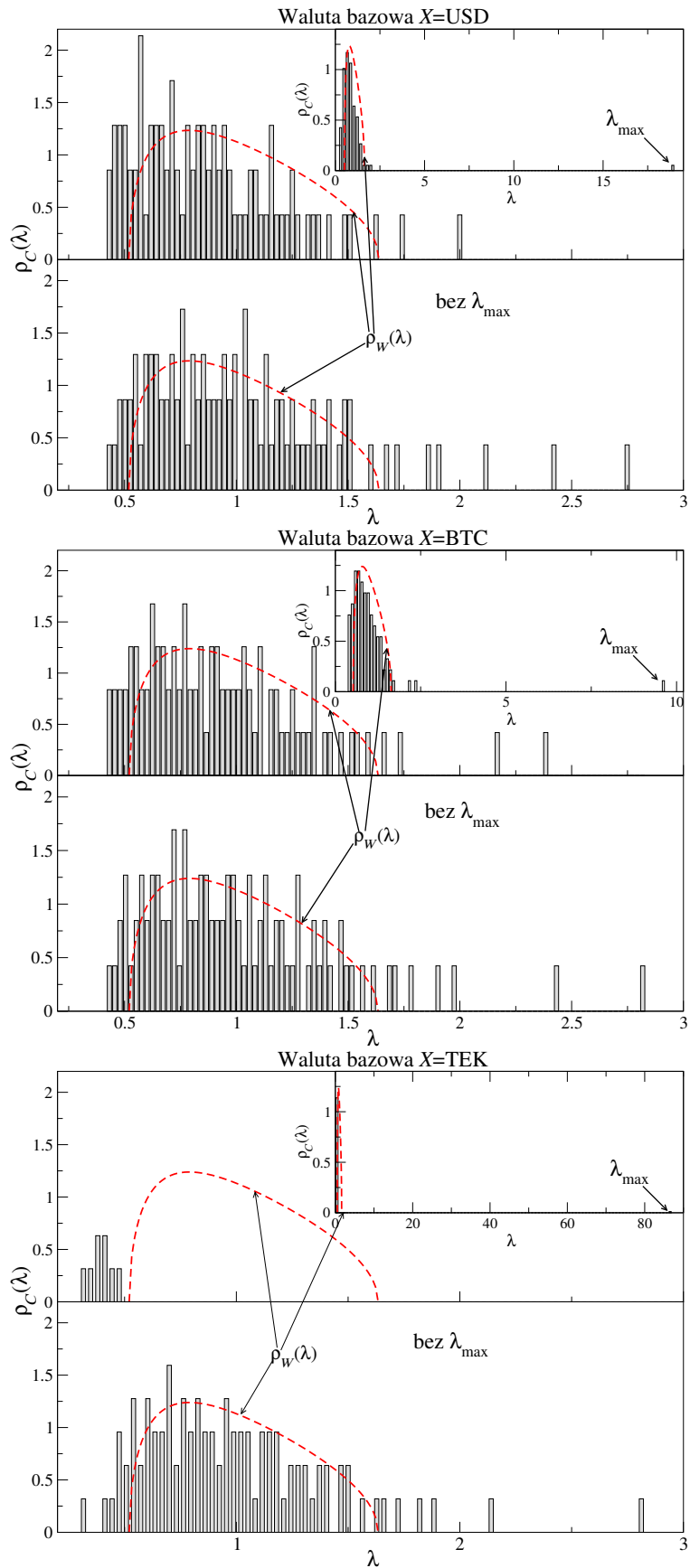
Komplementarną miarą określającą kolektywność są składowe wektora własnego \mathbf{v}_{\max} odpowiadającego największej wartości własnej. Dla trzech powyżej rozważanych walut bazowych zostały one przedstawione na rysunku 6.4. Poprzez znaczny wkład tego samego znaku ze wszystkich szeregów czasowych odzwierciedlają one kolektywny charakter odpowiedniego wektora własnego. Tutaj również widoczny jest efekt „ściślejszego” grupowania pozostałych wartości własnych w zachowaniu składowych wektora własnego $\mathbf{v}_{\max-1}$, odpowiadającego drugiej największej wartości własnej $\lambda_{\max-1}$. Zostały one pokazane w dolnych panelach rysunku 6.4. W przypadku walut bazowych BTC i USD składowe mają rozkład bliski normalnemu, podczas gdy dla przypadku TEK jako waluty bazowej rozkład jest zdominowany przez zaledwie kilka składowych.

Aby wyeliminować efekt „ściślejszego” grupowania, możliwe jest usunięcie z danych wpływu największej wartości własnej λ_{\max} , określanego jako czynnik rynkowy (ang. market factor) [149, 106]. Realizuje się to poprzez dopasowanie metodą najmniejszych kwadratów wpływu największej wartości własnej, który jest reprezentowany przez sygnał własny $z_{\max}(t)$, do każdego szeregu znormalizowanych stóp zwrotu $g_i^{(X)}(t)$:

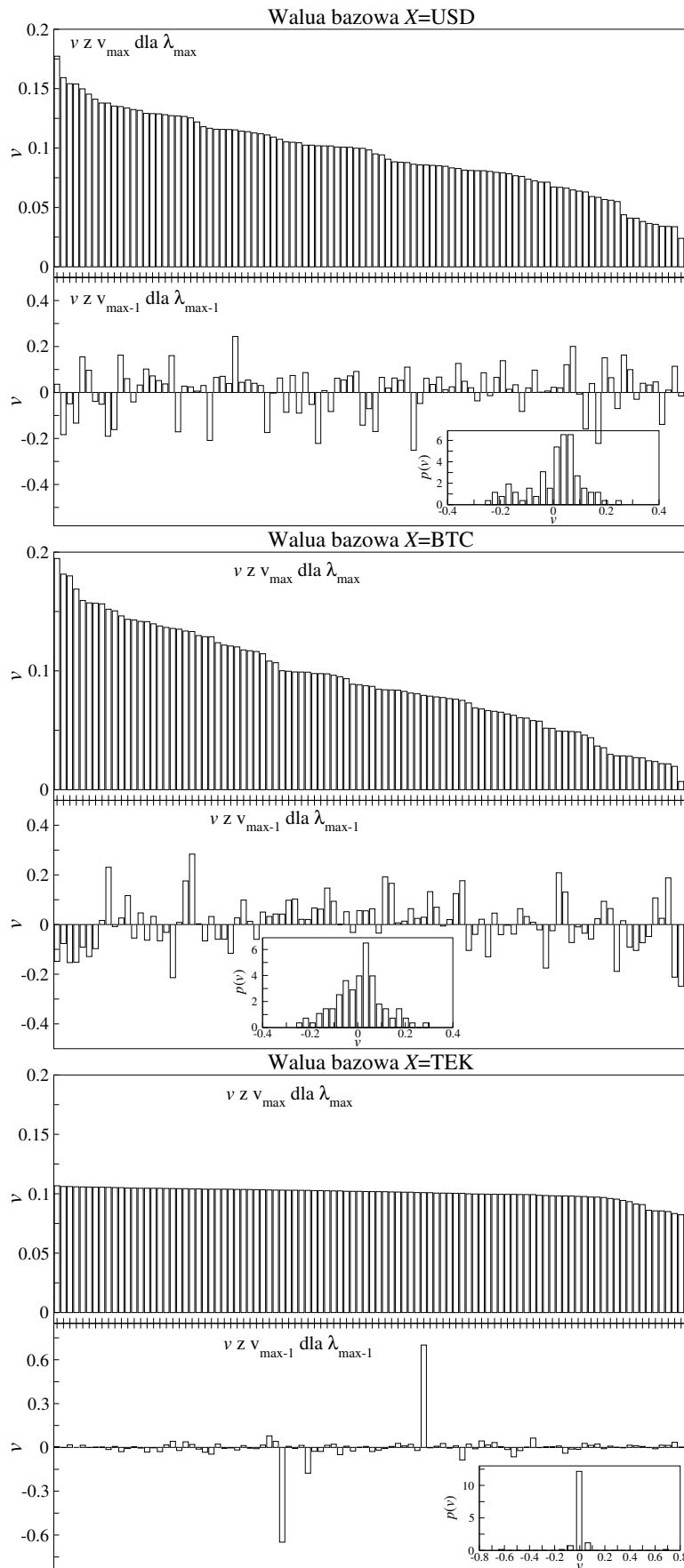
$$g_i^{(X)} = a_i + b_i z_{\max}^{(X)}(t) + \epsilon_i^{(X)}(t), \quad (6.7)$$

gdzie a_i i b_i są parametrami. Macierz korelacji nie zawierająca już wpływu czynnika rynkowego $\mathbf{R}^{(X)}$ jest konstruowana z reszt $\epsilon_i^{(X)}(t)$ [106]. Funkcje gęstości prawdopodobieństwa określające rozkłady wartości własnych po wyeliminowaniu wpływu największej zostały przedstawione w dolnych panelach rysunku 6.3. We wszystkich przypadkach odstająca wartość własna znikła oraz zdecydowana większość wartości własnych mieści się w obszarze Wisharta dla macierzy losowych. Obserwacja ta dotyczy również skrajnego przypadku kryptowaluty TEK jako bazowej.

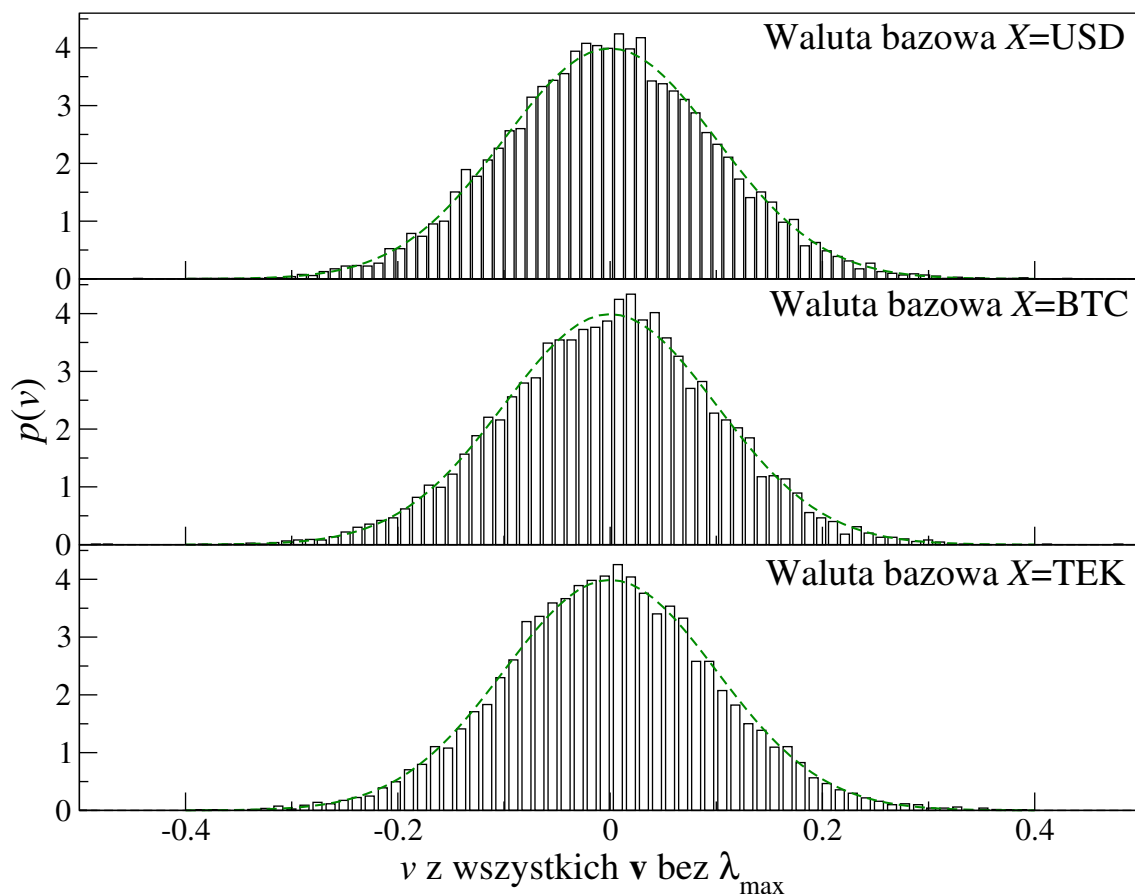
Usunięcie czynnika rynkowego wpłynęło również na rozkład składowych wszystkich wektorów własnych dla macierzy korelacji $\mathbf{R}^{(X)}$. Przedstawiono je na rysunku 6.5 dla trzech rozważanych walut bazowych $X = \text{USD}, \text{BTC}$ i TEK . We wszystkich przypadkach są one dobrze opisywane przez rozkład normalny, co odzwierciedla ich zgodność z rozkładami składowych wektorów własnych dla macierzy losowych.



Rysunek 6.3: Funkcje gęstości prawdopodobieństwa określające rozkłady wartości własnych macierzy korelacji $C_{ij}^{(X)}$ dla $X = \text{USD}$, BTC i TEK . Górny panel – główna część, mniejsze okno – cały rozkład wartości własnych, dolny panel – po usunięciu udziału λ_{\max} . Przerywana linia – rozkład Marchenko-Pastura.



Rysunek 6.4: Składowe wektorów własnych odpowiadających λ_{\max} (panel górny) i $\lambda_{\max-1}$ (panel dolny) z macierzy korelacji $C_{ij}^{(X)}$ dla $X = \text{USD}$, BTC i TEK . Mniejsze okno przedstawia rozkład składowych wektora własnego.

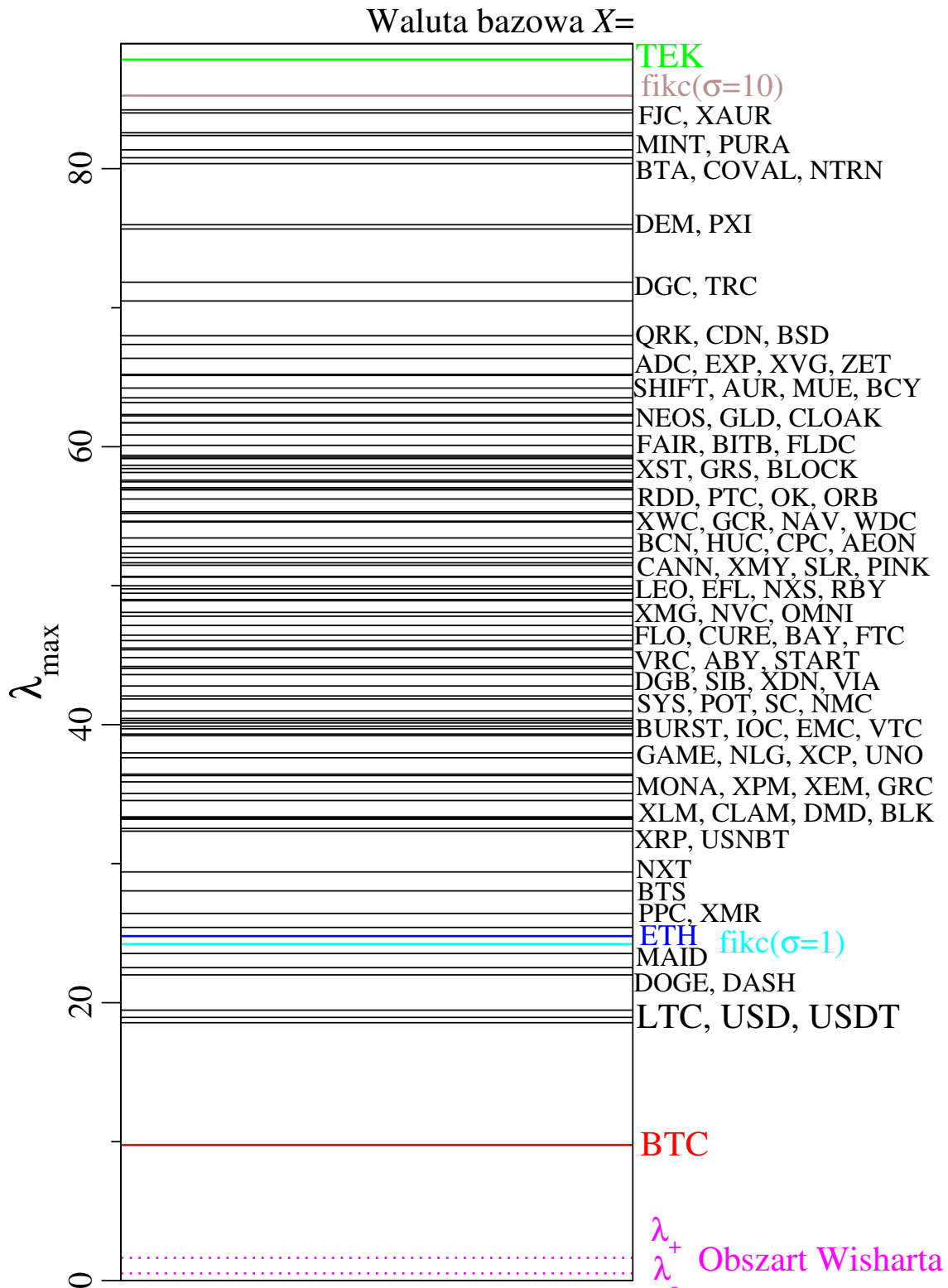


Rysunek 6.5: Funkcje gęstości prawdopodobieństwa określające rozkłady składowych wszystkich wektorów własnych w macierzy korelacji $R_{ij}^{(X)}$ dla $X = \text{USD}$, BTC i TEK po usunięciu udziału λ_{\max} . Przerwaną linią zaznaczono dopasowany rozkład normalny.

6.2.4 Największa wartość własna dla różnych walut bazowych

Drabinka przedstawiona na rysunku 6.6 zawiera największe wartości własne $\lambda_{\max}^{(X)}$ dla wszystkich kryptowalut wybranych jako bazowe, waluty fikcyjnej oraz z oryginalnej macierzy korelacji – przy wyrażeniu w USD. Pozwala to zobaczyć, jak wygląda struktura całego rynku widziana z perspektywy każdej kryptowaluty. Pokazane wcześniej szczegółowo przypadki BTC i TEK stanowią dolne i górne ograniczenie. Umieszczenie $\lambda_{\max}^{(X)}$ odpowiadające wyrażeniu w danej walucie bazowej X należy interpretować jako znaczenie danej kryptowaluty.

Gwałtowna zmiana w wycenie kryptowaluty peryferyjnej, nieskorelowanej z innymi oraz posiadającej osobną dynamikę, nie wpłynie na zachowanie pozostałych, ale spowoduje zmianę wartości wszystkich kryptowalut w niej wyrażonych. Przez co nastąpi przesunięcie wyceny całego rynku oraz wyda się on silnie skorelowany z jej perspektywy, a zmiany wyrażonych w niej kryptowalut będą wyglądały na synchroniczne – wartość $\lambda_{\max}^{(X)}$ będzie wysoka. Natomiast zmiana wyceny ważnej kryptowaluty, powiązanej z innymi, wpłynie również na ich dynamikę. Przez co zmiany wyceny przy wyrażeniu w niej okażą się relatywnie mniejsze, a cały rynek słabiej skorelowany. Wyrażenie pozostałych kryptowalut w instrumencie powiąza-



Rysunek 6.6: Największa wartość własna macierzy $C_{ij}^{(X)}$ dla każdej ze 100 kryptowalut wybranych jako bazowe (pełne nazwy zostały wyszczególnione w dodatku C w tabeli C.1). Obszar Wisharta obliczony zgodnie ze wzorem (6.6) dla $\sigma_w = 1$ został zaznaczony przerywanymi liniami. Wartości λ_{\max} dla USD i waluty fikcyjnej zostały przemnożone przez czynnik 99/100, aby można je było porównywać bezpośrednio z pozostałymi.

nym z nimi „zabiera” część korelacji z rynku.

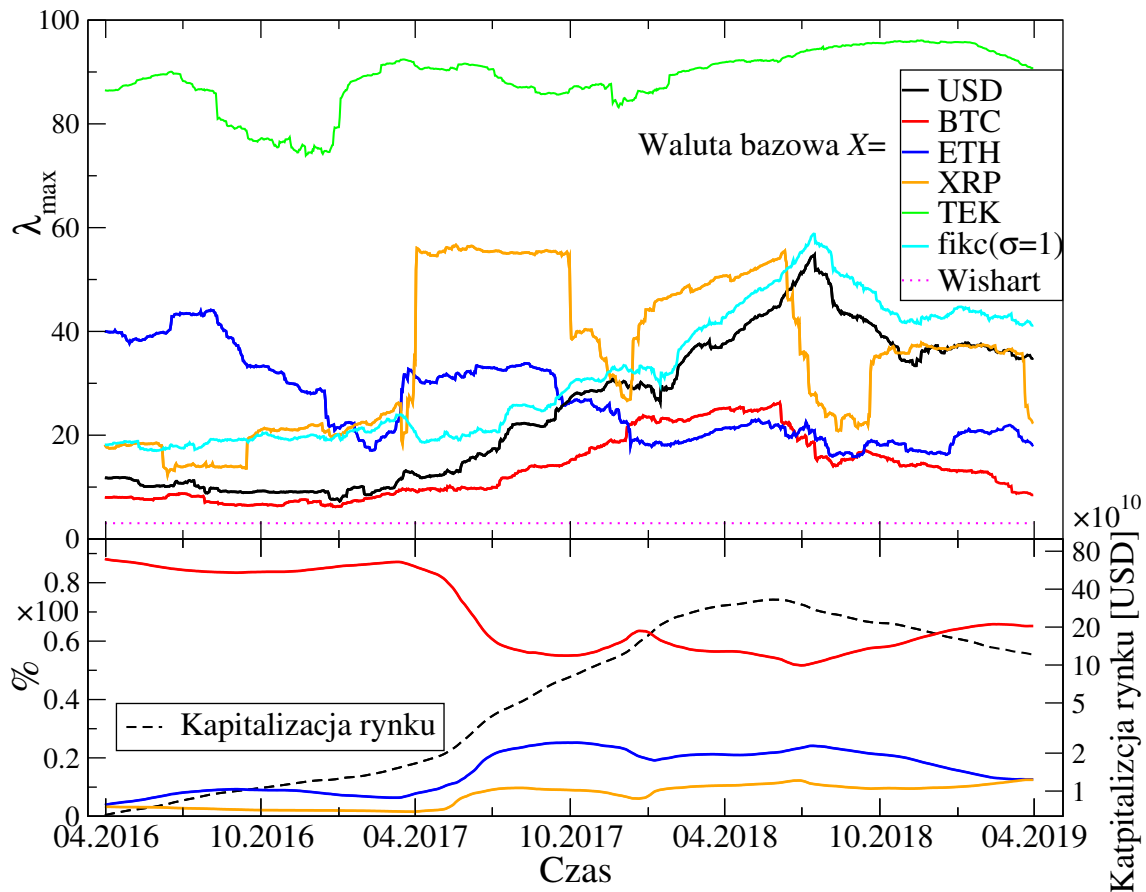
Dla waluty fikcyjnej $\text{fkc}(\sigma = 1)$ oraz USD wartość λ_{\max} jest stosunkowo niska, ponieważ mimo posiadania niezależnej od rynku kryptowalut dynamiki, cechują się one niską zmiennością w porównaniu do kryptowalut. Dlatego ich nieskorelowane małe zmiany nie powodują efektu przesunięcia wyceny całego wyrażonego w nich rynku. Zupełnie inaczej wygląda sytuacja, gdy zostanie podniesiona zmienność fikcyjnej waluty do $\sigma = 10$ ($\text{fkc}(\sigma = 10)$). Wtedy $\lambda_{\max}^{\text{fkc}(\sigma=10)}$ osiąga jedną z najwyższych wartości. Duża zmiana występująca tylko na fikcyjnej walucie powoduje efekt przesunięcia wyceny kryptowalut w niej wyrażonych. Dlatego z perspektywy niezależnej waluty o dużej zmienności zachowanie całego rynku wydaje się kolektywne. Efekt „ciągnięcia” kursów wymiany przy gwałtowniej zmianie waluty, w której wyrażone są pozostałe, został pokazany w rozdziale 5.4 oraz pracy [72]. Duża zmienność na CHF i GBP powodowała wzrost korelacji na większych skalach czasowych pomiędzy kursami wymiany mającymi za walutę bazową jedną z nich.

Powyższą interpretację $\lambda_{\max}^{(X)}$ – im niższa wartość tym bardziej istotna kryptowaluta bazowa X – wspiera analiza wielkości kapitalizacji. Kryptowaluta TEK, dla której wartość $\lambda_{\max}^{\text{TEK}}$ była największa, posiada jedną z najmniejszych kapitalizacji z wszystkich rozważanych. Z kolei BTC cechuje się największą kapitalizacją. Dodatkowo na rysunku 6.1 można zauważyć odmienny od reszty trend zmian wyceny TEK.

6.2.5 Ewolucja struktury korelacji rynku w czasie

We wcześniejszych rozdziałach niniejszej rozprawy zostało pokazane, że charakterystyki poszczególnych par kryptowalutowych ewoluowały w czasie. Należy się więc spodziewać, że w miarę rozwoju rynku zmieniała się również struktura korelacji wśród 100 kryptowalut o największej kapitalizacji. W tym celu macierz korelacji dla różnych walut bazowych X została obliczona w oknie kroczącym o długości pół roku (182 dni) z krokiem jeden dzień. Zmiany wartości $\lambda_{\max}^{(X)}$ w czasie dla $X = \text{BTC}$, ETH , XRP , TEK , USD i waluty fikcyjnej (skonstruowanej z geometrycznego ruchu Browna z $\sigma = 1$) oraz udziały najbardziej istotnych kryptowalut w kapitalizacji całego rynku – obliczone w oknie kroczącym o tej samej długości i kroku – zostały przedstawione na rysunku 6.7. Przypadki graniczne – waluty bazowe BTC i TEK – w znacznym stopniu nie zmieniają swojego położenia w miarę upływu czasu. Wyraźnie widoczny jest za to wzrost wartości λ_{\max} dla macierzy korelacji przy wyrażeniu w USD i walucie fikcyjnej, które mają dynamikę niezależną od rynku kryptowalut. Oznacza to wzrost poziomu skorelowania pomiędzy kryptowalutami w miarę rozwoju rynku. Największą dynamikę wzrostu wartości λ_{\max} , dla $X = \text{USD}$ i $\text{fkc}(\sigma = 1)$ można zaobserwować w półrocznych oknach kroczących kończących się od stycznia do sierpnia 2018. Obejmuje to okres silnej hossy, a następnie krachu na rynku kryptowalut. Jest to zgodne z obserwacją typową dla rynków akcji o wzroście poziomów korelacji (kolektywności) w trakcie spadków [44, 153, 163]. Po uspokojeniu rynku, w drugiej połowie 2018 roku wartości λ_{\max} dla USD i waluty fikcyjnej zmniejszyły się, ale pozostają one w dalszym ciągu powyżej poziomów z 2017 roku.

W przypadku wybrania jako waluty bazowej ETH widoczny jest systematyczny spadek wartości $\lambda_{\max}^{\text{ETH}}$ na rysunku 6.7. Jest to związane z wzrostem kapitalizacji i znaczenia tej kryptowaluty. W oknach kroczących kończących się od grudnia 2017 do czerwca 2018 $\lambda_{\max}^{\text{ETH}}$ miała niższą wartość niż $\lambda_{\max}^{\text{BTC}}$. Można to interpreto-



Rysunek 6.7: Panel górny – zmiany w czasie wartości $\lambda_{\max}^{(X)}$ obliczonej z macierzy korelacji $C_{ij}^{(X)}$ w oknie kroczącym o długości 182 dni (pół roku) z krokiem 1 dzień dla $X = \text{BTC}, \text{ETH}, \text{XRP}, \text{TEK}$ i USD. Został również uwzględniony przypadek waluty fikcyjnej fikc($\sigma = 1$). Wartości λ_{\max} dla USD i waluty fikcyjnej zostały przemnożone przez czynnik 99/100, aby można je było porównywać bezpośrednio z pozostałymi. Przerwaną linią zaznaczono obszar Wisharta dla macierzy losowych. Panel dolny: kapitalizacja całego rynku kryptowalut – linia przerywana oraz udziały w niej kryptowalut: BTC, ETH, XRP, obliczone w półrocznym oknie kroczącym.

wać jako chwilowe przejęcie przez ETH roli dominującej kryptowaluty na rynku. W tamtym czasie zwiększył się udział ETH w kapitalizacji całego rynku, przy jednoczesnym spadku udziału BTC. Ma to związek ze wspomnianą wcześniej ICO-hossą. Gwałtownie zwiększyła się liczba ofert ICO, wypuszczanych głównie na platformie Ethereum. Zwiększyło to popyt na tę kryptowalutę oraz spowodowało wzrost jej znaczenia i umocnienie powiązań z innymi kryptowalutami. Dodatkowym czynnikiem, który spowodował spadek wpływu BTC na przełomie 2017/2018, jest to, że wyznaczył on szczyt swojej wyceny w grudniu 2017, a pozostałe główne kryptowaluty, w tym ETH, około miesiąc później. Od stycznia 2018 zaczęła się bessą na całym rynku kryptowalut, przy czym BTC tracił relatywnie mniej na wartości, co przekłada się na wzrost jego udziału w kapitalizacji całego rynku. Towarzyszy temu systematyczny spadek wartości $\lambda_{\max}^{\text{BTC}}$, który można interpretować jako powrót dominującej pozycji bitcoina.

W przypadku wybrania waluty bazowej XRP na rysunku 6.7 można zaobserwować skoki wartości $\lambda_{\max}^{\text{XRP}}$. Są one związane z wzrostem wyceny XRP w USD

o 102% w dniu 02.04.2017. Tak duża zmiana spowodowała pociągnięcie wyceny wszystkich kryptowalut wyrażonych w XRP, a zatem z jej perspektywy zachowanie całego rynku było kolektywne. Uwzględnienie tego dnia w półrocznym oknie kroczącym przekłada się bezpośrednio na gwałtowny wzrost wartości $\lambda_{\max}^{\text{XRP}}$. Z kolei spadek $\lambda_{\max}^{\text{XRP}}$ pół roku później jest spowodowany przez wypadnięcie tego dnia z okna kroczącego. Potwierdza to przedstawioną wcześniej interpretację zachowania największej wartości własnej przy wyrażeniu w różnych walutach bazowych.

6.3 Sieciowa reprezentacja rynku kryptowalut

Korzystając z macierzy korelacji, pokazanych w poprzednich podrozdziałach można również skonstruować sieciową reprezentację rynku. Wierzchołkami są kursy wymiany, a połączeniami korelacje między nimi. Do analizy struktury sieci zostaną użyte minimalne drzewa rozpinające (MST). Metoda ta została wprowadzona do analizy korelacji na rynkach finansowych w pracy [123]. Od tamtej pory była z powodzeniem stosowana do analizy topologii różnych rynków, takich jak: Forex [128, 131, 135, 75, 108, 86], akcje [22, 130, 138, 21, 187, 111], towary [169] oraz kryptowaluty [171]. W szczególności badane były rozkłady krotności wierzchołków w drzewach MST. Dla dojrzałych rynków finansowych mogą być one opisywane przez rozkłady potęgowe [105]. W przypadku rynków akcji i walut wykładniki potęgowe – określające skalowanie – przyjmowały wartości zbliżone do analitycznych modeli hierarchicznych sieci złożonych [20].

W niniejszej pracy – przy pomocy MST – pokazana zostanie struktura hierarchiczna na rynku kryptowalut. W połączeniu z poziomem największej wartości własnej w macierzach korelacji obliczanych dla różnych walut bazowych, pozwoli to na wskazanie dominujących kryptowalut na rynku.

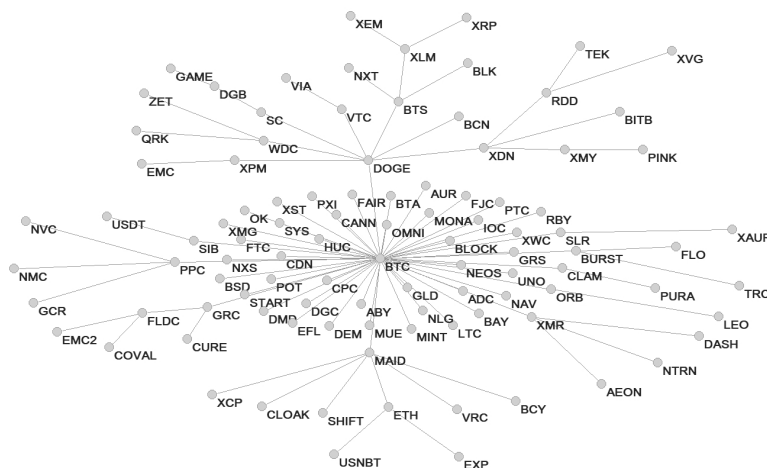
6.3.1 Minimalne drzewo rozpinające

W tym podrozdziale przedstawiane zostaną minimalne drzewa rozpinające (MST) stworzone z macierzy korelacji $C_{ij}^{(X)}$ przy wyrażeniu w danej walucie bazowej X . Użyte macierze korelacji były już analizowane w podrozdziale 6.2. Obliczenia zostały przeprowadzane na tym samym zbiorze 100 kryptowalut w okresie od 1.10.2015 do 31.03.2019, który został opisany w podrozdziale 6.1. Ponieważ elementy poza-diagonalne macierzy korelacji nie spełniają warunków metryki, konieczne jest wprowadzenie miary odległości zdefiniowanej jako:

$$d_{ij}^{(X)} = \sqrt{2(1 - C_{ij}^{(X)})}, \quad (6.8)$$

która już te warunki spełnia [123]. Współczynnik korelacji Pearsona przyjmuje wartości w przedziale $[-1, 1]$, dlatego miara odległości d_{ij} jest zawarta w przedziale $[0, 2]$. Z takiej miary można skonstruować grafy ważone, które reprezentują strukturę rynku. Wierzchołkami są kryptowaluty wyrażone w walucie bazowej X , a wagami odległości pomiędzy nimi. W tak stworzonym grafie można znaleźć minimalne drzewo rozpinające (MST). W tym celu w niniejszej rozprawie wykorzystano algorytm Prima [154].

Na rysunku 6.8 zostało przedstawione minimalne drzewo rozpinające dla oryginalnej waluty bazowej – USD, skonstruowane dla całego zakresu danych. Widoczna

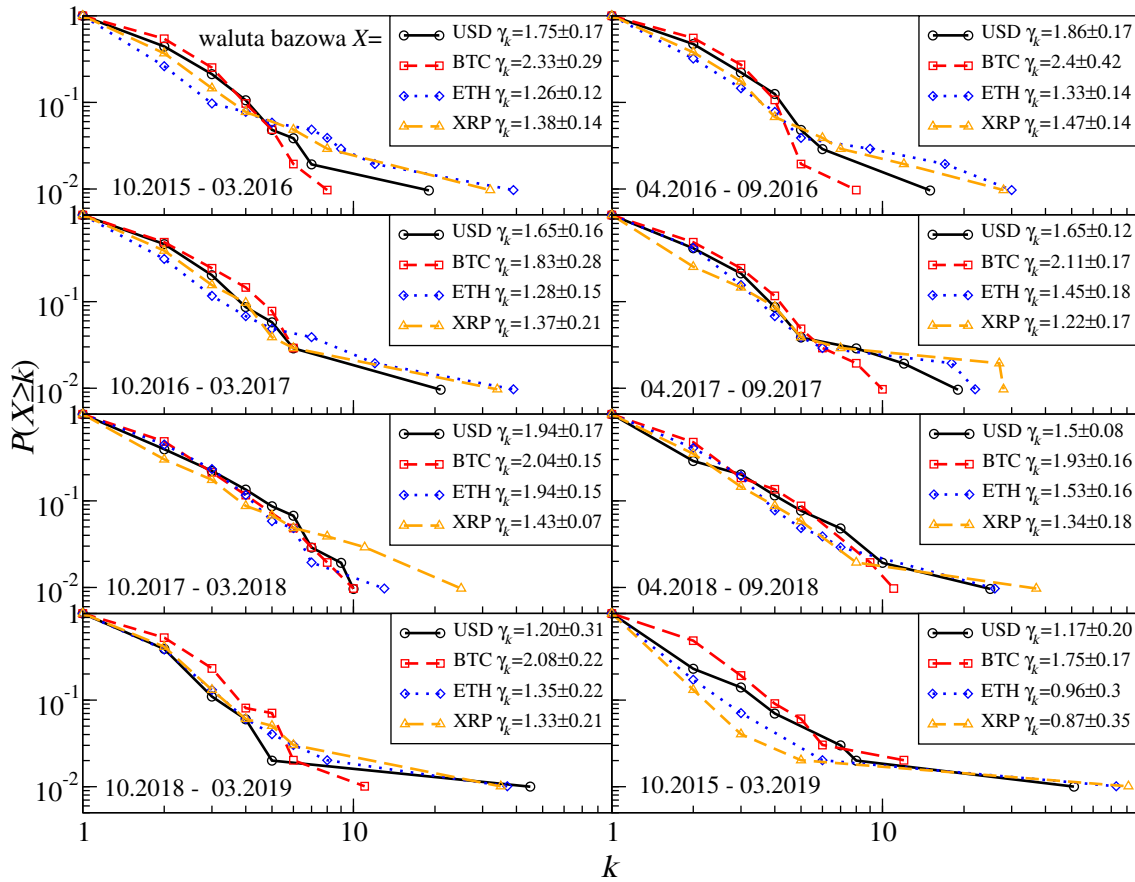


Rysunek 6.8: MST reprezentujące rynek kryptowalut skonstruowane dla USD jako waluty bazowej.

jest jego silna centralizacja. Krotność (stopień) wierzchołka odpowiadającego bitcoinowi przy walucie bazowej USD – k_{BTC}^{USD} wynosi 51. Pozostałe wierzchołki posiadają krotności nie przekraczające wartości 10. Stopień wierzchołka można interpretować jako miarę określającą znaczenie danego instrumentu finansowego. Im wyższy stopień wierzchołka odpowiadającego danej kryptowalucie, tym ma ona większy wpływ na pozostałe [108]. Dominacja BTC w drzewie MST skonstruowanym w walucie bazowej USD jest konsystentna z wynikami analizy największej wartości własnej (podrozdział 6.2.4).

Drzewo MST w walucie bazowej USD, której dynamika jest niezwiązana bezpośrednio z rynkiem kryptowalut, wydaje się najlepiej opisywać topologię rynku kryptowalut. Jednakże, jak pokazano w rozdziale 6.2, struktura korelacji zależy w dużym stopniu od wyboru waluty bazowej. Dlatego sprawdzono również, jak wyglądają drzewa MST skonstruowane dla innych walut bazowych. Na rysunku 6.9 przedstawiono drzewo MST przy wyrażeniu pozostałych kryptowalut w bitcoinie. Struktura drzewa wygląda zupełnie inaczej. Jest ona znacznie bardziej zdecentralizowana: nie ma jednego dominującego wierzchołka. Największą krotność $k_{max}^{BTC} = 12$ posiadają wierzchołki odpowiadające BTS i MAID. MST stworzone dla mniej istotnych niż BTC kryptowalut, wybranych jako bazowe dla całego rozważanego okresu, cechują się jeszcze większą centralizacją niż przypadek waluty bazowej USD. Większość wierzchołków ma stopień jeden i jest połączona z BTC. Wyniki dla wszystkich kryptowalut użytych jako bazowe zostaną przedstawione w podrozdziale 6.4.

Topologiczne własności drzew MST z perspektywy różnych walut bazowych zostaną opisane ilościowo w następnym podrozdziale przy pomocy rozkładu krotności wierzchołków.



Rysunek 6.10: Rozkłady krotności wierzchołków wraz z oszacowanym wykładnikiem skalowania $\gamma_k^{(X)}$ dla różnych walut bazowych $X = \text{USD}, \text{BTC}, \text{ETH}$ i XRP , w okresie od 1.10.2015 do 31.03.2019 (prawy dolny panel) oraz w kolejnych półroczach.

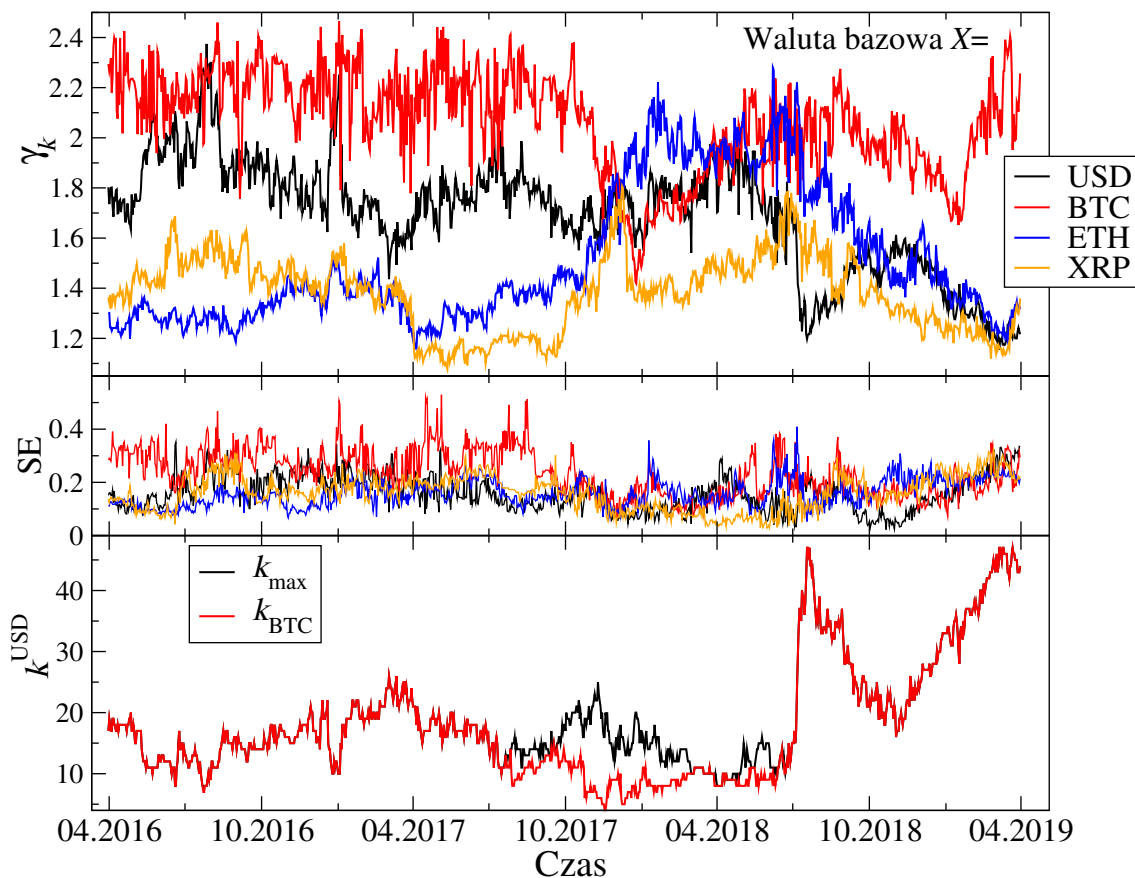
wierzchołka $k_{\max}^{(X)}$ dla $X \neq \text{BTC}$ zmniejszył się, przez co możliwe było wykształcenie hierarchicznej struktury krotności wierzchołków, która przejawia się w skalowaniu ich rozkładu. W szczególności jest ono dobrze widoczne z punktu widzenia $X = \text{XRP}$, gdzie $\gamma_k^{\text{XRP}} = 1.43 \pm 0.07$. Można w tym przypadku mówić o bezskalowym charakterze drzewa MST. Nieco gorsze, ale dalej satysfakcjonujące skalowanie występuje w następnym półroczu (od 04.2018 do 09.2018), gdzie $\gamma_k^{\text{USD}} = 1.5 \pm 0.08$; tutaj również zauważalna jest bezskalowość sieci przy wyrażeniu w USD. Ostatnie rozważane półrocze (od 10.2018 do 03.2019) to powrót dominacji BTC, a co za tym idzie, przejście struktury MST do scentralizowanej.

Szczegółowe zmiany w czasie wykładnika skalowania $\gamma_k^{(X)}$ dla powyżej rozważanych walut bazowych X zostały przedstawione w półrocznym oknie krocącym (z krokiem 1 dzień) na rysunku 6.11. Poprawę jakości skalowania mierzono jako błąd dopasowania rozkładu potęgowego (SE) – środkowy panel rysunku 6.11 – można zaobserwować w oknach krocących kończących się od sierpnia 2017 do maja 2018. Następuje to w momencie, gdy zmniejsza się dominacja BTC. Jest to widoczne w zmniejszeniu udziału bitcoina w kapitalizacji całego rynku kryptowalut (panel dolny rysunku 6.1) oraz w spadku krotności wierzchołka BTC w MST dla waluty bazowej USD – $k_{\text{BTC}}^{\text{USD}}$ (panel dolny rysunku 6.11). W półrocznych oknach krocących kończących się od sierpnia 2017 do kwietnia 2018 to nie krotność $k_{\text{BTC}}^{\text{USD}}$ jest największa. Związane jest to ze startem silnej hossy na wszystkich kryptowalutach. W tym

czasie rynek kryptowalut zaczął robić się coraz bardziej kolektywny z perspektywy USD, co pokazano na rysunku 6.7.

W półrocznych oknach kroczących kończących się w okresie listopad 2017 – marzec 2018 widoczny jest wzrost wartości γ_k^{ETH} powyżej 2. Koresponduje to z przejęciem dominującej roli przez ETH, zaobserwowanym na rysunku 6.7 przy analizie zachowania $\lambda_{\max}^{(X)}$. Jest to związane z ICO-hossą oraz zwiększeniem kapitalizacji i znaczenia ethereum.

W końcowej fazie hossy – półroczne okna kroczące kończące się od maja 2018 do lipca 2018 – można mówić o decentralizacji rynku kryptowalut. Wartości γ_k^{ETH} , γ_k^{BTC} i γ_k^{USD} oscylują powyżej poziomu 1.8. Natomiast wykładnik γ_k^{XRP} znajdował się w tym czasie w okolicach 1.6, co jest bliskie wartości teoretycznej w modelu sieci hierarchicznej $\gamma_k^{\text{hier}} \approx 1.6$ [136, 158].



Rysunek 6.11: Panel górny – wykładnik skalowania rozkładu krotności wierzchołka $\gamma_k^{(X)}$ dla walut bazowych $X = \text{USD}, \text{BTC}, \text{ETH}$ i XRP jako funkcja czasu. Panel środkowy – błąd standardowy dopasowania γ_k regresją liniową (SE). Panel dolny – maksymalna krotność wierzchołka k_{\max}^{USD} w drzewie MST dla waluty bazowej USD (kolor czarny) oraz krotność wierzchołka BTC – $k_{\text{BTC}}^{\text{USD}}$ (kolor czerwony).

Koniec okresu kiedy można mówić o bezskalowym charakterze sieci kryptowalut – określanym przez jakość skalowania rozkładu krotności wierzchołków – następuje w momencie powrotu dominacji BTC. Ma to miejsce od okna kroczącego kończącego się w lipcu 2018 i jest związane z gwałtownym skokiem maksymalnej krotności wierzchołka k_{\max}^{USD} , którym jest BTC (dolny panel rysunku 6.11). Ten dynamiczny wzrost krotności wierzchołka BTC w drzewie MST dla $X = \text{USD}$ jest bezpośrednio

spowodowany przez wypadnięcie z okna krocącego dni ze stycznia 2018, w których bitcoin już spadał, a pozostałe główne kryptowaluty kontynuowały trend wzrostowy do połowy stycznia 2018. Krotność wierzchołka BTC – $k_{\text{BTC}}^{\text{USD}}$ rośnie o 5, gdy z półrocznego okna krocącego wypada dzień 07.01.2018. W tym dniu wycena BTC spada o 5% przy jednoczesnym wzroście ETH o 10%. Pozostałe kryptowaluty o dużej kapitalizacji również w większości wzrosły w tym dniu. Od tego momentu następuje powrót do scentralizowanego charakteru sieci reprezentującej rynek kryptowalut.

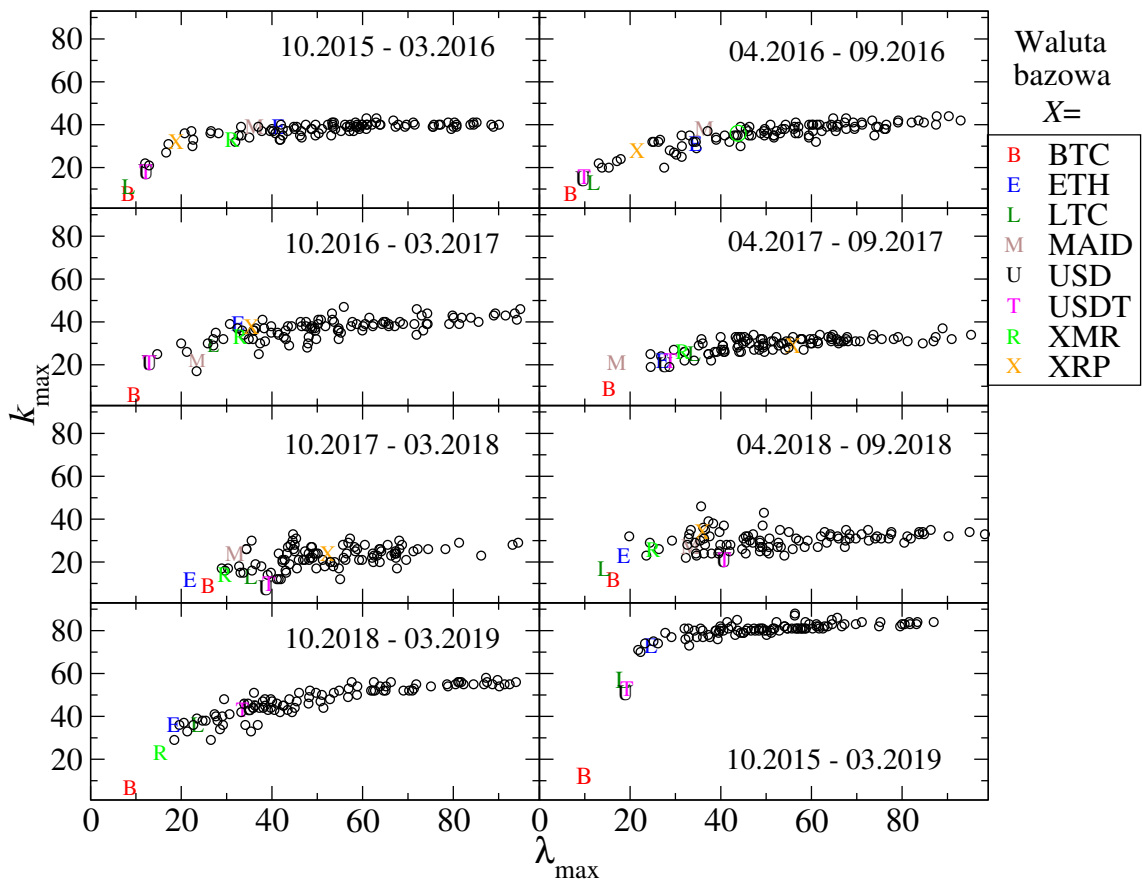
6.4 Porównanie największej wartości własnej i maksymalnej krotności wierzchołka w MST

W poprzednim rozdziale zostało pokazane, że interpretacje wartości parametrów $\lambda_{\text{max}}^{(X)}$ oraz $\gamma_k^{(X)}$ są ze sobą związane. Wyrażanie pozostałych kryptowalut w istotnej walucie bazowej X – mającej wpływ na pozostałe – „zabiera” część korelacji z rynku, które są związane z dynamiką X . Najniższy poziom $\lambda_{\text{max}}^{(X)}$ uzyskany dla $X = \text{BTC}$ odpowiadał najwyższej wartości γ_k^{BTC} . Z perspektywy dominującej kryptowaluty cały rynek wydaje się słabo skorelowany, a sieć zdecentralizowana. Z kolei przy wyrażaniu w walucie bazowej mającej dynamikę niezwiązaną z pozostałymi cały rynek jest kolektywny, a sieć mocno scentralizowana.

W tym rozdziale porównane zostaną wartości określające strukturę korelacji z perspektywy wszystkich 100 kryptowalut oraz USD, które zostały użyte jako waluty bazowe dla pozostałych. Wykładnik $\gamma_k^{(X)}$ został jednak zastąpiony maksymalną krotnością wierzchołka w drzewie MST skonstruowanym dla danej waluty bazowej X – $k_{\text{max}}^{(X)}$. Było to konieczne, ponieważ w przypadku większości kryptowalut użytych jako bazowe nie zaobserwowano wystarczającej jakości skalowania, aby mówić o rozkładzie potęgowym krotności wierzchołków. Nie wpływa to jednak na możliwość określenia własności sieci. Wysoka wartość $k_{\text{max}}^{(X)}$ w przypadku rynku kryptowalut odpowiada scentralizowanemu charakterowi sieci, natomiast niska zdecentralizowanemu.

Wyniki dla całego rozważanego okresu – od 01.10.2015 do 31.03.2019 oraz w kolejnych półroczach – zostały przedstawione na rysunku 6.12. Położenie w lewym dolnym rogu we wszystkich panelach – oznaczające najniższe wartości $\lambda_{\text{max}}^{(X)}$ i $k_{\text{max}}^{(X)}$ – określa dominującą pozycję danej waluty bazowej na rynku kryptowalut. We wszystkich rozważanych półroczach oprócz 10.2017 – 03.2018 zajmuje ją bitcoin. W tym szczególnym półroczu można również zaobserwować najniższe maksymalne krotności wierzchołków – znajdują się one poniżej poziomu $k_{\text{max}}^{(X)} = 40$. Jest to związane z tym, że w drugiej połowie 2017 rynek kryptowalut przestał być zdominowany przez BTC. Pozwoliło to na wykształcenie się hierarchicznej struktury, która jest opisywana przez rozkład potęgowy krotności wierzchołków drzewa MST. Jak pokazano na rysunku 6.11, od końca hossy na całym rynku kryptowalut (w styczniu 2018) następuje powrót dominacji BTC. Jest to widoczne w półroczu 10.2018 – 03.2019, umiejscowionym w lewym dolnym panelu rysunku 6.12.

Analizując cały rozważany okres – prawy dolny panel rysunku 6.12 – można zaobserwować najwyższe wartości $k_{\text{max}}^{(X)} \approx 80$ dla zdecydowanej większości kryptowalut wybranych jako bazowe. Związane jest to z tym, że większość wierzchołków, gdy BTC występuje w sieci, jest w strukturze MST z nim połączona i ma krotność wynoszącą jeden. Dla całego rozważanego okresu sieć reprezentująca rynek kryptowalut



Rysunek 6.12: Porównanie $\lambda_{\max}^{(X)}$ i maksymalnej krotności wierzchołka ($k_{\max}^{(X)}$) w całym rozważanym okresie – od 01.10.2015 do 31.03.2019 oraz kolejnych półroczach. Każde kółko oznacza inną wybraną walutę bazową X . Charakterystyczne przypadki zaznaczono literami.

jest więc silnie scentralizowana.

Podsumowując cały rozdział poświęcony macierzowej analizie korelacji na rynku kryptowalut, można twierdzić, że bitcoin na rynku kryptowalut ma bardziej dominującą pozycję niż USD na rynku walutowym (określona w pracach [42, 75, 108]). W przypadku handlu kryptowalutami to BTC jest bardziej naturalną walutą bazową.

Rozdział 7

Podsumowanie i wnioski

Spektakularny rozwój rynku kryptowalutowego w ostatnich kilku latach – od całkowicie peryferyjnego do mającego kapitalizację na poziomie warszawskiej giełdy papierów wartościowych – stanowi okazję umożliwiającą obserwację jego ewolucji w krótkim odstępnie czasu. Dostępność danych wysokiej częstotliwości pozwala na przeprowadzenie zaawansowanych analiz statystycznych fluktuacji na giełdach kryptowalut od momentu ich powstania aż do chwili obecnej. Stwarza to wyjątkową możliwość ilościowego opisu zmian charakterystyk złożoności w miarę dojrzewania rynku. W niniejszej rozprawie zostały one porównane z typowo występującymi na rozwiniętych rynkach finansowych.

W pierwszej kolejności przeanalizowano statystyczne własności fluktuacji pierwszej kryptowaluty – bitcoina – na giełdzie Bitstamp. Charakterystyki rozkładów stóp zwrotu oraz funkcji autokorelacji zbliżają się do obserwowanych na tradycyjnych rynkach finansowych w miarę zwiększania częstotliwości handlu. Od 2014 roku są już porównywalne. Spełnione jest odwrotne prawo kubiczne dla ogonów rozkładów stóp zwrotu oraz funkcja autokorelacji modułów stóp zwrotu zanika potęgowo. Z kolei wykładnik Hursta i charakterystyki multifraktalne osiagają wartości obserwowane na rynku Forex dopiero od 2017 roku. We wcześniejszym okresie handlu H przyjmuje wartości wyraźnie poniżej 0.5, co jest typowe dla rynków rozwijających się. Spektrum osobliwości ma silną lewostronną asymetrię. Jedynie większe fluktuacje wykazują cechy multifraktalne. Małe fluktuacje mają natomiast charakter monofraktalny. Dopiero w 2018 roku kurs wymiany BTC/USD ma w pełni rozwinięte symetryczne spektrum multifraktalne o szerokości porównywalnej do par walutowych z rynku Forex.

W miarę rozwoju rynku pojawiały się kolejne kryptowaluty. Wymiana zaczęła się odbywać już nie tylko na waluty fiducjarne, ale również bezpośrednio pomiędzy kryptowalutami. Korelacje pomiędzy bitcoinem i ethereum w relacji do euro i dolara amerykańskiego oraz między sobą zostały przeanalizowane na danych z giełdy Kraken. W okresie lipiec 2016 – grudzień 2018 własności rozkładów stóp zwrotu oraz funkcji autokorelacji są takie same jak w przypadku najbardziej płynnej pary na rynku walutowym – EUR/USD. Natomiast charakterystyki multifraktalne są odmienne. Pary kryptowalutowe mają wyraźną lewostronną asymetrię spektrum. Zachowanie małych fluktuacji jest typu monofraktalnego.

Kolejnym etapem rozwoju rynku było powstanie giełd handlujących już tylko kryptowalutami między sobą, bez udziału tradycyjnych walut. Największym tego typu rynkiem jest istniejąca od połowy 2017 roku giełda Binance. W niniejszej

rozprawie własności kursów wymiany notowanych na tej giełdzie zostały porównane ze swoimi odpowiednikami na giełdzie Kraken. Handel na giełdzie Binance odbywa się częściej oraz cechuje się zdecydowanie wyższymi wartościami wolumenu. Te różnice przekładają się na: grubsze ogony rozkładów i późniejszy koniec potęgowego zaniku funkcji autokorelacji dla modułów stóp zwrotu, niższe wartości wykładnika Hursta oraz słabiej rozwiniętą multifraktalność kursów wymiany notowanych na Krakenie w porównaniu z giełdą Binance. Są one szczególnie widoczne w przypadku rzadziej handlowanych kryptowalut.

Na podstawie analizy pojedynczych szeregów czasowych na giełdach kryptowalut można wysnuć wniosek, że potrzebny jest odpowiednio częsty handel, aby charakterystyki złożoności były podobne do obserwowanych na rozwiniętych rynkach finansowych. W szczególności wysoka częstotliwość handlu i płynność są potrzebne do wykształcenia multifraktalnych charakterystyk na poziomie małych, bardziej zaszumionych fluktuacji. Na rynku kryptowalutowym zostało to spełnione jedynie w przypadku najczęściej handlowanych kryptowalut – BTC i ETH – na giełdach o wystarczającej płynności.

Kolejna część rozprawy zawiera analizę wieloskalowych korelacji krzyżowych na giełdach kryptowalutowych. W tym celu wykorzystano metodę MFCCA oraz współczynnik korelacji $\rho(q, s)$. Analizę rozpoczęto od korelacji pomiędzy najbardziej płynnymi kursami wymiany – zawierającymi BTC i ETH w relacji do EUR i USD oraz kursem BTC/ETH na giełdzie Kraken w okresie lipiec 2016 – grudzień 2018. Stwierdzono występowanie multifraktalnych korelacji krzyżowych na poziomie średnich i dużych fluktuacji (dla $q > 0$). W miarę rozwoju rynku zauważalne jest synchronizowanie zachowania kursów wymiany. Przekłada się to na wyższe poziomy korelacji na najmniejszych skalach czasowych i zmniejszenie okazji w ramach arbitrażu trójkątnego.

Następnie porównane zostały bezpośrednio dwie giełdy – Binance i Kraken – na danych z 2018 roku. Podobnie jak w przypadku dojrzałych rynków finansowych, kursy wymiany nie są skorelowane na poziomie najmniejszych fluktuacji. Poziomy korelacji oraz charakterystyki multifraktalne zależą od częstości handlu poszczególnych kryptowalut. Najpłynniejsze – BTC i ETH – przy wyrażeniu w walutach fiducjarnych (EUR i USD) na giełdzie Kraken, a w przypadku giełd Binance w USDT, są z sobą najsilniej skorelowane. Cechą odróżniającą rynek kryptowalut od rynku walutowego jest silna zależność poziomu korelacji od skali czasowej. Na najmniejszych rozważanych skalach czasowych korelacje pomiędzy kryptowalutami nie będącymi w relacji trójkąta (nie posiadającymi wspólnej waluty bazowej) są bliskie zera. Korelacje pomiędzy kursami wymiany mającymi wspólną walutę bazową są mocniejsze. W szczególności dla giełdy Kraken, w przypadku wyrażenia tej samej kryptowaluty w EUR i USD, na większych skalach czasowych zbiegają one do wartości 1. Jest to związane ze zdecydowanie mniejszą zmiennością rynku walutowego w porównaniu do rynku kryptowalut. Wysoka zmienność kryptowalut jest również odpowiedzialna za znacznie mniejsze różnice pomiędzy poziomami korelacji krzyżowych w zależności od wielkości fluktuacji w porównaniu do walut notowanych na Forexie.

Różnice pomiędzy kursami wymiany znajdującymi się w relacji trójkąta i tymi spoza są również widoczne w strukturze hierarchicznej korelacji. W rozprawie została ona przedstawiona przy pomocy dendrogramów obliczanych ze współczynnika $\rho(q, s)$. W przypadku rynku kryptowalut generalnie w klastry łączy się jedynie te

kursy, które posiadają wspólną walutę bazową. Na rynku Forex w tym samym klastrze mogą znajdować się również kursy wymiany spoza relacji trójkąta. Świadczy to o słabszym przepływie informacji na rynku kryptowalutowym – potrzebne jest bezpośrednie połączenie w postaci tej samej waluty bazowej.

Dla rynku kryptowalut typową własnością jest wzrost poziomu korelacji wzajemnych wraz ze skalą czasową. Ma to odzwierciedlenie w słabszej synchronizacji korelacji multifrakalnych (większa różnica pomiędzy $\lambda(q)$ i $h_{xy}(q)$ niż w przypadku rynku Forex). Niskie poziomy korelacji na najmniejszych skalach czasowych oznaczają wolniejsze rozprzestrzenianie się informacji o zmianie ceny, a co za tym idzie, częste występowanie okazji w ramach arbitrażu trójkątnego. Na rynku walutowym takie okazje są znacznie mniejsze i występują rzadziej. Mają miejsce jedynie podczas wydarzeń powodujących ekstremalną zmienność. Można więc twierdzić, że kryptowaluty są znacznie słabiej zsynchronizowanym rynkiem niż Forex.

Rynek kryptowalut z uwagi na swoją decentralizację pozwala również porównywać te same kursy wymiany notowane jednocześnie na różnych giełdach oraz badać korelacje pomiędzy nimi. Na giełdzie kryptowalutowej o większej częstotliwości handlu – Binance – poziomy korelacji na najmniejszych skalach czasowych (do około 200 minut) pomiędzy kursami wymiany są wyższe niż pomiędzy ich odpowiednikami na giełdzie Kraken. Przekłada się to na rzadsze i mniejsze okazje arbitrażowe w relacji trójkąta na giełdzie o większej płynności. Różnice w częstości handlu wpływają również na okazje arbitrażowe pomiędzy giełdami. Wartości korelacji pomiędzy tymi samymi kursami wymiany notowanymi na obu giełdach nie są wcale największe dla oryginalnej synchronizacji szeregów czasowych. Wyższe poziomy są uzyskiwane w wariancie gdy giełda charakteryzującą się częstszym handlem (większą płynnością) – Binance wyprzedza drugą – odpowiednio Krakena i Bitstampa. Efekt prowadzenia nie występuje, gdy badane są korelacje pomiędzy tymi samymi kursami wymiany na giełdach o podobnej płynności – Bitstampem i Krakenem. Jest to nowe zastosowanie metod wieloskalowych do wykrywania relacji prowadzący – opóźniony. Tak silny efekt wyprzedzania jest prawdopodobnie unikalny dla rynku kryptowalutowego.

Kryptowaluty pomimo istniejących powiązań z rynkiem walutowym Forex w postaci handlu w walutach fiducjarnych oraz zależność kursu USDT od dolara amerykańskiego, nie są skorelowane z tradycyjnymi rynkami finansowymi. Poziomy korelacji ze złotem, indeksami amerykańskimi i kursem EUR/USD są bliskie zera.

W ostatniej części rozprawy została pokazana struktura korelacji wśród stu kryptowalut o największej kapitalizacji, które można traktować jako obraz całego rynku. Rozkłady elementów pozadiagonalnych oraz wartości własnych macierzy korelacji w dużym stopniu zależą od tego, która kryptowaluta zostanie wybrana jako bazowa. Po wyeliminowaniu wpływu największej wartości własnej – określającej kolektywność rynku – rozkład pozostałych wartości własnych jest z dobrym przybliżeniem opisywany przez analityczny rozkład Marchenka-Pasteura dla macierzy losowych. Przy pomocy największej wartości własnej, obliczonej z macierzy korelacji przy wyrażeniu w danej kryptowalucie bazowej, został stworzony ranking znaczenia poszczególnych kryptowalut. W całym badanym okresie od 1.10.2015 do 31.03.2019 to bitcoin był najbardziej wpływową kryptowalutą.

Analiza zmian poziomu największej wartości własnej w czasie, dla danej kryptowaluty bazowej w półrocznym oknie kroczącym, wykazała, że w miarę rozwoju rynku kryptowalut wzrósł poziom kolektywności. Bitcoin przez większość czasu utrzymywał dominującą pozycję, z wyjątkiem drugiej połowy 2017, kiedy miała

miejsce silna hossa na rynku kryptowalut (ICO-mania). W tym okresie rolę najbardziej wpływowej kryptowaluty przejęło na chwilę ethereum. Wnioski te potwierdza analiza sieciowa przeprowadzona przy pomocy minimalnych drzew rozpinających (MST). Z upływem czasu można zaobserwować zmiany w topologii sieci odpowiadającej rynkowi kryptowalut. Druga połowa 2017 charakteryzuje się występowaniem bezskalowej struktury drzewa MST. Rynek kryptowalut przestał być w tamtym czasie zdominowany przez BTC. Pozwoliło to na wykształcenie hierarchicznej struktury sieci, która jest opisywana przez potęgowy rozkład krotności wierzchołków drzewa MST. Załamanie w styczniu 2018 kończy okres decentralizacji. Od tego momentu następuje powrót dominującej pozycji BTC oraz scentralizowanego charakteru sieci reprezentującej rynek kryptowalut.

Konkludując, w rozprawie zostało pokazane, że ewolucja rynku kryptowalut związana ze zwiększeniem częstotliwości transakcji, wzrostem obrotu oraz większą liczbą uczestników, spowodowała, że na poziomie pojedynczych szeregów czasowych jest on obecnie zbliżony swoimi charakterystykami złożoności do rynku Forex. Jednak korelacje krzyżowe dla kursów wymiany na giełdach kryptowalut różnią się od tych obserwowanych na Forexie. Rynek kryptowalut jest słabiej zsynchronizowany, informacja przepływa wolniej, przez co występuje na nim znacznie więcej okazji arbitrażowych. Użyta w pracy metodologia pozwala na ich wykrywanie oraz wskazywanie relacji prowadzący – opóźniony. Metody opisu korelacji oraz zależności hierarchicznych pomiędzy kursami wymiany przedstawione w niniejszej rozprawie mogą być wykorzystywane w konstrukcji portfela inwestycyjnego oraz zmniejszaniu jego wystawienia na ryzyko.

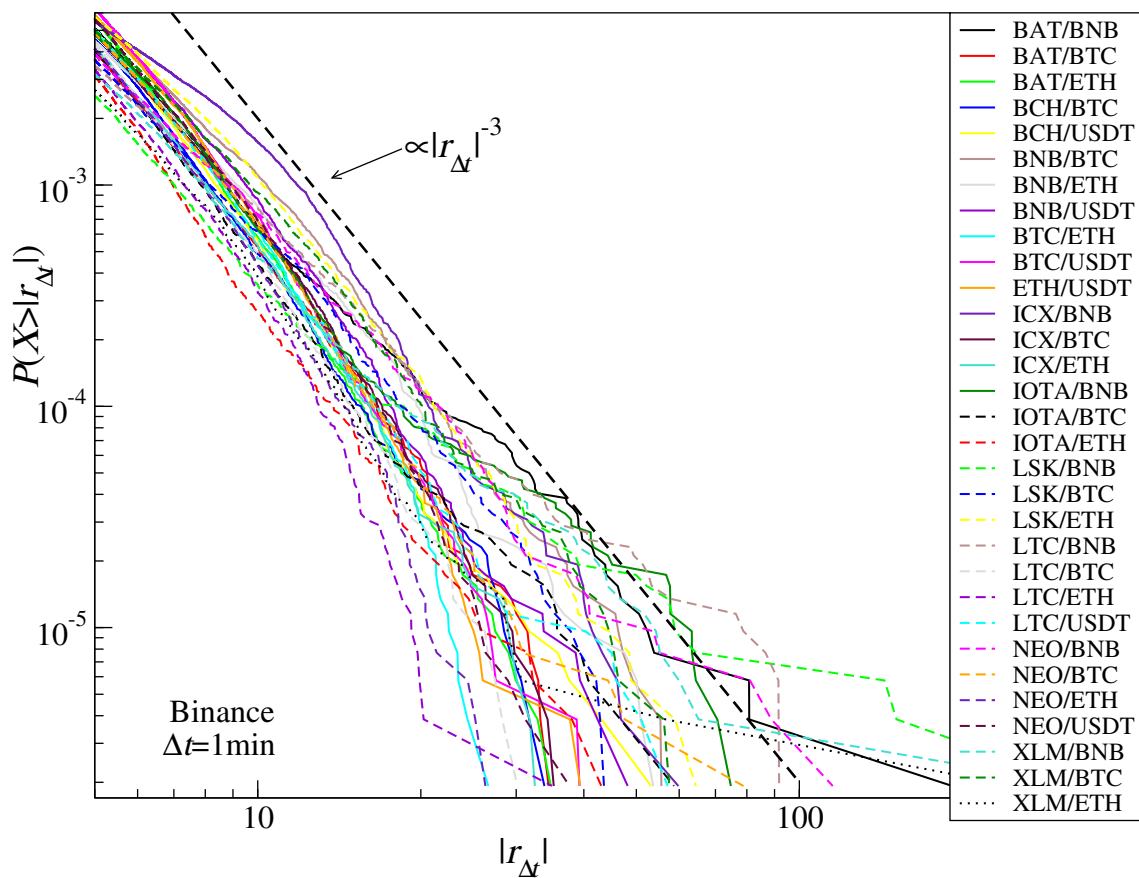
Nie będzie zbyt mocnym stwierdzeniem, że pomimo istniejących różnic, można mówić o powstaniu nowej klasy aktywa inwestycyjnego, nieskorelowanego z dotychczas istniejącymi rynkami. Co więcej mamy do czynienia z całym rynkiem kryptowalut, na którym to bitcoin jest naturalną walutą bazową do prowadzenia handlu.

Dodatek A

Giełdy Binance i Kraken

Tablica A.1: Lista symboli i pełnych nazw kryptowalut z giełd Binance i Kraken.

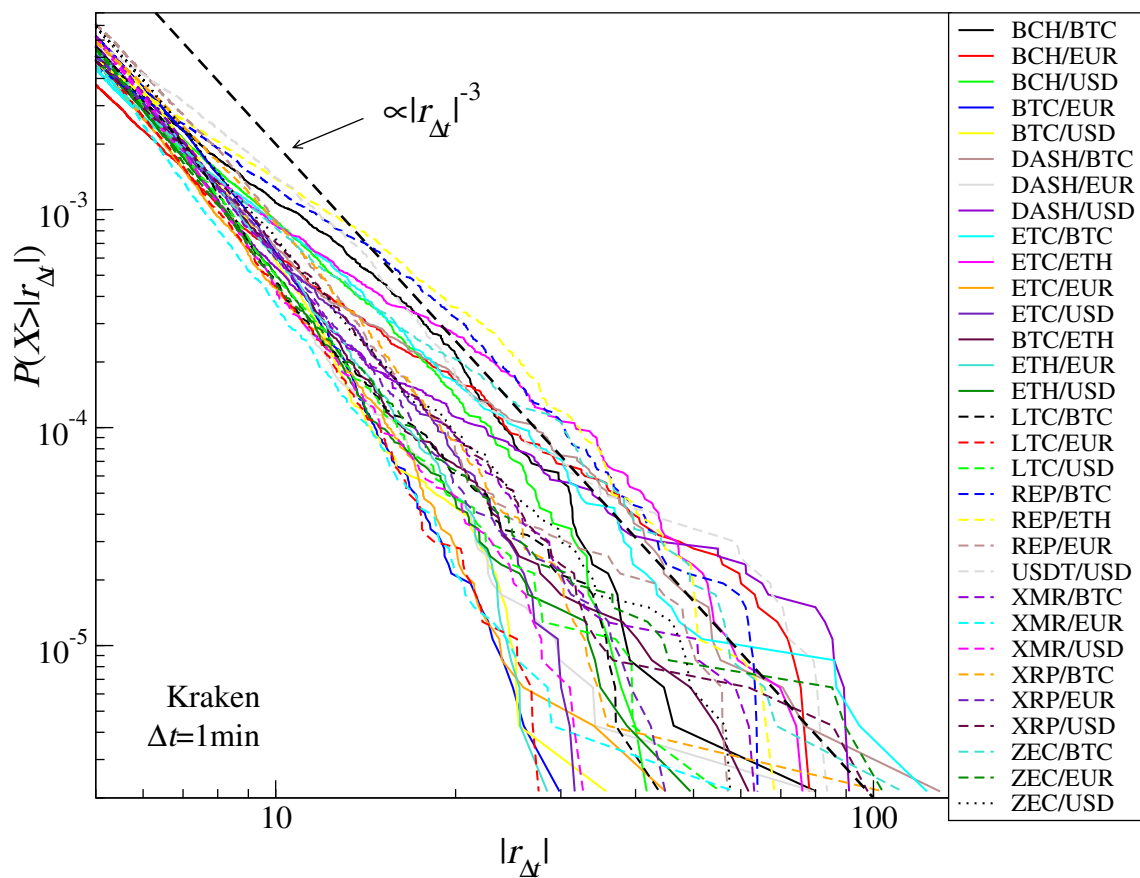
Symbol	Pełna nazwa
BCH	Bitcoin Cash
BTC	Bitcoin
ETH	Ethereum
ETC	Ethereum Classic
DASH	Dash
LTC	Litecoin
XMR	Monero
XRP	Ripple
USDT	Tether
BAT	Basic Attention Token
BNB	Binance
ICX	ICON
MIOTA	IOTA
LSK	Lisk
NEO	NEO
XLM	Stellar
REP	Augur
ZEC	Zcash



Rysunek A.1: Skumulowane rozkłady znormalizowanych modułów stóp zwrotu $r_{\Delta t=1\text{min}}$ na giełdzie Binance w 2018 roku.

Tablica A.2: Tabela przedstawiająca oszacowanie wykładnika γ , średnią długość okresu bez handlu $\langle N_0 \rangle$ (ciągu zerowych stóp zwrotu), liczbę okresów bez handlu N_0 (ciągów zerowych stóp zwrotu), wartość średniego wolumenu w ciągu minuty w USD – $\langle W \rangle$ oraz wykładnik Hursta – H dla par kryptowalutowych notowanych na giełdzie Binance w 2018 roku.

Nazwa	γ	$\langle N_0 \rangle$	N_0	$\langle W \rangle$	H
BTC/USDT	3,45±0,1	1,07	8559	196331	0,47
ETH/USDT	3,39±0,1	1,10	16184	61430	0,48
BTC/ETH	3,30±0,1	1,09	12134	60824	0,51
BNB/BTC	2,67±0,2	1,26	40098	18634	0,43
BCH/BTC	3,36±0,1	1,25	29973	16299	0,48
BNB/USDT	3,08±0,15	1,20	31320	16268	0,46
BCH/USDT	3,36±0,1	1,40	40922	15893	0,48
ICX/BTC	3,15±0,1	1,58	77707	15336	0,45
NEO/USDT	3,29±0,1	1,27	42709	14830	0,47
XLM/BTC	2,71±0,15	1,33	67637	14556	0,46
NEO/BTC	3,17±0,15	1,34	61330	14445	0,46
LTC/BTC	3,42±0,1	1,17	34360	13110	0,47
LTC/USDT	3,23±0,15	1,29	45208	11793	0,47
IOTA/BTC	3,26±0,15	1,30	52793	7928	0,45
NEO/ETH	3,54±0,1	1,94	80537	3765	0,42
ICX/ETH	3,24±0,15	2,20	87489	3496	0,42
BNB/ETH	2,74±0,2	1,47	65950	2755	0,45
XLM/ETH	2,96±0,2	1,95	85581	2580	0,43
LSK/BTC	2,72±0,15	1,94	92975	2489	0,44
BAT/BTC	3,12±0,15	1,85	88702	2166	0,45
LTC/ETH	3,61±0,15	2,18	93044	1825	0,42
LSK/BNB	2,39±0,35	10,27	44317	1595	0,41
IOTA/ETH	3,52±0,15	2,29	91798	1495	0,43
NEO/BNB	2,54±0,2	3,66	87796	1294	0,40
LTC/BNB	2,32±0,25	3,86	88053	830	0,41
BAT/ETH	3,48±0,15	2,93	95765	516	0,41
LSK/ETH	2,75±0,15	4,19	81720	451	0,39
ICX/BNB	2,51±0,2	4,80	76597	260	0,36
IOTA/BNB	2,88±0,25	4,35	81816	130	0,39
BAT/BNB	2,70±0,3	6,84	61754	72	0,36
XLM/BNB	2,59±0,3	3,65	90019	12	0,37



Rysunek A.2: Skumulowane rozkłady znormalizowanych modułów stóp zwrotu $r_{\Delta t=1\text{min}}$ na giełdzie Kraken w 2018 roku.

Tablica A.3: Tabela przedstawiająca oszacowanie wykładnika γ , średnią długość okresu bez handlu $\langle N_0 \rangle$ (ciągu zerowych stóp zwrotu), liczbę okresów bez handlu N_0 (ciągów zerowych stóp zwrotu), wartość średniego wolumenu w ciągu minuty w USD – $\langle W \rangle$ oraz wykładnik Hursta – H dla par kryptowalutowych notowanych na giełdzie Kraken w 2018 roku.

Nazwa	γ	$\langle N_0 \rangle$	N_0	$\langle W \rangle$	H
BTC/EUR	3,61±0,1	1,49	44310	35599	0,48
BTC/USD	3,63±0,15	1,61	55360	33998	0,48
ETH/USD	3,4±0,1	1,78	67807	19711	0,49
ETH/EUR	3,37±0,15	1,65	61097	18171	0,49
XRP/EUR	3,14±0,15	2,28	77480	7321	0,46
XRP/USD	2,86±0,2	2,69	80418	6259	0,46
BTC/ETH	3,18±0,2	2,62	82074	5250	0,48
XRP/BTC	2,99±0,15	3,50	72556	2763	0,45
BCH/USD	2,61±0,15	3,83	75427	2151	0,48
BCH/EUR	2,28±0,3	3,31	82295	2036	0,47
USDT/USD	2,37±0,3	8,97	43821	1747	0,31
LTC/EUR	3,61±0,1	3,11	84104	1732	0,48
LTC/USD	3,41±0,1	3,48	79983	1722	0,47
BCH/BTC	2,35±0,15	4,39	68059	1251	0,43
ETC/USD	3,16±0,15	4,18	74681	1114	0,47
ETC/EUR	3,53±0,15	4,01	75596	973	0,47
LTC/BTC	3,34±0,15	5,09	62675	940	0,45
XMR/EUR	3,77±0,15	4,16	76277	865	0,49
XMR/USD	3,73±0,2	5,58	63385	864	0,49
ETC/BTC	2,31±0,2	6,34	55647	709	0,45
XMR/BTC	3,21±0,15	6,58	54832	614	0,43
DASH/EUR	3,59±0,15	6,47	57268	526	0,48
DASH/BTC	2,52±0,2	7,58	49134	416	0,44
ZEC/USD	3,18±0,2	7,45	51105	354	0,48
DASH/USD	2,81±0,3	9,36	42727	394	0,47
REP/EUR	3,09±0,25	6,79	54740	374	0,45
ZEC/EUR	3,25±0,25	6,20	59369	345	0,47
ZEC/BTC	2,29±0,25	7,51	51170	345	0,42
ETC/ETH	2,18±0,2	9,15	41861	266	0,41
REP/BTC	2,05±0,25	8,43	46419	247	0,41
REP/ETH	2,00±0,3	11,57	35701	158	0,40

Tablica A.4: Okazje w ramach arbitrażu trójkątnego na giełdzie Binance. W kolumnach odpowiednio średnie i maksymalne wartości w 2018 roku.

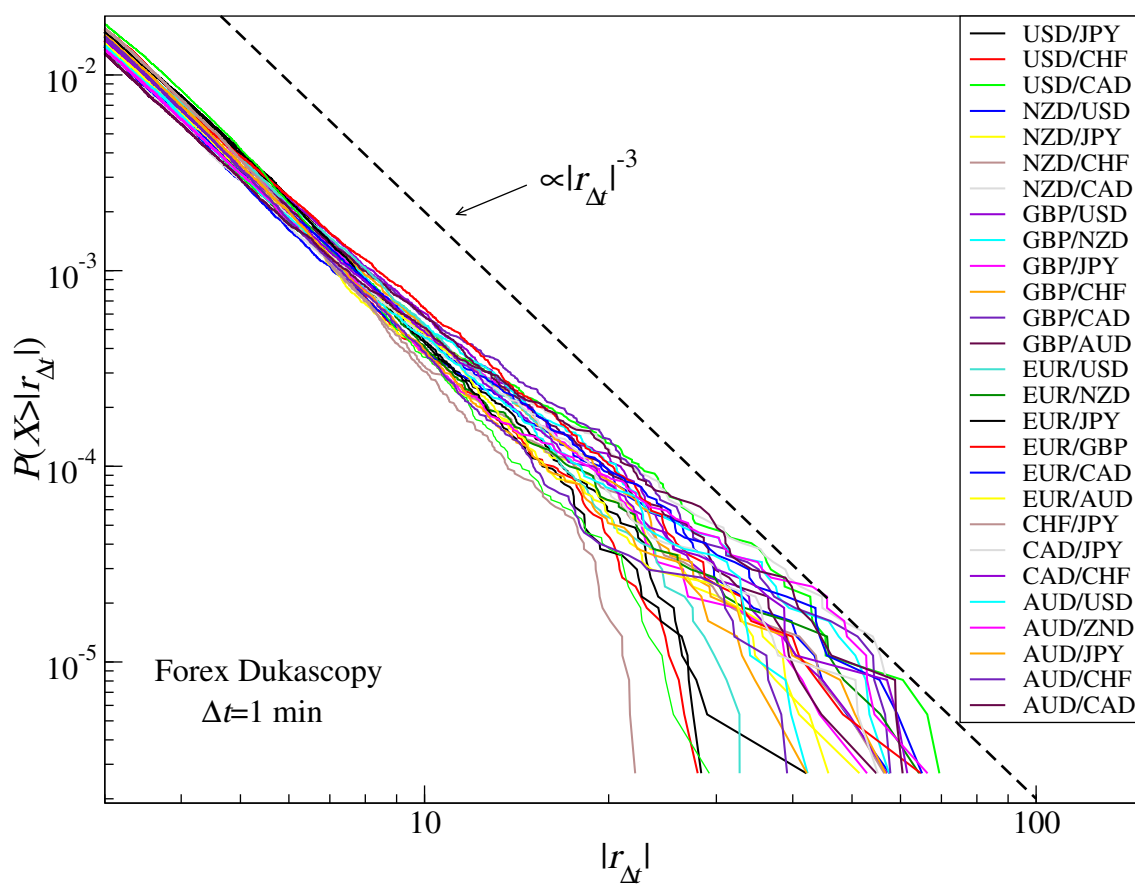
Trójkąt	Średnia	Max
BTC-USDT-BNB	0,00096	0,0465
BTC-USDT-ETH	0,00059	0,0367
BTC-USDT-LTC	0,00087	0,0931
BTC-USDT-NEO	0,00097	0,1029
BTC-USDT-BCH	0,00129	0,0793
BNB-ETH-USDT	0,00126	0,0582
LTC-ETH-USDT	0,00127	0,0955
NEO-ETH-USDT	0,00131	0,0435
LTC-BNB-USDT	0,00203	0,2517
NEO-BNB-USDT	0,00222	0,2924
ETH-BAT-BTC	0,00255	0,1249
ETH-BNB-BTC	0,00108	0,0631
ETH-BNT-BTC	0,00286	0,0889
ETH-ETC-BTC	0,00139	0,0630
ETH-ICX-BTC	0,00148	0,0823
ETH-IOTA-BTC	0,00159	0,0699
ETH-LSK-BTC	0,00243	0,2139
ETH-LTC-BTC	0,00115	0,05458
ETH-NEO-BTC	0,00115	0,09129
ETH-XLM-BTC	0,00138	0,71637
BTC-BAT-BNB	0,00447	0,57722
BTC-ICX-BNB	0,00343	0,2256
BTC-IOTA-BNB	0,00266	0,23356
BTC-LSK-BNB	0,00486	1,16489
BTC-LTC-BNB	0,00185	0,24864
BTC-NEO-BNB	0,00204	0,284
BTC-XLM-BNB	0,00228	0,7974
ETH-BAT-BNB	0,00483	0,5747
ETH-ICX-BNB	0,00355	0,2288
ETH-IOTA-BNB	0,00292	0,24176
ETH-LSK-BNB	0,00519	1,16722
ETH-NEO-BNB	0,00227	0,28951
ETH-XLM-BNB	0,00258	0,79693

Tablica A.5: Okazje w ramach arbitrażu trójkątnego na giełdzie Kraken. W kolumnach odpowiednio średnie i maksymalne wartości w 2018 roku.

Trójkąt	Średnia	Max
BTC-EUR-ETH	0,00112	0,0776
BTC-EUR-BCH	0,00186	0,2003
BTC-EUR-DASH	0,00131	0,2087
ETC-EUR-ETH	0,00160	0,1586
ETC-EUR-BTC	0,00149	0,2449
BTC-EUR-XMR	0,00146	0,1258
BTC-EUR-LTC	0,00129	0,1359
BTC-EUR-XRP	0,00156	0,1919
BTC-EUR-REP	0,00176	0,2080
ETH-EUR-REP	0,00184	0,2920
BTC-EUR-ZEC	0,00139	0,2408
BTC-USD-ETH	0,00121	0,1147
BTC-USD-BCH	0,00179	0,1852
BTC-USD-DASH	0,00126	0,2179
ETC-USD-ETH	0,00159	0,1671
ETC-USD-BTC	0,00145	0,2415
BTC-USD-XMR	0,00138	0,1187
BTC-USD-LTC	0,00124	0,1336
BTC-USD-XRP	0,00155	0,2269
BTC-USD-ZEC	0,00133	0,2203
ETC-ETH-BTC	0,00119	0,2459
REP-ETH-BTC	0,00139	0,3511

Dodatek B

Forex



Rysunek B.1: Skumulowane rozkłady znormalizowanych modułów stóp zwrotu $r_{\Delta t=1\text{min}}$ na rynku Forex w 2018 roku (dane z Dukascopy [55]).

Dodatek C

Lista nazw 100 kryptowalut

Tablica C.1: Tabela przedstawiająca pełne nazwy kryptowalut z rozdziału 6.

Symbol	Pełna nazwa	Symbol	Pełna nazwa
BTC	Bitcoin	GAME	GameCredits
ETH	Ethereum	GCR	Global Currency Reserve
XRP	Ripple	GRC	GridCoin
LTC	Litecoin	NLG	Gulden
XLM	Stellar	LEO	LEOcoin
USDT	Tether	MINT	MintCoin
DASH	Dash	NMC	Namecoin
XMR	Monero	MUE	MonetaryUnit
XEM	NEM	XMY	Myriad
BCN	Bytecoin	NAV	NavCoin
BTS	BitShares	NTRN	Neutron
DGB	DigiByte	OK	OKCash
XVG	Verge	OMNI	Omni
DOGE	Dogecoin	PINK	Pinkcoin
SC	Siacoin	POT	PotCoin
MAID	MaidSafeCoin	PURA	Pura
MONA	Monacoin	RBY	Rubycoin
EMC	Emercoin	SHIFT	Shift
RDD	ReddCoin	SIB	SIBCoin
NXT	Nxt	SLR	SolarCoin
SYS	SysCoin	XST	Stealth
NXS	Nexus	VRC	VeriCoin
GRS	Groestlcoin	XAUR	Xaurum
VTC	Vertcoin	NEOS	NeosCoin
PPC	Polishcoin	IOC	I/O Coin
UNO	Unobtanium	AUR	Auroracoin
XPM	Primecoin	CURE	Curecoin
XWC	Whitecoin	NVC	Novacoin
BAY	BitBay	USNBT	NuBits
VIA	Viacoin	PTC	Pesetacoin
AEON	Aeon	GLD	GoldCoin
ABY	ArtByte	CANN	CannabisCoin
BITB	Bean Cash	TRC	Terracoin
BCY	Bitcrystals	QRK	Quark
BSD	Bitsend	EFL	e-Gulden
BLK	Blackcoin	ADC	AudioCoin
BURST	Burst	CPC	CPChain
BLOCK	Blocknet	XMG	Magi
CLAM	Clams	HUC	HunterCoin
COVAL	Circuits of Value	ORB	Orbitcoin
CLOAK	Cloakcoin	CDN	Canada eCoin
XCP	Counterparty	DEM	Deutsche eMark
DMD	Diamond	ZET	Zetacoin
XDN	DigitalNote	BTA	Bata
EMC2	Einsteinium	WDC	WorldCoin
EXP	Expanse	FJC	FujiCoin
FAIR	Faircoin	START	Stratcoin
FTC	Feathercoin	DGC	Digitalcoin
FLO	Flo	TEK	TEKcoin
FLDC	Foldigcoin	PXI	Prime-XI

Bibliografia

- [1] S. Adarsh, D. N. Kumar, B. Deepthi, G. Gayathri, S. S. Aswathy, and S. Bhagyasree. Multifractal characterization of meteorological drought in India using detrended fluctuation analysis. *International Journal of Climatology*, 39(11):4234–4255, 2019.
- [2] A. Arneodo, E. Bacry, and J. Muzy. The thermodynamics of fractals revisited with wavelets. *Physica A*, 213(1):232–275, 1995.
- [3] T. Aste. Cryptocurrency market structure: connecting emotions and economics. *Digital Finance*, 1(1):5–21, 2019.
- [4] Augur. <https://www.augur.net/>.
- [5] M. Ausloos. Statistical physics in foreign exchange currency and stock markets. *Physica A*, 285(1):48–65, 2000.
- [6] M. Ausloos. Generalized hurst exponent and multifractal function of original and translated texts mapped into frequency and length time series. *Physical Review E*, 86:031108, 2012.
- [7] M. Ausloos and K. Ivanova. Multifractal nature of stock exchange prices. *Computer Physics Communications*, 147(1):582–585, 2002.
- [8] L. Bachelier. Théorie de la spéculation. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 3e série, 17:21–86, 1900.
- [9] A. F. Bariviera, M. J. Basgall, W. Hasperué, and M. Naiouf. Some stylized facts of the Bitcoin market. *Physica A*, 484:82–90, 2017.
- [10] A. F. Bariviera, L. Zunino, and O. A. Rosso. An analysis of high-frequency cryptocurrencies prices dynamics using permutation-information-theory quantifiers. *Chaos*, 28(7):075511, 2018.
- [11] J. Baruník, T. Aste, T. di Matteo, and R. Liu. Understanding the source of multifractality in financial markets. *Physica A*, 391(17):4234–4251, 2012.
- [12] J. Baruník, E. Kocenda, and L. Vacha. Gold, oil, and stocks: Dynamic correlations. *International Review of Economics & Finance*, 42(C):186–201, 2016.
- [13] BAT. <https://basicattentiontoken.org/>.
- [14] S. Begusic, Z. Kostanjcar, H. E. Stanley, and B. Podobnik. Scaling properties of extreme price fluctuations in Bitcoin markets. *Physica A*, 510:400–406, 2018.
- [15] Binance. <https://www.binance.com/>.
- [16] Bitcoin pizzaday. <https://www.investopedia.com/news/bitcoin-pizza-day-celebrating-20-million-pizza-order/>.
- [17] Bitstamp. <https://www.bitstamp.net/>.
- [18] Blockchain.com. <https://blockchain.com>.
- [19] Board of Governors of the Federal Reserve System (US). <https://fred.stlouisfed.org>.
- [20] S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, and D.-U. Hwang. Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports*, 424(4):175–308, 2006.
- [21] G. Bonanno, G. Caldarelli, F. Lillo, S. Micciché, N. Vandewalle, and R. Mantegna. Networks of equities in financial markets. *The European Physical Journal B*, 38(2):363–371, 2004.

- [22] G. Bonanno, N. Vandewalle, and R. Mantegna. Taxonomy of stock market indices. *Physical Review E*, 62:R7615–8, 2000.
- [23] E. Bouri, R. Gupta, and D. Roubaud. Herding behaviour in cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 29:216–221, 2019.
- [24] D. O. Cajueiro and B. M. Tabak. Testing for predictability in equity returns for European transition markets. *Economic Systems*, 30(1):56–78, 2006.
- [25] L. Calvet and A. Fisher. Multifractality in asset returns: Theory and evidence. *The Review of Economics and Statistics*, 84(3):381–406, 2002.
- [26] Cambridge Bitcoin Electricity Consumption Index. <https://www.cbeci.org/>.
- [27] Cardano. <https://www.cardano.org/>.
- [28] Y. Chen, L. Cai, R. Wang, Z. Song, B. Deng, J. Wang, and H. Yu. DCCA cross-correlation coefficients reveals the change of both synchronization and oscillation in EEG of Alzheimer disease patients. *Physica A*, 490:171–184, 2018.
- [29] CME Group. <https://www.cmegroup.com/>.
- [30] Coindesk. <https://coindesk.com>.
- [31] CoinMarketCap. <https://coinmarketcap.com>.
- [32] R. Cont. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1:223–236, 2001.
- [33] S. Corbet, B. Lucey, A. Urquhart, and L. Yarovaya. Cryptocurrencies as a financial asset: A systematic analysis. *International Review of Financial Analysis*, 62:182–199, 2019.
- [34] S. Corbet, A. Meegan, C. Larkin, B. Lucey, and L. Yarovaya. Exploring the dynamic relationships between cryptocurrencies and other financial assets. *Economics Letters*, 165:28–34, 2018.
- [35] A. Corelli. Cryptocurrencies and exchange rates: A relationship and causality analysis. *Risks*, 6(4), 2018.
- [36] P. Daian, S. Goldfeder, T. Kell, Y. Li, X. Zhao, I. Bentov, L. Breidenbach, and A. Juels. Flash boys 2.0: Frontrunning, transaction reordering, and consensus instability in decentralized exchanges. arXiv:1904.05234, 2019.
- [37] A. De Jong, L. Rosenthal, and M. A. Van Dijk. The risk and return of arbitrage in dual-listed companies. *Review of Finance*, 13(3):495–520, 2009.
- [38] Dimensions. <https://app.dimensions.ai/>.
- [39] Z. Ding, C. W. Granger, and R. F. Engle. A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 1(1):83–106, 1993.
- [40] S. Drożdż, M. Forczek, J. Kwapień, P. Oświęcimka, and R. Rak. Stock market return distributions: From past to present. *Physica A*, 383(1):59–64, 2007.
- [41] S. Drożdż, R. Gębarowski, L. Minati, P. Oświęcimka, and M. Wątopek. Bitcoin market route to maturity? Evidence from return fluctuations, temporal correlations and multiscaling effects. *Chaos*, 28(7):071101, 2018.
- [42] S. Drożdż, A. Z. Górski, and J. Kwapień. World currency exchange rate cross-correlations. *The European Physical Journal B*, 58(4):499–502, 2007.
- [43] S. Drożdż, F. Grümmer, F. Ruf, and J. Speth. Dynamics of correlations in the stock market. In H. Takayasu, editor, *Empirical Science of Financial Fluctuations*, pages 41–50, Tokyo, 2002. Springer Japan.
- [44] S. Drożdż, F. Gümmer, A. Z. Górski, F. Ruf, and J. Speth. Dynamics of competition between collectivity and noise in the stock market. *Physica A*, 287(3):440–449, 2000.
- [45] S. Drożdż, R. Kowalski, P. Oświęcimka, R. Rak, and R. Gębarowski. Dynamical variety of shapes in financial multifractality. *Complexity*, 2018:7015721, 2018.

- [46] S. Drożdż, J. Kwapien, F. Gümmer, F. Ruf, and J. Speth. Quantifying the dynamics of financial correlations. *Physica A*, 299(1):144–153, 2001.
- [47] S. Drożdż, J. Kwapien, F. Gümmer, F. Ruf, and J. Speth. Are the contemporary financial fluctuations sooner converging to normal? *Acta Physica Polonica B*, 34(8):4293–4306, 2002.
- [48] S. Drożdż, J. Kwapien, P. Oświęcimka, and R. Rak. The foreign exchange market: return distributions, multifractality, anomalous multifractality and the Epps effect. *New Journal of Physics*, 12(10):105003, 2010.
- [49] S. Drożdż, J. Kwapien, P. Oświęcimka, and R. Rak. Quantitative features of multifractal subtleties in time-series. *EPL (Europhysics Letters)*, 88(6):60003, 2010.
- [50] S. Drożdż, J. Kwapien, J. Speth, and M. Wójcik. Identifying complexity by means of matrices. *Physica A*, 314(1):355–361, 2002.
- [51] S. Drożdż, L. Minati, P. Oświęcimka, M. Stanuszek, and M. Wątopek. Signatures of the crypto-currency market decoupling from the Forex. *Future Internet*, 11(7), 2019.
- [52] S. Drożdż, L. Minati, P. Oświęcimka, M. Stanuszek, and M. Wątopek. Competition of noise and collectivity in global cryptocurrency trading: route to a self-contained market. *Chaos*, 30(2), 2020.
- [53] S. Drożdż and P. Oświęcimka. Detecting and interpreting distortions in hierarchical organization of complex time series. *Physical Review E*, 91:030902, 2015.
- [54] S. Drożdż, P. Oświęcimka, A. Kulig, J. Kwapien, K. Bazarnik, I. Grabska-Gradzińska, J. Rybicki, and M. Stanuszek. Quantifying origin and character of long-range correlations in narrative texts. *Information Sciences*, 331:32–44, 2016.
- [55] Dukascopy. <https://www.dukascopy.com>.
- [56] S. Dutta, D. Ghosh, and S. Chatterjee. Multifractal detrended Cross Correlation Analysis of Foreign Exchange and SENSEX fluctuation in Indian perspective. *Physica A*, 463:188–201, 2016.
- [57] J. C. Echeverria, M. S. Woolfson, J. A. Crowe, B. R. Hayes-Gill, G. D. H. Croaker, and H. Vyas. Interpretation of heart rate variability via detrended fluctuation analysis and $\alpha\beta$ filter. *Chaos*, 13(2):467–475, 2003.
- [58] A. Eke, P. Herman, B. Sanganahalli, F. Hyder, P. Mukli, and Z. Nagy. Pitfalls in fractal time series analysis: fMRI BOLD as an exemplary case. *Frontiers in Physiology*, 3:417, 2012.
- [59] EOS. <https://eos.io/>.
- [60] T. W. Epps. Comovements in stock prices in the very short run. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366):291–298, 1979.
- [61] Ethereum. <https://www.ethereum.org/>.
- [62] L. Fabrizio and J. Farmer. The long memory of the efficient market. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 8(3):1–35, 2004.
- [63] E. Fama. The behavior of stock-market prices. *The Journal of Business*, 38:34–105, 1965.
- [64] D. J. Fenn, S. D. Howison, M. McDonald, S. Williams, and N. F. Johnson. The mirage of triangular arbitrage in the spot foreign exchange market. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 12(08):1105–1123, 2009.
- [65] P. Ferreira, E. J. de Area Leao Pereira, M. F. da Silva, and H. B. Pereira. Detrended correlation coefficients between oil and stock markets: The effect of the 2008 crisis. *Physica A*, 517:86–96, 2019.
- [66] Filecoin. <https://filecoin.io/>.
- [67] K. A. Froot and E. M. Dabora. How are stock prices affected by the location of trade? *Journal of Financial Economics*, 53(2):189–216, 1999.
- [68] X. Gabaix, P. Gopikrishnan, V. Plerou, and H. E. Stanley. A theory of power-law distributions in financial market fluctuations. *Nature*, 423:267–270, 2003.

- [69] A. Garas, D. Garcia, M. Skowron, and F. Schweitzer. Emotional persistence in online chatting communities. *Scientific Reports*, 2(1), 2012.
- [70] J. Garnier and K. Solna. Chaos and order in the bitcoin market. *Physica A*, 524:708–721, 2019.
- [71] J.-C. Gerlach, G. Demos, and D. Sornette. Dissection of Bitcoin’s multiscale bubble history from January 2012 to February 2018. *Royal Society Open Science*, 6:180643, 2019.
- [72] R. Gębarowski, P. Oświęcimka, M. Wątopek, and S. Drożdż. Detecting correlations and triangular arbitrage opportunities in the Forex by means of multifractal detrended cross-correlations analysis. *Nonlinear Dynamics*, 98:2349–2364, 2019.
- [73] P. Gopikrishnan, M. Meyer, L. A. Amaral, and H. E. Stanley. Inverse cubic law for the distribution of stock price variations. *European Physical Journal B*, 3(2):139–140, 1998.
- [74] P. Gopikrishnan, V. Plerou, L. A. Nunes Amaral, M. Meyer, and H. E. Stanley. Scaling of the distribution of fluctuations of financial market indices. *Physical Review E*, 60:5305–5316, 1999.
- [75] A. Z. Górski, S. Drożdż, and J. Kwapien. Scale free effects in world currency exchange network. *The European Physical Journal B*, 66:91–96, 2008.
- [76] D. Grech. Alternative measure of multifractal content and its application in finance. *Chaos, Solitons & Fractals*, 88:183–195, 2016.
- [77] D. Grech and Z. Mazur. Can one make any crash prediction in finance using the local Hurst exponent idea? *Physica A*, 336(1):133–145, 2004.
- [78] D. Grech and G. Pamuła. On the multifractal effects generated by monofractal signals. *Physica A*, 392(23):5845–5864, 2013.
- [79] H. Haken. *Advanced Synergetics*. Springer, Berlin, 1987.
- [80] L.-Y. He and S.-P. Chen. Nonlinear bivariate dependency of price–volume relationships in agricultural commodity futures markets: A perspective from Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis. *Physica A*, 390(2):297–308, 2011.
- [81] G. Helene, A. M. Tarquis, and M. R. Wiesner. Multifractal analysis of particle size distributions in soil. *Environmental Science & Technology*, 32(9):1176–1182, 1998.
- [82] H. Hurst. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of American Society of Civil Engineers*, 116:770, 1951.
- [83] M. Hussain, G. F. Zebende, U. Bashir, and D. Donghong. Oil price and exchange rate comovements in Asian countries: Detrended cross-correlation approach. *Physica A*, 465:338–346, 2017.
- [84] E. A. Ihlen and B. Vereijken. Multifractal formalisms of human behavior. *Human Movement Science*, 32(4):633–651, 2013.
- [85] IOTA. <https://www.iota.org/>.
- [86] W. Jang, J. Lee, and W. Chang. Currency crises and the evolution of foreign exchange market: Evidence from minimum spanning tree. *Physica A*, 390(4):707–718, 2011.
- [87] Q. Ji, E. Bouri, R. Gupta, and D. Roubaud. Network causality structures among Bitcoin and other financial assets: A directed acyclic graph approach. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 70:203–213, 2018.
- [88] Z.-Q. Jiang, X.-L. Gao, W.-X. Zhou, and H. E. Stanley. Multifractal cross wavelet analysis. *Fractals*, 25(06):1750054, 2017.
- [89] Z.-Q. Jiang, W.-J. Xie, W.-X. Zhou, and D. Sornette. Multifractal analysis of financial markets: a review. *Reports on Progress in Physics*, 82(12):125901, 2019.
- [90] J. W. Kantelhardt, E. Koscielny-Bunde, H. H. Rego, S. Havlin, and A. Bunde. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. *Physica A*, 295(3):441–454, 2001.

- [91] J. W. Kantelhardt, S. A. Zschiegner, E. Koscielny-Bunde, S. Havlin, A. Bunde, and H. E. Stanley. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A*, 316(1):87–114, 2002.
- [92] J. Klamut, R. Kutner, T. Gubiec, and Z. R. Struzik. New face of multifractality: Multi-branched left-sidedness and phase transitions in multifractality of interevent times. arXiv:1601.04341, 2018.
- [93] E. Koscielny-Bunde, J. W. Kantelhardt, P. Braun, A. Bunde, and S. Havlin. Long-term persistence and multifractality of river runoff records: Detrended fluctuation studies. *Journal of Hydrology*, 322(1):120–137, 2006.
- [94] Koszt ataku 51 procent. <https://www.crypto51.app/>.
- [95] Kraken. <https://www.kraken.com/>.
- [96] W. Kristjanpoller and E. Bouri. Asymmetric multifractal cross-correlations between the main world currencies and the main cryptocurrencies. *Physica A*, 523:1057–1071, 2019.
- [97] L. Kristoufek. BitCoin meets Google Trends and Wikipedia: Quantifying the relationship between phenomena of the Internet era. *Scientific Reports*, 3:3415, 2013.
- [98] L. Kristoufek. Measuring correlations between non-stationary series with DCCA coefficient. *Physica A*, 402:291–298, 2014.
- [99] L. Kristoufek. Can the bivariate Hurst exponent be higher than an average of the separate Hurst exponents? *Physica A*, 431:124–127, 2015.
- [100] L. Kristoufek. What are the main drivers of the Bitcoin price? Evidence from wavelet coherence analysis. *Plos One*, 10(4):1–15, 2015.
- [101] L. Kristoufek and M. Vosvrda. Cryptocurrencies market efficiency ranking: Not so straightforward. *Physica A*, 531:120853, 2019.
- [102] R. Kutner. Symulacje komputerowe procesów syngularnych i osobliwych w finansach -- wybrane algorytmy. https://www.fuw.edu.pl/tl_files/studia/materialy/ef/Hurst_Finance.pdf, 2009.
- [103] R. Kutner, M. Ausloos, D. Grech, T. D. Matteo, C. Schinckus, and H. E. Stanley. Econophysics and sociophysics: Their milestones & challenges. *Physica A*, 516:240–253, 2019.
- [104] R. Kutner and F. Świtała. Remarks on the possible universal mechanism of the non-linear long-term autocorrelations in financial time-series. *Physica A*, 344(1):244–251, 2004.
- [105] J. Kwapien and S. Drożdż. Physical approach to complex systems. *Physics Reports*, 515(3):115–226, 2012.
- [106] J. Kwapien, S. Drożdż, and P. Oświęcimka. The bulk of the stock market correlation matrix is not pure noise. *Physica A*, 359:589–606, 2006.
- [107] J. Kwapien, S. Drożdż, and J. Speth. Time scales involved in emergent market coherence. *Physica A*, 337(1):231–242, 2004.
- [108] J. Kwapien, S. Gworek, S. Drożdż, and A. Górski. Analysis of a network structure of the foreign currency exchange market. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 4:55–72, 2009.
- [109] J. Kwapien, P. Oświęcimka, and S. Drożdż. Components of multifractality in high-frequency stock returns. *Physica A*, 350(2):466–474, 2005.
- [110] J. Kwapien, P. Oświęcimka, and S. Drożdż. Detrended fluctuation analysis made flexible to detect range of cross-correlated fluctuations. *Physical Review E*, 92:052815, 2015.
- [111] J. Kwapien, P. Oświęcimka, M. Forczek, and S. Drożdż. Minimum spanning tree filtering of correlations for varying time scales and size of fluctuations. *Physical Review E*, 95:052313, 2017.
- [112] M. Lafouti, M. Ghoranneviss, S. Meshkani, and A. S. Elahi. The MDF technique for the analysis of tokamak edge plasma fluctuations. *Journal of Plasma Physics*, 80(1):43–58, 2014.

- [113] L. Laloux, P. Cizeau, J.-P. Bouchaud, and M. Potters. Noise dressing of financial correlation matrices. *Physical Review Letters*, 83:1467–1470, 1999.
- [114] J. Li, X. Lu, and Y. Zhou. Cross-correlations between crude oil and exchange markets for selected oil rich economies. *Physica A*, 453:131–143, 2016.
- [115] T. Lux. The stable Paretian hypothesis and the frequency of large returns: an examination of major German stocks. *Applied Financial Economics*, 6(6):463–475, 1996.
- [116] F. Ma, Y. Wei, D. Huang, and L. Zhao. Cross-correlations between West Texas Intermediate crude oil and the stock markets of the BRIC. *Physica A*, 392(21):5356–5368, 2013.
- [117] F. Ma, Q. Zhang, C. Peng, and Y. Wei. Multifractal detrended cross-correlation analysis of the oil-dependent economies: Evidence from the West Texas intermediate crude oil and the GCC stock markets. *Physica A*, 410:154–166, 2014.
- [118] E. Maiorino, L. Livi, A. Giuliani, A. Sadeghian, and A. Rizzi. Multifractal characterization of protein contact networks. *Physica A*, 428:302–313, 2015.
- [119] I. Makarov and A. Schoar. Trading and arbitrage in cryptocurrency markets. *Journal of Financial Economics*, 135(2):293–319, 2020.
- [120] P. Mali, S. Sarkar, S. Ghosh, A. Mukhopadhyay, and G. Singh. Multifractal detrended fluctuation analysis of particle density fluctuations in high-energy nuclear collisions. *Physica A*, 424:25–33, 2015.
- [121] B. Mandelbrot. The variation of certain speculative prices. *The Journal of Business*, 36:394–394, 1963.
- [122] R. Mantegna and H. E. Stanley. *Ekonofizyka. Wprowadzenie*. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2001.
- [123] R. N. Mantegna. Hierarchical structure in financial markets. *The European Physical Journal B*, 11:193–197, 1999.
- [124] V. A. Marčenko and L. A. Pastur. Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices. *Mathematics of the USSR-Sbornik*, 1(4):457–483, 1967.
- [125] H. Markowitz. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1):77–91, 1952.
- [126] T. D. Matteo, T. Aste, and M. Dacorogna. Scaling behaviors in differently developed markets. *Physica A*, 324(1):183–188, 2003.
- [127] T. D. Matteo, T. Aste, and M. M. Dacorogna. Long-term memories of developed and emerging markets: Using the scaling analysis to characterize their stage of development. *Journal of Banking & Finance*, 29(4):827–851, 2005.
- [128] M. McDonald, O. Suleman, S. Williams, S. Howison, and N. F. Johnson. Detecting a currency’s dominance or dependence using foreign exchange network trees. *Physical Review E*, 72:046106, 2005.
- [129] M. L. Mehta. *Random Matrices*. Elsevier, 2004.
- [130] S. Micciché, G. Bonanno, F. Lillo, and R. N. Mantegna. Degree stability of a minimum spanning tree of price return and volatility. *Physica A*, 324(1):66–73, 2003.
- [131] T. Mizuno, H. Takayasu, and M. Takayasu. Correlation networks among currencies. *Physica A*, 364:336–342, 2006.
- [132] J. F. Muzy, E. Bacry, and A. Arneodo. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: Application to turbulence data. *Physical Review Letters*, 67:3515–3518, 1991.
- [133] J. F. Muzy, E. Bacry, and A. Arneodo. The multifractal formalism revisited with wavelets. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 04(02):245–302, 1994.
- [134] S. Nakamoto. Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system. <http://bitcoin.org/bitcoin.pdf>, 2008.
- [135] M. J. Naylor, L. C. Rose, and B. J. Moyle. Topology of foreign exchange markets using hierarchical structure methods. *Physica A*, 382(1):199–208, 2007.

- [136] J. D. Noh. Exact scaling properties of a hierarchical network model. *Physical Review E*, 67:045103, 2003.
- [137] Okup w monero. <https://www.nytimes.com/2019/01/10/world/europe/norway-kidnapping-monero.html>.
- [138] J.-P. Onnela, A. Chakraborti, K. Kaski, J. Kertész, and A. Kanto. Dynamics of market correlations: Taxonomy and portfolio analysis. *Physical Review E*, 68:056110, 2003.
- [139] M. J. Osborne and A. Roubinstein. *A Course in Game Theory*, volume 1. The MIT Press, 1 edition, 1994.
- [140] P. Oświęcimka, S. Drożdż, M. Forczek, S. Jadach, and J. Kwapien. Detrended cross-correlation analysis consistently extended to multifractality. *Physical Review E*, 89:023305, 2014.
- [141] P. Oświęcimka, S. Drożdż, J. Kwapien, and A. Górski. Effect of detrending on multifractal characteristics. *Acta Physica Polonica A*, 123(3):597–603, 2013.
- [142] P. Oświęcimka, J. Kwapien, and S. Drożdż. Wavelet versus detrended fluctuation analysis of multifractal structures. *Physical Review E*, 74:016103, 2006.
- [143] M. Pal, P. M. Rao, and P. Manimaran. Multifractal detrended cross-correlation analysis on gold, crude oil and foreign exchange rate time series. *Physica A*, 416:452–460, 2014.
- [144] Z. Palagyi and R. N. Mantegna. Empirical investigation of stock price dynamics in an emerging market. *Physica A*, 269(1):132–139, 1999.
- [145] Problem bizantyjskich generałów. https://en.wikipedia.org/wiki/Byzantine_fault.
- [146] K. Pearson. Note on regression and inheritance in the case of two parents. *Proceedings of the Royal Society of London*, 58:240–242, 1895.
- [147] C.-K. Peng, S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H. E. Stanley, and A. L. Goldberger. Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical Review E*, 49:1685–1689, 1994.
- [148] V. Plerou, P. Gopikrishnan, L. A. Nunes Amaral, M. Meyer, and H. E. Stanley. Scaling of the distribution of price fluctuations of individual companies. *Physical Review E*, 60:6519–6529, 1999.
- [149] V. Plerou, P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. A. N. Amaral, T. Guhr, and H. E. Stanley. Random matrix approach to cross correlations in financial data. *Physical Review E*, 65:066126, 2002.
- [150] V. Plerou, P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. A. Nunes Amaral, and H. E. Stanley. Universal and nonuniversal properties of cross correlations in financial time series. *Physical Review Letters*, 83:1471–1474, 1999.
- [151] B. Podobnik and H. E. Stanley. Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary time series. *Physical Review Letters*, 100:1—4, 2008.
- [152] K. Polovnikov, V. Kazakov, and S. Syntulsky. Core-periphery organization of the cryptocurrency market inferred by the modularity operator. *Physica A*, 540:123075, 2020.
- [153] T. Preis, D. Y. Kenett, H. E. Stanley, D. Helbing, and E. Ben-Jacob. Quantifying the behavior of stock correlations under market stress. *Scientific Reports*, 2:752, 2012.
- [154] R. C. Prim. Shortest connection networks and some generalizations. *The Bell System Technical Journal*, 36(6):1389–1401, 1957.
- [155] R. Rak and S. Bwanakare. Quantitative characteristics of correlations of meteorological data. *Acta Physica Polonica A*, 129(5), 2016.
- [156] R. Rak, S. Drożdż, J. Kwapien, and P. Oświęcimka. Detrended cross-correlations between returns, volatility, trading activity, and volume traded for the stock market companies. *EPL (Europhysics Letters)*, 112(4):48001, 2015.
- [157] R. Rak and D. Grech. Quantitative approach to multifractality induced by correlations and broad distribution of data. *Physica A*, 508:48–66, 2018.

- [158] E. Ravasz and A.-L. Barabási. Hierarchical organization in complex networks. *Physical Review E*, 67:026112, 2003.
- [159] J. C. Reboredo, M. A. Rivera-Castro, and G. F. Zebende. Oil and US dollar exchange rate dependence: A detrended cross-correlation approach. *Energy Economics*, 42:132–139, 2014.
- [160] Ripple. <https://ripple.com/>.
- [161] T. C. Roeske, D. Keltz-Stephen, and S. Wallot. Multifractal analysis reveals music-like dynamic structure in songbird rhythms. *Scientific Reports*, 8:4570, 2018.
- [162] L. Rokach and O. Maimon. *Clustering Methods*, pages 321–352. Springer US, 2005.
- [163] L. Sandoval and I. D. P. Franca. Correlation of financial markets in times of crisis. *Physica A*, 391(1):187–208, 2012.
- [164] C. Schinckus. 1996–2016: Two decades of econophysics: Between methodological diversification and conceptual coherence. *The European Physical Journal Special Topics*, 225(17):3299–3311, 2016.
- [165] T. Schreiber and A. Schmitz. Surrogate time series. *Physica D*, 142(3):346–382, 2000.
- [166] S. J. H. Shahzad, E. Bouri, D. Roubaud, and L. Kristoufek. Safe haven, hedge and diversification for G7 stock markets: Gold versus bitcoin. *Economic Modelling*, 2019.
- [167] S. J. H. Shahzad, E. Bouri, D. Roubaud, L. Kristoufek, and B. Lucey. Is Bitcoin a better safe-haven investment than gold and commodities? *International Review of Financial Analysis*, 63:322–330, 2019.
- [168] R. Shiller. *Irrational Exuberance*. Princeton University Press, 2000.
- [169] P. Siczka and J. A. Hołyst. Correlations in commodity markets. *Physica A*, 388(8):1621–1630, 2009.
- [170] P. Stoica. *Spectral Analysis of Signals*. Prentice Hall, 2005.
- [171] D. Stosic, D. Stosic, T. B. Ludermir, and T. Stosic. Collective behavior of cryptocurrency price changes. *Physica A*, 507:499–509, 2018.
- [172] Z.-Y. Su and T. Wu. Multifractal analyses of music sequences. *Physica D*, 221(2):188–194, 2006.
- [173] B. M. Tabak and D. O. Cajueiro. Assessing inefficiency in euro bilateral exchange rates. *Physica A*, 367:319–327, 2006.
- [174] J. Tatar and C. Burniske. *Cryptoassets: The Innovative Investor’s Guide to Bitcoin and Beyond*. McGraw-Hill Education, 2017.
- [175] L. Telesca, V. Lapenna, and M. Macchiato. Multifractal fluctuations in earthquake-related geoelectrical signals. *New Journal of Physics*, 7:214–214, 2005.
- [176] Tether. <https://tether.to/>.
- [177] B. Toth and J. Kertesz. The Epps effect revisited. *Quantitative Finance*, 9(7):793–802, 2009.
- [178] A. Turiel and C. J. Perez-Vicente. Role of multifractal sources in the analysis of stock market time series. *Physica A*, 355(2):475–496, 2005.
- [179] V. V. Udovichenko and P. E. Strizhak. Multifractal properties of copper sulfide film formed in self-organizing chemical system. *Theoretical and Experimental Chemistry*, 38(4):259–262, 2002.
- [180] A. Urquhart and H. Zhang. Is Bitcoin a hedge or safe haven for currencies? An intraday analysis. *International Review of Financial Analysis*, 63:49–57, 2019.
- [181] A. Utsugi, K. Ino, and M. Oshikawa. Random matrix theory analysis of cross correlations in financial markets. *Physical Review E*, 70:026110, 2004.
- [182] <https://www.vanityfair.com/news/2017/12/iced-tea-company-changes-name-to-long-blockchain-stock-immediately-skyrockets>.

- [183] P. Wang, W. Zhang, X. Li, and D. Shen. Is cryptocurrency a hedge or a safe haven for international indices? A comprehensive and dynamic perspective. *Finance Research Letters*, 31:1–18, 2019.
- [184] R. Wattenhofer. *The Science of the Blockchain*. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2016.
- [185] J. Weatherford. *The History of Money*. Currency, 1998.
- [186] Wielkość rynku kryptowalut. <https://howmuch.net/articles/worlds-money-in-perspective-2018>.
- [187] M. Wiliński, A. Sienkiewicz, T. Gubiec, R. Kutner, and Z. Struzik. Structural and topological phase transitions on the German Stock Exchange. *Physica A*, 392(23):5963–5973, 2013.
- [188] J. Wishart. The generalised product moment distribution in samples from a normal multivariate population. *Biometrika*, 20A(1/2):32–52, 1928.
- [189] A. Witt and B. D. Malamud. Quantification of long-range persistence in geophysical time series: Conventional and benchmark-based improvement techniques. *Surveys in Geophysics*, 34:541–651, 2013.
- [190] M. Wątopek and B. Stawiarski. Log-periodic power law and generalized hurst exponent analysis in estimating an asset bubble bursting time. *e-Finance*, 12(3):49–58, 2016.
- [191] M. Wątopek, S. Drożdż, P. Oświęcimka, and M. Stanuszek. Multifractal cross-correlations between the world oil and other financial markets in 2012–2017. *Energy Economics*, 81:874–885, 2019.
- [192] K. Wu, S. Wheatley, and D. Sornette. Classification of cryptocurrency coins and tokens by the dynamics of their market capitalizations. *Royal Society Open Science*, 5(9):180381, 2018.
- [193] Z. Xu and R. Gencay. Scaling, self-similarity and multifractality in FX markets. *Physica A*, 323:578–590, 2003.
- [194] L. Yang, Y. Zhu, Y. Wang, and Y. Wang. Multifractal detrended cross-correlations between crude oil market and Chinese ten sector stock markets. *Physica A*, 462:255–265, 2016.
- [195] G. Zebende. DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A*, 390(4):614–618, 2011.
- [196] Q. Zhang, C.-Y. Xu, Z. Yu, C.-L. Liu, and Y. D. Chen. Multifractal analysis of streamflow records of the East River basin (Pearl River), China. *Physica A*, 388(6):927–934, 2009.
- [197] L. Zhao, W. Li, A. Fenu, B. Podobnik, Y. Wang, and H. E. Stanley. The q-dependent detrended cross-correlation analysis of stock market. *Journal of Statistical Mechanics*, 2018(2):023402, 2018.
- [198] W.-X. Zhou. The components of empirical multifractality in financial returns. *EPL (Europhysics Letters)*, 88(2):28004, 2009.
- [199] W.-X. Zhou. Finite-size effect and the components of multifractality in financial volatility. *Chaos, Solitons & Fractals*, 45(2):147–155, 2012.
- [200] D. Zięba, R. Kokoszcyński, and K. Śledziwska. Shock transmission in the cryptocurrency market. is Bitcoin the most influential? *International Review of Financial Analysis*, 64:102–125, 2019.