

The Henryk Niewodniczański  
Institute of Nuclear Physics  
Polish Academy of Sciences  
152 Radzikowskiego str. , 31-342 Cracow Poland

Report No. 1970/PL

Czas, prędkość, tunelowanie  
trudności teorii rozpraszania  
(Time, speed, tunneling; difficulties in scattering theory)

J.Jakiel, W.Kantor

**PACS numbers: 3,65.Nk,Vf,Xp; 73,40.Gk**

**Abstract** For the wave representing particle traveling through any layer system we calculate appropriate phase shifts comparing two methods. One bases on the standard scattering theory and is well known another uses unimodular but not unitary  $M$ -monodromy matrix. Both methods are not equivalent due to different boundary conditions - in the one barrier case there exist analytical expressions showing difference. Authors generalize results to many barrier (layer) system. Instead of speaking about superluminality we introduce into the quantum mechanics so called by us "hurdling problem": can a quantum hurdler in one dimension be faster then a sprinter (without obstacles) at the same distance. Relations between wavefunction arguments and delay or advance are shown for Nimtz systems.

1. Wstęp
2. Filozofia czasu
3. Eksperymenty z fotonami - czy istnieje czas tunelowania
4. Problemy kwantowego czasu, możliwe jego definicje
  - 4.1 Warunki brzegowe tunelowania i teorii rozpraszania
5. Krótki opis eksperymentów Nimtz'a dotyczących tunelowania i transmisji
6. The tunneling times definitions with reference to  $S$  (scattering) and  $M$  (monodromy-transfer) matrix theories
  - 6.1 Smith's method as  $S$ -matrix method
  - 6.2 Monodromy
  - 6.3 Weak Wigner causality and Wigner time
  - 6.4 Phase properties of  $M$  matrix-one barrier case or the barrier set equivalent to one
  - 6.5 Monodromy time
7. Nimtz experiments in view of the monodromy matrix
  - 7.1 Summary and conclusions

## 1 Wstęp

"...Badania naukowe wymagają pewnego minimum wolnego czasu  
i materialnego dostatku.."  
Arystoteles

Teoria rozpraszania traktuje obiekty oddziaływujące nawzajem w pełnej analogii do zderzeń obiektów klasycznych. Cząstki mogą się zlepić, odbić, podzielić ale nie mogą przenikać, tego zabraniają im specyficzne warunki brzegowe. Wnikanie jednej do drugiej jest częściowo uwzględnione przy konstruowaniu stanów stacjonarnych lub quasi-stacjonarnych, tzn. tylko wtedy gdy tworzący się układ złożony ma zdolności absorbujące czyli gdy czas pobytu cząstki wewnątrz wydłuża się. Przenikanie przez system bez spowolnienia - w ramach obecnej teorii - jest niemożliwe.

W literaturze brak jest dynamicznej teorii tunelowania, mimo że samo zjawisko tunelowania jest faktem niewątpliwym, wielokrotnie potwierdzonym doświadczalnie.

By przedstawić ten problem - łączący się z podstawowymi zagadnieniami fizyki jak czas, ruch, droga - w pierwszej polskiej części niniejszej pracy przedstawiamy krótki przegląd rozwoju tych pojęć na przestrzeni wieków, a zwłaszcza w ostatnim okresie. Druga część to zarys fizyczno - matematycznego podejścia do postawionych tez.

## 2 Filozofia czasu

" A niechaj narodowie wzdry postronni znają,  
że Polacy nie gęsi, i swój język mają"  
Mikołaj Rej

"Naród bez nauki jest jak ślepiec ,  
który kręcąc się w kółko,  
w najpierwszym dole legnąć musi.."  
Stanisław Staszic

Czas był i jest podporządkowany Ziemi i zjawiskom cyklicznym zachodzącym dookoła niej - dlatego ludzie stworzyli kalendarz. Definiowano rok jako okres czasu pomiędzy żniwami (u narodów rolniczych), od pierwszego śniegu, od pory deszczowej a w miarę rozwoju cywilizacji (astrologii i astronomii) zaczęto łączyć rok ze zjawiskami zachodzącymi na sferze niebieskiej.

Określamy [1]:

rok gwiazdowy, (z łac. sydereczny) - czas pomiędzy dwoma kolejnymi przejściami Słońca przez ten sam punkt na ekliptyce (trwa  $\approx 365$  dni 6 godzin 9 minut 10 sekund.)

rok zwrotnikowy - odstęp czasu między dwoma kolejnymi przejściami słońca przez punkt Barana, wskutek jego precesji trwa 365 dni 5 godzin 48 minut i 46 sekund (365,242199 średniej doby słonecznej); przyjęty za podstawę rachuby lat.

dobę słoneczną- odstęp czasu między dwoma kolejnymi górowaniami słońca;

Do zdefiniowania czasu potrzebny jest też kąt godzinny  $t$  obiektu: jest to kąt między płaszczyzną południka niebieskiego tego obiektu i płaszczyzną tzw. lokalnego południka odniesienia, którym jest południk przechodzący przez zenit (a więc i przez nadir obserwatora) jak i oba bieguny świata.

Z tych podstaw wyprowadzono czas średni słoneczny (czas uniwersalny), czas gwiazdowy, czas strefowy. Zakłada się (po cichu), że wszystkie skale czasowe są jednokładne (podobne).

W astronomii możemy zdefiniować co najmniej cztery układy odniesienia:

a) Współrzędne horyzontalne jako lokalny układ na powierzchni Ziemi (wyznaczony przez oś zenit - nadir; zmiennym sferycznym  $\vartheta$  i  $\varphi$  odpowiada odległość zenitalna  $z = 90^0$  – wysokość  $h$  oraz azymut  $\phi$  )

b) Współrzędne równikowe: 1' równonocne lub 2' godzinne: wyznaczone przez oś świata i równik niebieski (zmiennym  $\vartheta$  i  $\varphi$  odpowiada deklinacja  $\delta$  i: 1' rektascencja  $\alpha$  lub 2' kąt godzinny  $t$  ) .

c) Współrzędne ekliptyczne związane z pozornym ruchem rocznym słońca. (Ziemia okrąża Słońce z prędkością ok 300km/s )

d) Współrzędne galaktyczne (równik galaktyczny) (czas obrotu słońca dookoła środka Drogi Mlecznej ze średnią prędkością 220km/sek wynosi około 240mln lat zwrotnikowych i nazywa się rokiem galaktycznym)

Do powiązania pierwszych trzech układów potrzebny jest jeszcze kąt  $\epsilon$ : kąt nachylenia równika niebieskiego do ekliptyki równy w przybliżeniu  $23.5^0$ . Teoretycznie wszystkie te układy powiązane są między sobą odpowiednimi kątami Eulera; w praktyce rozwiązuje się odpowiednie trójkąty sferyczne.

Jednostki czasu wprowadza się definiując tzw. dobowy ruch słońca średniego - (ze względu na niejednostajność ruchu ciał niebieskich na orbicie); za wzorcową uznano dobę średnią słoneczną z początku roku 1900, a jej  $1/86400$  część , sekunda, stała się jedną z podstawowych jednostek fizycznych. Inną bardzo ważną jednostką czasu w astronomii jest rok zwrotnikowy 1900, który ma 31 556 925,9747 s. Obecnie (od 13.X.1967r) sekunda jest zdefiniowana jako czas 9 192 631 770 drgań promieniowania emitowanego przez atomy cezu 133 przy przejściu między dwoma

poziomami struktury nadsubtelnej poziomu podstawowego (tzw. sekunda atomowa). Definicja została tak wybrana, by sekunda atomowa była równa wzorcowej sekundzie określonej przez zjawiska astronomiczne.

Sekunda i rok są potrzebne by wprowadzić oś czasu i relację uporządkowania na niej, a więc i hipotetyczną strzałkę czasu (tu od Wielkiego Wybuchu do Wielkiego Kresu?). Wydarzenia zachodzące we wszechświecie uporządkowano względem punktu czasowego będącego datą narodzin Chrystusa <sup>1</sup>. Poprzednio używano względnych pojęć jak era czy epoka. Mając oś czasu absolutnego <sup>2</sup> można uporządkować odległe zjawiska, wydarzenia posługując się np. zegarem promieniotwórczym <sup>3</sup> lub innymi metodami znanymi np. w archeologii.

Czas, jak to wynika z astronomii, jest powiązany z ruchem i potrzebny jest do dokładnego wyznaczania położenia poruszających się obiektów na/przy Ziemi <sup>4</sup> lub skatalogowania ciał niebieskich względem jej orbity w kosmosie.

Po opublikowaniu szczególnej teorii względności powstało wiele niejasności co do minimalnego czasu potrzebnego na pokonanie danego dystansu czy granicznej prędkości określanej jako prędkość światła w próżni. W pracy [2] Brillouin z Sommerfeldem zdefiniowali różne prędkości fal <sup>5</sup> i podali ich znaczenie fizyczne. Nie rozwiązało to wszystkich problemów. Nadal budzi kontrowersje, zwłaszcza w przypadku tunelowania, interpretacja analogii równań Helmholtz'a i Schrödinger'a:

$$\begin{aligned} \left[ \nabla_t^2 + \frac{\mu\epsilon}{c^2}(\omega^2 - \omega_0^2) \right] E &= 0 \\ \left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(\mathcal{E} - U) \right] \Psi &= 0 \\ n = \sqrt{\mu\epsilon} &= \frac{c}{\omega} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(\mathcal{E} - U)} \end{aligned}$$

gdzie  $n$  jest współczynnikiem załamania (refractive index),  $\mathcal{E}$  energią a  $E$  składową pola elektrycznego.

---

<sup>1</sup>W 241 roku ery Dioklecjana mnich Dionizjusz Mały na polecenie papieża Jana I wyznaczył datę narodzin Chrystusa posługując się następującymi założeniami: 1) Chrystus zmartwychwstał 25 marca, 2) zbieżność niedzieli wielkanocnej z 25.III. ma nastąpić za 38 lat; od sumy 241+38 odjął iloczyn cyklu Metona i cyklu słonecznego czyli 532lata (co 19lat te same fazy księżycy, co 28lat wszystkie dni tygodnia przypadają w te same dni miesiąca), a od tego punktu czasowego odjął 30lat prawdopodobny wiek Zbawiciela, dało to -253-30=-283 rok przed erą Dioklecjana; następny rok 242ery Dioklecjana został nazwany 525 rokiem od narodzin Chrystusa.

<sup>2</sup>patrz poniżej: o interpretacji Newtona;"Absolutny, prawdziwy, matematyczny czas płynie jednostajnie sam przez się i ze swej natury, niezależnie od czegokolwiek zewnętrznego i inaczej nazywa się trwaniem. Czas jest nieskończonym, nie mającym początku ciągiem, który rozciąga się pomiędzy nieskończoną przeszłością a nieskończoną przyszłością".

<sup>3</sup>Jednym z podstawowych pierwiastków przyrody jest węgiel  ${}^{12}_6C$ . Ma jedenaście izotopów  ${}^{9-19}_6C$ , dwa są trwałe a pozostałe promieniotwórcze. Szybkość rozpadu substancji promieniotwórczych nie zależy od warunków zewnętrznych i jest stała dla danego izotopu. Dzięki tej niezmienniczości szybkości rozpadu oraz istnieniu wielu izotopów (nie tylko węglowych) okres połowicznego rozpadu  $T_{1/2}$  może być zastosowany do datowania w archeologii i geologii.  $T_{1/2}$  dla  ${}^{14}_6C$  wynosi 5568lat. Zakładając stałość poziomu  ${}^{14}_6C$  w organizmach żywych, wskutek ogólnego cyklu biochemicznego, jego ubytek po obumarciu organizmu może zostać wykorzystany do określenia wieku obiektu nie starszego jak  $\approx 20$ tys. lat. Szereg promieniotwórczy uranu  $\mapsto T_{1/2} = 4.9$ mln lat po zbadaniu zawartości końcowych jego produktów jak ołów czy hel daje pojęcie o wieku skał.

<sup>4</sup>Problem precyzyjnego zegara pojawił się gdy człowiek zaczął morskie podróże handlowe. Ze względu na trudności w określeniu dokładnego położenia statku na morzu w XVII i XVIIIw rządy krajów zainteresowanych ustanowiły szereg nagród za wyznaczenie chwilowej długości geograficznej danego ruchomego punktu na kuli ziemskiej. Aby ją wyznaczyć należy znać lokalny czas tego punktu i czas innego punktu, którego długość jest znana (np. południka zerowego) Dostatecznie dokładny zegar z kompensacją temperatury zbudował w 1736r zegarmistrz Harrison z Yorkshire. Nagrodę w wysokości 20tys. funtów nie wypłacono mu od razu. Ze względu na brak szacunku dla myśli naukowo-technicznej, połowę nagrody przekazano Harrisonowi do 1765r a resztę gdy miał ponad 80 lat

<sup>5</sup>prędkość fazową, grupową, prędkość rozchodzenia się sygnału [(signal velocity) - sygnałem nazywamy krótki wyizolowany ciąg fal elementarnych dla którego układ pozostaje niezakłócony przed jego przybyciem i po przybyciu], niektórzy wprowadzają prędkość frontu (front - powierzchnia, poza którą w danej chwili ośrodek jest całkowicie w spoczynku), oraz średnią prędkość rozchodzenia się energii

Czy czas jest ciągły, czy też jest ciągiem następstw czasowych składających się z elementów (chwil)(instant). Problem kwantyzacji czasu nie znalazł zadowalającej odpowiedzi, nie ma pewności czy ciągłość doznań ma ten sam charakter co dyskretny układ klatek filmowych. W 1928 roku część fizyków sugerowała, że właśnie tak jest i zaproponowali jednostkę czasu (nieprzyjętą) "chronon" wynoszącą  $4.5 * 10^{-24}$  sekundy jako element równy chwili (instant). Psychologicznie, każdy "składnik" naszych doznań ma pewną rozciągłość w czasie określaną jako trwanie. Rozważania nad realnością trwania, znaczenia upływu czasu, prowadzą do ontologii [5]. To wszystko powoduje też trudności interpretacyjne znaczenia, istnienia czy działania operatora czasu jako  $\hbar\partial/i\partial\mathcal{E}$  <sup>6</sup>. (Jaki jest związek czasu przemieszczenia z czasem oddziaływania?, czy jest jakiś związek tych czasów z różnymi postaciami energii? oto pytania na które aktualnie brak jest wyczerpującej odpowiedzi)

Ponieważ cała materia jest w ruchu, to jednym z problemów D.Bohma [4] jest pytanie o cel tego ruchu. Bohm <sup>7</sup> twierdzi: "...istnieje uniwersalny przepływ, który nie może być wyraźnie określony, lecz który może być jedynie poznany w sposób ukryty, jako przejawiający się poprzez jasno określone formy i kształty, jedne stabilne, a inne nietrwałe, które mogą być wyodrębnione z tego przepływu. W tym strumieniu umysł i materia nie są oddzielnymi substancjami...." w tym miejscu autor nawiązuje do Arystotelesa, który rozważając pojęcie przyczyny wyróżniał ich cztery rodzaje: materialną (eko-ideo-system), celową (zamysł), sprawczą (środowisko, wpływ otoczenia na "zarodki"), oraz kształtującą (formującą, -np DNA, kod odpowiedzialny za taki a nie inny rodzaj, gatunek itp).

Każda względnie autonomiczna i stabilna struktura (np. cząstka atomowa) nie może być rozumiana jako coś niezależnego i trwale istniejącego, lecz jako twór, który został ukształtowany w ciągłym ruchu....pewne osiągnięcia fizyki współczesnej implikują pewien rodzaj wglądu w przyrodę,....powiązany z pojęciami przyczyn sprawczej i celowej....Mimo to większość prac współczesnej fizyki nie traktuje tych przyczyn jako posiadających pierwszorzędne znaczenie. Rzeczywistość jest przyjmowana jako samozdeterminowany układ przyczyn sprawczych, działających w ostatecznym zbiorze materialnych składników wszechświata (np. cząstki elementarne podlegają siłom oddziaływań między nimi).

Problem czasu, jego geneza nurtowały ludzkość od dawna, według Platona (427-347 pne) [6] czas jest ruchomym obrazem wieczności, trwającym w jedności, idącym miarowo ale poruszającym się według liczby (parametr). Autor Timajosa snuł przypuszczenia, że gdy ciała niebieskie przyjmą kiedyś dokładnie tę samą konfigurację, w jakiej się znajdowały, cykl Wszechświata zamknie się i wszystko zacznie się dziać jeszcze raz, być może miał rację, chociaż to zamknięcie z dzisiejszego punktu widzenia jest niemożliwe. Filozofowie skłaniają się ku koncepcji niepowtarzalności życia.

Arystoteles (384 - 322 pne) definiuje trzy podstawowe nauki:

Fizykę - zajmującą się rzeczami istniejącymi oddzielnie, ale będącymi w ruchu.

Matematykę - zajmującą się rzeczami nieruchomymi, ale nie istniejącymi oddzielnie, lecz ucieleśnionymi w materii.

Naukę pierwszą - analizującą byty zarazem oddzielne i nieruchome.( Arystoteles nazywa

---

<sup>6</sup>Podstawowe trudności we wprowadzeniu takiego operatora wypływają z reguł komutacji [3]

<sup>7</sup>Urodził się w Wilkes-Barre w Pensylwanii, w 1917r, tj. w tym samym roku, w którym zmarł wybitny polski fizyk Smoluchowski . Dyplom ukończenia studiów otrzymał od Pensylvania State College w 1939r , a doktoryzował się w znanym ośrodku Berkeley w Kalifornii w 1943r gdzie pod kierunkiem R.Oppenheimera badał rozpraszanie cząstek jądrowych. Wykładał fizykę w równie znanej uczelni: Princeton University w latach 1946-1951. Wówczas to prof.DBohm pisze pierwszy podręcznik mechaniki kwantowej, a dokładnie w tym samym czasie zostaje oskarżony o kolaborację ze wschodem i wyrzucony z U.S.A. Pod koniec lat czterdziestych za czasów senatora McCarth'ego Bohm został wezwany przed osławiony komitet ds. badania działalności antyamerykańskiej w związku z bezpodstawnymi zarzutami o sympatyzowanie z komunizmem. Po tym tragicznym wydarzeniu pracował: na Universidade de Sao Paulo, Brazylia (1951-55), Technion, Haifa, Israel,(55-57); University of Bristol (57-61) by w końcu osiąść w Londynie wykładając fizykę teoretyczną w Birkbeck College of the University of London. Zmarł tamże w październiku 1992r.

ją niekiedy filozofią pierwszą lub teologią; dziś na jej określenie używa się terminów "ontologia" lub "metafizyka". Jej przedmiotem jest "być jako taki i przysługujące mu atrybuty istotne" [5]).

Z dzisiejszego punktu widzenia pojęcie czasu jest obecnie podstawowym ogniwem łączącym te trzy nauki.

Aby móc zdefiniować czas, potrzebny jest ruch, a problem Zenona z Elei stwarza poważne trudności w zdefiniowaniu ruchu. Jednakże zastosowana przez Arystotelesa teoria aktu i możliwości pozwoliła wybrnąć mu z kłopotliwej sytuacji.

Zenon (490-430 pne) rozważał następujące zagadnienia:

- problem punktu - bezwymiarowego ośrodka niepodzielnego (symbolu niepodzielności)
- problem miejsca - czegoś złożonego z punktów w sensie ciągłym, albo tworzącego oddzielne niezależne elementy.

Patrząc na późniejsze definicje nauk Arystotelesa powiedzielibyśmy, że poszukiwał związków między nimi.

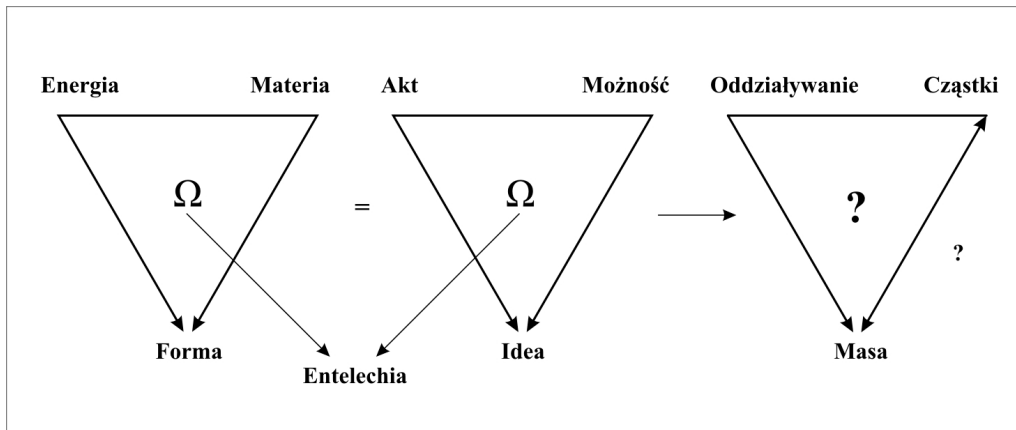
Ciągłość dla Zenona (np. droga wypuszczonej strzały) nie może być sumą bezwymiarowych punktów. Stąd pojawił się problem podziału, jeżeli coś ma charakter miejsca musi być podzielne. Natomiast atomy są niepodzielne, niemożliwe jest złożenie z nich ciągłości.( atom a punkt). Problem co jest Zenonowskim punktem a co miejscem fascynowało i fascynuje ludzi niezależnie od epoki.

Istotą Arystotelesowskiej teorii aktu i możliwości było:

"Zakładamy, że w trakcie ruchu A przechodzi w B. Aby mógł wystąpić ruch, B musi pod jakimś względem różnić się od A. Ale z drugiej strony, B musi coś łączyć z A; w przeciwnym razie nie byłoby ruchu, lecz zniknięcie A i powstanie B (ale to jest niemożliwe, jak dowodził Parmenides(VI/Vw pne - byt nie może nieistnieć) ). Tym, co łączy A z B, jest możliwość: A znajduje się w możliwości w stosunku do B. Tym co różni B od A jest akt: B stanowi akt dla A. Gdy A przejdzie w B, możliwość zostanie zaktualizowana."

Arystoteles określa materię jako możliwość, natomiast forma jest składnikiem czynnym wydobywającym na jaw jakąś możliwość ukrytą w materii. Forma urzeczywistnia to, czym materia jest potencjalnie. Forma jest więc "formą" energii - realizacją bytu.(patrz FigA)

Patrząc na genezę słów akt - actus → energieia , możliwość → materia moglibyśmy wysnuć przypuszczenie: to nic innego jak  $E = mc^2$  ! , ale nie całkiem - Arystoteles jest bardziej precyzyjny: + entelechia czyli celowo działająca niematerialna siła, dzięki której urzeczywistnia się istota.



Rys A. "Oddziaływania" u Arystotelesa a współczesny problem generowania masy

I tu dotykamy współczesnego problemu fizyki: mamy olbrzymią ilość "cząstek elemen-

tarnych" oraz ich energie kinetyczne. Jak zbudować czy odtworzyć z nich masę? Co jest generatorem masy? Jak ją urzeczywistnić? Czy  $m = \mathcal{E}/c^2$  jest wystarczającym warunkiem by wytworzyć masę? Czy do kreacji masy (FigA) trzeba mieć jeszcze coś poza cząstkami i oddziaływaniami, (przy czym te ostatnie z definicji po skwantowaniu też są tymi pierwszymi)? Jaka jest natura światła?

Jest rzeczą dla nas zdumiewającą, ale w świetle rozumowania Arystotelesa paradoks E.P.R [7] dwa tysiące lat później nie istnieje. A jest w relacji z (A+B)(np. stan związany) a ten z kolei jest w relacji z B. Stąd wynika relacja między A i B. Zatem A i B jak by daleko nie były - są w możliwości, bez względu na to czy mają spin czy nie, a możliwość tak samo tyczy się spinu jak i każdej z ich własności skorelowanych na początku (przed rozdzieleniem). Koherencja i dekoherencja w eksperymentach z fotonami to problem realizacji możliwości, jak na razie mało zbadany - znamy fakty ale brak interpretacji. Zacytujmy jeszcze raz Einsteina: "W każdym razie ja jestem przekonany, że On (Bóg) nie gra w kości". Mechanika kwantowa nie jest li tylko teorią statystyczną. Dlaczego więc wszyscy chcą Go zmusić do gry w bilard, pokera czy kości? A jednak Einstein w swojej autobiografii zaczął przychylić się ku opinii, że to właśnie termodynamika statystyczna, a dokładniej statystyka musi być przyszłą podstawą fizyki.

Definicja czasu u Arystotelesa: Czas jest właśnie ilością ruchu ze względu na <przed> i <po>. A zatem ruchu i czasu oddzielić nie można, tyle starożytność, a co można wywnioskować na podstawie mechaniki kwantowej? Na pewno operator położenia nie definiuje bezpośrednio ani pośrednio czasu. Nie definiuje go też operator pędu. Natomiast informację o czasie możemy wydedukować z operatora czasu związanego z energią tj.  $\partial/\partial\mathcal{E}$ , czyli pośrednio z materią. Zmiana własności materii generuje czas.

U Arystotelesa ruch jest pewnikiem niesprzecznym z naszym postrzeganiem rzeczywistości. Natomiast mechanika kwantowa pozwala nam sprowadzić ruch do sekwencji oddziaływań. Stąd wniosek: brak oddziaływań - brak ruchu - brak czasu.

Heller w swej Filozofii świata [8] cytuje Platona: "Idee są zawsze takie same - do nich nie odnosi się pojęcie czasu i zmienności." Ten aczasowy charakter trwania Platon nazwał wiecznością. Dalej analizując Timajosa znajdujemy "A to co zawsze jest takie same, nie ulega zmianie, nie może się stawać starsze ani młodsze." Ten aczasowy charakter "tego samego" może posłużyć nam do zdefiniowania cząstki stabilnej, elementarnej.

Cząstką elementarną albo dokładniej "fundamentalną" nazywamy "system energetyczny" zamknięty na czas: tj taki, w którym fluktuacje energii nie uzewnętrzniają się.

Taki sposób definicji ruchu jak i elementarności wydaje się być zgodny ze współczesnym poglądem na naszą rzeczywistość przez pryzmat kwantowej struktury świata. A zatem strzała Zenona jest w ruchu, gdyż sam przedmiot oddziałuje z Ziemią (grawitacja), czy chociażby z powietrzem, nie wdając się w skomplikowaną strukturę jego samego. Natomiast elektron (lepiej powiedzieć neutron) w próżni nie doznaje ruchu! (przez próżnię rozumiemy też brak oddziaływań!). Tym stwierdzeniem nie naruszamy I-szej zasady dynamiki.

Zacytujmy jeszcze raz Arystotelesa:

"Ci mianowicie, którzy sądzą, że pustka jest konieczna do powstania jakiegokolwiek ruchu, zbadawszy sprawę dokładniej, muszą dojść do wniosku akurat odwrotnego. Okazuje się bowiem, że istnienie pustki wyklucza ruch w jakiegokolwiek postaci. Jak to twierdzą wierzący w bezruch Ziemi z powodu wspólnoty rodzaju całej materii, konieczne jest uznanie, że w pustce nie ma żadnego ruchu. Niemożliwe jest, aby coś przemieszczało się tam w jakimś konkretnym kierunku, gdybyśmy mieli do czynienia z rzeczywistą pustką, zagadnienie kierunku byłoby bez znaczenia."<sup>8</sup>

Arystoteles uważał, że Ziemia nie może się poruszać ponieważ jej kulisty kształt wyklucza istnienie odróżnialnego od innych punktu lub kierunku.

---

<sup>8</sup>przy dzisiejszym stanie wiedzy podobne problemy stwarza zarówno pustka jak i obszar zabroniony, w obu, o ile nie są zanurzone w jakimś ośrodku, trudno zdefiniować odległość i prędkość przy braku punktów odniesienia

W ten sposób powiązaliśmy czas (życia) obiektu z energią, która jest z niego uwalniana, a informacja o tym zakodowana jest m.in. w macierzy rozpraszania<sup>9</sup> przy czym sformułowanie macierz oddziaływania wydaje nam się być lepiej dobrane. W konsekwencji cały rachunek perturbacyjny w tym teoria funkcji Greena ma solidny fundament w mechanice kwantowej.

Arystoteles wytyczył też kierunek rozwoju wiedzy o cząstkach elementarnych. Atakując zwolenników Demokryta (460-370pne) (twierdzących jakoby atomy miały znajdować się w ciągłym nieuporządkowanym chaotycznym ruchu po pustej przestrzeni) przytacza Anaksagorasa (500 - 424pne): "Małe nie kończy się najmniejszym, zawsze mamy do czynienia tylko z jeszcze mniejszym." I ten problem podzielności i nieistnienia pustki to argumenty przeciwko atomistom.

W. Heisenberg w wypowiedzi dla prasy zatytułowanej "Ewolucja pojęć XXw" pisze, "fizyka musiała (po Diracu) ostatecznie zrezygnować z pojęcia cząstki elementarnej tak samo, jak kiedyś odrzucić pojęcie obiektywnego stanu (lub orbity) elektronu, czy też uniwersalnego czasu." ... "Proces kreacji par wykazał, że liczba cząstek nie jest pewną liczbą kwantową bowiem liczba ta nie jest zachowywana". Proces powstawania materii z energii odgrywa kluczową rolę w tych analizach. Jak więc w świetle zderzenia dwóch np. protonów o skrajnie wielkich energiach wygląda zagadnienie elementarności protonu?. "Poprawniej byłoby -pisze W.Heisenberg- mówić nie o powstawaniu nowych cząstek w drodze rozpadu (protonu) lecz o ich rodzeniu się z wielkiej energii kinetycznej (do jakiej został on przyspieszony), a wracając do pytania z czego składa się proton - możliwą odpowiedzią byłoby : z dowolnej liczby cząstek, włączając w to i sam proton, albo z energii czy z materii....". Dalsze rozumowanie przypomina Anaksagorasa ( jak daleko można dzielić?). W końcu Heisenberg konkluduje " Kiedy jednak ostatecznie zrezygnujemy z pojęcia cząstki elementarnej, z pewnością narodzi się pytanie: jakie tedy pojęcia można by związać z terminem "fundamentalny". Z pewnością nie będą to żadne szczególne cząstki, siły, pola czy geometrie a fundament rzeczywistości, niestety jest nieporównywalnie bardziej abstrakcyjny".

W XVIIw I.Newton interpretuje czas obiektywny jako skalę absolutną służącą do wszystkich pomiarów trwania. Taka skala uważana była za cechę Wszechświata. Według Newtona prawa rządzące naturą można opisać przy pomocy równań ruchu pozwalających przewidzieć położenia ciał w dowolnym momencie. Zasada przyczynowości Newtona mówi, że początkowy stan układu mechanicznego jako zespół położzeń i prędkości punktów układu w jakiejś chwili czasu, określa jednoznacznie cały ruch układu. W fizyce newtonowskiej nie ma związku między pojęciem czasu i stosunkiem przyczyna - skutek, bowiem w tej teorii przyczyna i skutek powstają równocześnie. Równoczesność przyczyny i skutku wynika z niezależności oddziaływań od czasu, które to zależą tylko od odległości między ciałami. Ta równoczesność stoi w jawnej sprzeczności z zachowaniem się cząstek w tzw. stanach splecionych (cf. dyskusja paradoksu EPR poniżej)

Prawie równoległe z pracami Newtona, Leibniz<sup>10</sup> sformułował swoją koncepcję względnej przestrzeni i względnego czasu. Oto jak ujmuje on problem czasu [9]: "Przestrzeń - jest - porządkiem współistnienia rzeczy" natomiast "czas stanowi porządek ich następstwa." Podaje on inne tezy np: "jeden punkt przestrzeni nie różni się absolutnie niczym od punktu drugiego"; "czas - nie jest- czymś zewnętrznym wobec rzeczy czasowo trwających"; "albowiem dwa nierozróżnialne stany stanowią ten sam stan, a zatem jest to zmiana, która nic nie zmienia" (jednorodność w czasie i przestrzeni); "nie ma możliwej racji, która może ograniczyć ilość materii" ; "nie jest możliwe, aby istniała jakaś zasada określania stosunku między materią,...a próżnią.."

Nie będziemy w tym miejscu polemizowali z autorami opowiadającymi się za poglądami Newtona czy Einsteina. Nadmienimy tylko, że Leibniz swoimi poglądami wyprzedził swoją epokę

---

<sup>9</sup>czy ruch jako ewolucja funkcji falowej - jest dany tylko [S] macierzą, czy też może być opisany innym niekoniecznie unitarnym przekształceniem nie jest wciąż jasne

<sup>10</sup>Gottfried Wilhelm Leibniz ur.1646 w Lipsku, potomek polskiej rodziny protestanckiej (Lubienieckich), która przesiedliła się do Niemiec, syn prawnika wykładającego w Lipsku filozofię moralną, studiował filozofię, prawo i matematykę, wynalazca rachunku różniczkowego (słynny spór ze stronnikami Newtona o pierwszeństwo odkrycia), w czasie licznych podróży nawiązał kontakty z uczonymi i filozofami jak Arnauld, Huyghens, Newton, Spinoza ..zm.1716.



o ponad dwieście lat. Czyż zatem mógł być rozumiany przez współczesnych mu filozofów? Podobno nie istnieje matematyczno-fizyczna realizacja jego ponadczasowej idei.

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na średniowiecznego filozofa i teologa Majmonidesa przeciwstawiającego się Arystotelesowi, a definiującego czas jako manifestację materii tj. kiedy nie ma materii nie ma czasu. Według Pisma św. czas powstał wówczas gdy ex nihilo powstała cała natura. Trudno się nie zgodzić na gruncie i nie tylko mechaniki kwantowej z tak ogólną definicją. "Wiadomo, pisze E.Rybka, że czas podobnie jak przestrzeń, jest formą bytu materii i należy do pojęć pierwotnych. W zakorzenionych u nas zwykłych pojęciach czas zdawał się nie zależeć od materialnego świata.....Nauka wykazała, że czas absolutny nie istnieje, ponieważ zarówno czas jak i przestrzeń są określone przez rozmieszczenie materii i jej ruch wzajemny."

Jednak utożsamianie mechaniki kwantowej z teoriami "indeterministycznymi" i postulowanie przez wielu filozofów niemożności zdefiniowania czasu w jej ramach jest nieporozumieniem. Wynika to tylko i wyłącznie z niechęci wniknięcia w istotę teorii kwantowej i ograniczenie się do analiz statystycznych.

Wspomnieć należy w tym miejscu jeszcze jednego dotychczas nieodkrytego filozofa jako ojca "fluktuacji" Heraklita z Efezu (VI/Vw pne). Zasadniczą myślą jego filozofii był tzw. wariabilizm (bezustanny ruch i ciągle stawanie się rzeczy - panta rhei - wszystko płynie - oto najważniejsza cecha przyrody), a świat jest dynamiczny i wieczny.

Reasumując kwantowo-mechaniczna definicja czasu jest wypadkową teorii Heraklita (fluktuacje, dynamizm), Majmonidesa (materia-czas), Zenona (problem elementarności i podziału), Arystotelesa(akt - możliwość), Platona (cykl- atraktor), oczywiście to w pewnym stopniu jest idealizacja, taka sama jak wiedza o wielu filozofach z przekazów pośrednich.

Powtarzając rozumowanie Newtona możemy wydedukować współczesną definicję przyczynowości w mechanice kwantowej. **Stan układu kwantowego, jako zespół faz początkowych i ich zmian (zadanych pochodnymi po energii) zadanych w kolejnych aktach oddziaływania, określa jednoznacznie ruch i czas "życia" układu.**

Ponadto mechanika kwantowa pozwala zdefiniować nie tylko czas "zewnętrzny" dla oddziaływujących ciał, (zewnętrzny - dla obserwatora związanego z jednym z ciał oddziaływującego układu - względem innych) ale też i wewnętrzny, jeżeli znamy wewnętrzne drgania (mody-struny) cząstki.

Na zakończenie części "historycznej" podam jeszcze definicję czasu wg. encyklopedii S. Orgelbranda(1899r):

"Pojęcie czasu powstaje w umyśle naszym z kolejnego następstwa zjawisk, w przestrzeni zapełnionej materią jednorodną i niezmienną pojęcie czasu nie miałyby żadnego znaczenia. Dlatego nie można mówić o czasie bezwzględnym czyli niezależnym od wszelkiej zmiany w przyrodzie; wyobrażenia nasze o czasie opierają się jedynie na przebiegu zjawisk przyrody." Natomiast wydana z końcem dwudziestego wieku 6-cio tomowa encyklopedia (100 lat późniejsza) dzieli czas na pojęcie czasu jako terminu w filozofii-czas jako forma bytu materii, atrybut materii, oraz czas - wielkość fizyczną służącą do chronologicznego uszeregowania zdarzeń, przy czym w życiu codziennym czas interpretuje się jako wielkość absolutną.

### 3 Eksperymenty z fotonami - czy istnieje czas tunelowania

Ostatnio modne są w fizyce badania zjawiska znanego jako nielokalność albo "oddziaływanie na odległość". Pojęcie to (jeżeli zostałyby w jakiś sposób potwierdzone) stawia pod znakiem zapytania jedną z fundamentalnych zasad współczesnej fizyki: nic nie porusza się szybciej niż światło. Autorzy artykułu w "Scientific American" (09.1993), naukowcy z California University, specjaliści od nieliniowej optyki, stawiają bez udokumentowania tezę jakoby w wyniku obliczeń średnia prędkość cząstki pod barierą (jak w Alicji w Krainie Czarów) mogła być większa od  $c$ . By tą tezę udowodnić urządza "wyścigi dwóch fotonów", z których jeden musi przejść przez

przeszkodę. Jak dotąd nikomu jeszcze nie udało się fizycznie wyjaśnić tego szybkiego przenikania przez barierę. Nawet E. Wignera z Princeton University już w latach 30-tych intrygowała możliwość implikowania przez teorię kwantów dużej prędkości tunelowania, badacze podzielili się, jedni uważali, że przyjęto niewłaściwe przybliżenia, drudzy: teoria jest poprawna, ale wymaga rozważnej interpretacji.

Inni jak Marcus Büttiker i Rolf Landauer (wyczerpująca literatura patrz [12]) z IBM sugerowali, że do opisu czasu spędzonego wewnątrz bariery bardziej odpowiednie mogą być inne wielkości jak kąt rotacji cząstki ze spinem w czasie jej przenikania przez barierę. Ale powiązanie tego kąta z pojęciem czasu spędzonego przez rotującą cząstkę w obszarze bariery nie jest łatwym zadaniem nie tylko ze względu na brak (jak utrzymuje większość autorów!) klasycznego pojęcia drogi, ale też ze względu na trudności w zdefiniowaniu prędkości obiektu pod barierą.

Wracając do wyścigu fotonów. Należy zmierzyć czas przenikania przez barierę, a to poprzez pomiar czasu poruszania się fotonów po różnych drogach (każdy z fotonów porusza się zarówno drogą swobodną jak i drogą z barierą). te warunki wymagają aby oba fotony jednocześnie rozpoczynały wyścig. (bliźniacze fotony z kryształu dzielące częstość). Oprócz tego należy uwzględnić efekt dyspersji i dzięki dokładnej korelacji energii ścigających się fotonów zniwelować ten efekt. Dyspersja pochodzi z kryształu o nieliniowych własnościach optycznych, pochłania on foton i emituje dwa inne, z których każdy ma mniej więcej połowę energii pierwotnej (przemiana dzieląca częstość). Dwie cząstki wytwarzane w przemianie dzielącej częstość są ze sobą kwantowo sprzężone.

Załóżmy np. że mierzymy czas emisji jednej z nich. Ze względu na ścisłą korelację można przewidzieć czas emisji drugiej, równie dobrze można zmierzyć energię drugiej cząstki i wywnioskować jaka jest energia pierwotna.

Znając dokładnie wartości energii i czas emisji każdej z nich omijamy zasadę nieoznaczoności Heisenberga dla pary. (Jednak zasada nieoznaczoności nie jest związana z powyższymi wielkościami a z czasem rozseparowania fotonów oraz różnicą ich energii!)

Można także na podstawie pomiaru spinu jednej cząstki (w dowolnym momencie) wnioskować o stanie odległej drugiej cząstki.

Ten problem łączy się z paradoksem Einsteina - Podolskiego - Rosena [7].

Mamy dwie możliwości wytłumaczenia zagadnienia:

a) Nielokalność - pochodzi podobno stąd, że jeden foton będzie "oddziaływać na to, co robi jego bliźniak, niezależnie od tego jak bardzo będą oddalone. (duchom podobne oddziaływanie na odległość, spukhafte Fernwirkungen <sup>11</sup>). Żaden czas, ani energia nie są związane z żadnym fotonem dopóty, dopóki nie wykona się pomiaru np. energii.

b) intuicyjnie oczywiste - bliźniacze fotony opuszczają źródło w określonych, skorelowanych czasach, unosząc określone skorelowane energie.

Według nas punkt b) potwierdza się w rzeczywistości, fazy definiują korelacje zgodnie z naszą definicją przyczynowości, ale nie tłumaczy to w pełni niestatystycznego zachowania odległych fotonów, ponieważ eksperymenty napotykają na trudności w wyjaśnieniu zmian faz (zmian spinu) od zmian energii lub czasu.

Przytoczmy teraz rozumowanie A. Einsteina zawarte w jego "Autobiografii" [11]:

"Teraz przedstawiemy ...fizykom następujący przypadek. Otóż mamy przed sobą pewien układ, który w czasie naszej obserwacji składa się z dwóch podukładów S1 i S2, które są oddzielone od siebie przestrzennie i (w sensie fizyki klasycznej) w znaczący sposób na siebie nie oddziałują. Cały ten układ niech będzie w zupełności opisany przez znaną funkcję  $\psi_{12}$  w sensie mechaniki kwantowej. Otóż wszyscy teoretycy kwantowi zgadzają się z tym, co następuje: Jeśli dokonujemy całkowitego pomiaru S1, to z jego rezultatów i z  $\psi_{12}$  otrzymujemy całkowicie określoną funkcję  $\psi_2$  układu S2. Charakter funkcji  $\psi_2$  zależy wtedy od rodzaju pomiarów, jakich dokonujemy

<sup>11</sup>w polskim materialistycznym tłumaczeniu, spotyka się termin widmowe lub niesamowite oddziaływanie...; proponujemy termin natychmiastowe lub upiorne..

na S1. Otóż wydaje mi się, że można mówić o realnym stanie rzeczy podukładu S2. O tym realnym stanie rzeczy od samego początku przed pomiarem dokonany na S1 wiemy jeszcze mniej niż w przypadku układu opisanego przez funkcję  $\psi$ . Ale, moim zdaniem, przy jednym przypuszczeniu powinniśmy pozostać bezwarunkowo: realny stan rzeczy (stan) układu S2 nie zależy od tego, co zrobiono z oddzielnym odeń przestrzennie układem S1. Jednakże w zależności od rodzaju pomiaru, jakiego dokonuję na S1, otrzymuję innego rodzaju  $\psi_2$  dla drugiego podukładu. Jednakże realny stan S2 musi być niezależny od tego, co dzieje się z S1. A więc dla tego samego realnego stanu S2 (w zależności od wyboru sposobu pomiaru na S1) można znaleźć różne funkcje  $\psi$ . [Wniosku tego można uniknąć tylko przyjmując, że pomiar na S1 (telepatycznie) zmienia realny stan S2, albo że rzeczom oddzielnym od siebie przestrzennie w ogóle odmówimy niezależnych stanów realnych. Obie możliwości wydają mi się nie do przyjęcia.]"

W tych słowach A.Einstein streścił nurtujące jego oraz mu współczesnych problemy, powiedzmy niekompletnej kwantowej teorii a dopracować ją to problem nurtujący fizyków od lat trzydziestych XX wieku. Trudno wyobrazić sobie i nam, nawet teraz, że trzeba by zrezygnować z pojęcia czasu absolutnego dopóty, dopóki nie poznamy głębiej szczegółów wszechświata. Np czy rzeczywiście można mówić o prędkości jednostajnej układu (gdy na niego nie działają żadne siły) skoro w takiej sytuacji mechanika kwantowa mówi, iż czas tego układu względem innych nie płynie, wg nas jego czas zewnętrzny równy jest zeru, podczas gdy wewnętrzny nie, ale nie jest też jasne czy tak można czas podzielić. (Wynika to z filozoficznego poglądu na problem pustki, nie ruszając zasad Newtona dochodzimy do wniosku -naturalnego- iż wymagają one uściślenia.) Powstaje m.in. następujący problem - jak porównywać ewolucję czasową układów całkowicie izolowanych ( np. w sensie termodynamiki) i czy w ogóle ma to jakiegokolwiek znaczenie.

A zatem w paradoksie EPR nie ma żadnego znaczenia jak daleko odsunęliśmy bez oddziaływania dwa fotony od siebie. Czy stany(spiny) obu fotonów są splecione? (entanglement states to jeszcze jeden termin na określenie natychmiastowego oddziaływania na odległość). Wydaje się, że tak. Możemy określić spin poprzez polaryzację dla fali odbitej lub przepuszczonej [10] (Własności globalne i lokalne: całkowity kręt układu - ustalony, ale dla skomplikowanego systemu równy jest jakiejś permutacji, wariacji, itp., zbioru skończonej dowolnie dużej ilości elementarnych (lokalnych, zmiennych w "czasie"- oddziaływujących) cząstek - wysumowanej po n elementach, tj  $\sum_n = \text{kręt}$ ). Znamy funkcję środka masy podukładu, nie znamy jej aktualnego stanu wewnętrznego. Ale z punktu widzenia mechaniki kwantowej jednowymiarowe amplitudy przejścia i odbicia (definiujące dwa sprzężone fotony) dają się opisać dwoma lub trzema parametrami (w zależności od symetrii układu), dodatkowymi fazami, które o ile niezależne od czasu ustalają poprzez amplitudy zachowanie splątanych fotonów w przyszłości. Gdyby cząstki po rozdzieleniu zachowywały się statystycznie to z tym paradoksem EPR wiąże się wtedy ściśle problem redukcji pakietu falowego. Tak o kolapsie funkcji falowej napisał Heisenberg:

"In relation to these considerations, one other idealized experiment (due to Einstein) may be considered. We imagine a photon which is represented by a wave packet built up out of Maxwell waves. It will thus have a certain spatial extension and also a certain range of frequency. By reflection at a semi-transparent mirror, it is possible to decompose it into two parts, a reflected and a transmitted packet. There is then a definite probability for finding the photon either in one part or in the other part of the divided wave packet. After a sufficient time the two parts will be separated by any distance desired; now if an experiment yields the result that the photon is, say, in the reflected part of the packet, then the probability of finding the photon in the other part of the the packet immediately becomes zero. The experiment at the position of the reflected packet thus exerts a kind of action (reduction of the wave packet) at the distant point occupied by the transmitted packet, and one sees that this action is propagated with a velocity greater than that of light. However, it is also obvious that this kind of action can never be utilized for the transmission of signals so that it is not in conflict with the postulates of the theory of relativity." [The Physical Principles of the Quantum Theory, W. Heisenberg (University of Chicago Press,

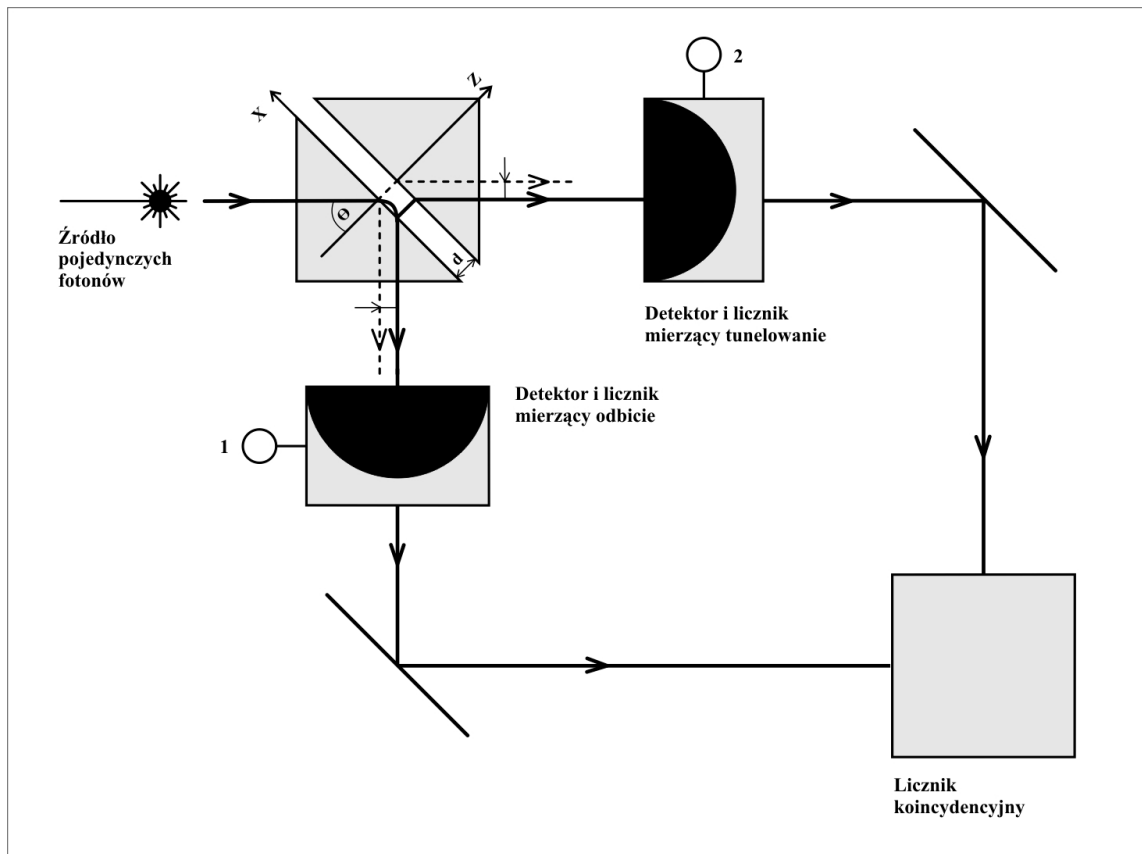
Chicago, 1930), reprinted by Dover Publications, p. 39.]

Ten problem realizacji - aktualizacji możliwości przysparza naukowcom i filozofom nie lada kłopotów. Kiedy ona następuje nie wiadomo, skąd dwie odległe cząstki wiedzą że są splecione? [poprzez parametr, który to sprzężenie definiuje]. Gdzie kończy się determinizm a zaczyna statystyka - to problem na nowo podjęty przez J.Bella fizyka, który wykazał fałszywość dowodu von Neumanna o nieistnieniu ukrytych parametrów a tym samym rehabilitował rozważania D.Bohma [4]. Analizując właściwości teorii ze zmiennymi ukrytymi wywnioskował on, że pomiar danej obserwacji zależy od pomiarów innych obserwacji mierzonych jednocześnie, oraz że te teorie (modele) prowadzą nieuchronnie do pojawienia się nielokalności bez względu na odległość obserwowanych cząstek. Taki był wynik doświadczeń badających czy obiekty (spiny) w stanach sprzężonych podlegają statystyce i czy spełniają tzw. nierówności Bella.

Jednak nasuwają się wątpliwości. Przyjmując, że stan układu kwantowego wyznaczony jest przez amplitudy  $A_R, A_T$  [10] będące funkcjami faz  $\varphi_1, \varphi_2$  ewentualnie też  $\Delta\varphi$  korygującymi argument  $kx$  funkcji falowej  $\Psi = A(\varphi_1, \varphi_2, \Delta\varphi)e^{-i\omega t} = A'e^{ikx-i\omega t} \Rightarrow A' \in C(\text{zespolone})$  w wyniku oddziaływania, dla najprostszego układu fala + bariera  $\rightarrow$  odbicie + załamanie, amplitudy te opisują całkowicie zachowanie spinu cząstek w wyniku rozpraszania (reflection + transmission) na barierze. Jest rzeczą zrozumiałą wpływ urządzeń pomiarowych na wynik obserwacji, jednak z doświadczeń Aspecta wynikałaby niemożność opisu powyższej paczki falowej elementarnym lokalnym równaniem Schroedingera (dla elektronu) czy Maxwella (foton). Wydaje się mało prawdopodobne by tak było - chyba dlatego m.in. nie wprowadzamy operatora czasu - z drugiej jednak strony eksperyment Aspecta nie jest eksperymentem rozproszeniowym a jedynie analizą  $\gamma$  rozpadu wzbudzonego pewnego stanu splątanego jądra atomowego ( $^{40}\text{Ca}$ ). Jednak ostatnie wersje eksperymentu Aspecta (roxanne.roxanne.org/epr/) sugerują całkowitą jego zgodność z mechaniką kwantową i znowu przemawiają na niekorzyść teorii zmiennych ukrytych wyciągając jednocześnie zarzuty odnośnie EPR. Powoduje to protesty ze strony ludzi zajmujących się teorią względności.

Wspomniane zagadnienie prędkości ponadświetlnej - "superluminary" wiąże się ściśle z tzw. efektem Hartmana - Fletchera (ef.H&F) t.j. brakiem zależności hipotetycznego czasu tunelowania od szerokości bariery. Właśnie brak zależności od  $a$  we wzorze  $t = a/v \rightarrow \text{coś}/v$  jest właściwą przyczyną do zbadania tego coś. Jednak z naszego punktu widzenia efekt ten wymaga uogólnienia i ponownej analizy. Teoria ef.H&F ogranicza się, jak dotychczas, tylko do fazy  $\varphi_2$  ( $\alpha_3$  w pracy Hartmana [13]) i wymaga rozszerzenia na występujące w problemie transmisji przez układ barier dodatkowe fazy  $\varphi_1, \Delta\varphi$  a to nakłada dodatkowe warunki, zarówno teoretyczne jak i experimentalne. Ogólnie rzecz biorąc modyfikacja fazy funkcji falowej prowadzi do niejednoznaczności w określeniu drogi i czasu dla cząstek odbitej i tunelującej; te same własności obu fal prowadzą do różnych wartości obu wymienionych wielkości.

Eksperymentami mającymi stwierdzić istnienie prędkości ponadświetlnej zajmowali się Amerykanie: 1) Steinberg, Kwiat, Chiao od 1993r. Austriacy: 2) Spielman & co, od 1994r.; Niemcy: 3) G.Nimtz w Kolonii od 1992r; Francuzi: 4) Balcou, Dutriaux od 1996r ; Włosi: 5) Ranfagni & co, od 1993r. ale tylko poprzez analizę fazy  $\alpha_3$  ( lub  $\varphi_2$  ) prowadzącej do niedokładnej formuły na tzw. dwell time - czas pobytu cząstki pod barierą.



Rys.B Zasada pomiaru korelacji czasowych w eksperymentach z rozpraszaniem i tunelowaniem fotonów. Jeżeli mamy do czynienia z takim układem jak na rysunku to światło zachowuje się jak fala i cząstka jednocześnie (jako fala tuneluje przez barierę-tu szczelina między pryzmatami, jako cząstka gdy licznik rejestruje tylko antykoincydencje). Natomiast gdy zamiast pryzmatów umieścimy płytkę z przemianą dzielącą częstość to wynik pomiaru - interferencja lub jej brak - zależy od tego co zrobimy z fotonami w punktach 1 i 2 układu jak na rysunku (sprawdzimy polaryzację itp); światło zachowuje się albo fala albo cząstka.

W procesie rozpraszania fotonu na zwierciadle półprzepuszczalnym dzieli się on na dwie części opisywane amplitudami  $A_T$ ,  $A_R$ . Amplitudy te są funkcjami dwóch faz  $\varphi_1$  oraz  $\varphi_2$ . Fazy te zależą od własności zwierciadeł półprzepuszczalnych, lub płytki z przemianą dzielącą częstość. Stąd wniosek: bliźniacze fotony opuszczają źródło w określonych, skorelowanych czasach. (Patrz wyprowadzenie wzorów na amplitudy [10]). Należy w tym miejscu podkreślić, że każda amplituda jest funkcją co najmniej dwóch faz a nie jak dotychczas było przyjęte - jedna amplituda jedna faza.

W ciągu ostatnich lat podejmowano wiele prób teoretycznego zdefiniowania i wyliczenia czasu tunelowania przez barierę. Negatywny wynik tych poszukiwań ujęty został w artykułach (F.E.Low, P.F.Mende [14]), V.S.Olkhowsky, E.Recami [20], E.H.Hauge, J.A.Støvneng [30], co wcale nie oznacza niemożności zdefiniowania czasu tunelowania.<sup>12</sup>

<sup>12</sup>Problem definicji czasu tunelowania ma także długą historię, narodził się w latach trzydziestych i ewoluował równoległe do zagadnienia czasu trwania procesów w zderzeniach jądrowych. Autor artykułu o J.R.Oppenheimerze w Scientific American (7,1995) uważa, iż to właśnie Oppenheimer wykrył na początku 1928r efekt tunelowy (t.j. przed G.Gamowem oraz E.Condonem & R.W Gurney'em, którzy niezależnie wyjaśnili rozpad promieniotwórczy przy pomocy efektu tunelowego) analizując wpływ słabego pola elektrycznego na wrywanie elektronów

Procesowi tunelowania poświęcono sporo miejsca w podręcznikach mechaniki kwantowej (D.Bohm [18], Messiah (1961), Schiff (1955)), przy czym tylko ostatni z nich zwraca uwagę, że "normalizacja wartości bezwzględnej funkcji falowej w zagadnieniu tunelowania jest nieistotna, interesują nas bowiem wyłącznie stosunki modułów amplitud", jakkolwiek nieco dalej uważa, że "bardziej precyzyjna ale mniej wygodna normalizacja odpowiadałaby przyjęciu jednowymiarowego pudełka o długości  $L$  z okresowymi warunkami brzegowymi wraz z warunkiem  $\int_L |\psi|^2 dx = 1$ ". Niestety problem tunelowania od strony normalizacji nie jest analizowany w literaturze. U wyżej wymienionych autorów, poza E.Condonem, przeważa podejście do transmisji przez barierę od strony struktury jądrowej (względnie atomowej), co skutecznie uniemożliwia wgląd w dynamikę problemu.

Hauge & Støvneng (H&S)[30] w swym kontrowersyjnym artykule "Tunneling times - a critical review" stwierdzają, że żadna z definicji czasu tunelowania, a to ani dwell time ani phase time nie jest w stanie odpowiedzieć na pytanie jak długo przebywa cząstka (czy to odbita czy też ta która przeszła) w obszarze bariery. H&S przyjęli następujące kryteria:

1. średni czas trwania procesu fizycznego musi być rzeczywisty.

2. Ponieważ transmisja przez, oraz odbicie od bariery są wzajemnie wykluczającymi się zdarzeniami to czas transmisji  $\tau_T$  oraz czas odbicia  $\tau_R$  muszą spełniać tożsamość  $\tau_D = T\tau_T + R\tau_R$ , gdzie  $T$  i  $R$  są odpowiednio prawdopodobieństwami transmisji i odbicia, a  $\tau_D$  reprezentuje tzw. dwell time czyli czas pobytu pod barierą.

3. Każda zaproponowana postać  $\tau_T$  i  $\tau_R$  musi spełniać wszystkie możliwe warunki wynikające z  $\tau_D$ .

Niestety, w literaturze przedmiotu brak jest wyjaśnienia co oznacza stwierdzenie: wzajemnie wykluczające się zdarzenia skoro i tak obie amplitudy są splątane. W artykule H&S można zauważyć pewne próby wyjaśnienia tego problemu w oparciu o książkę Feynmana i Hibbsa([15]) jednakże bez sukcesu. Ponadto H&S stwierdzają, iż  $Q$  macierz definiuje czas przebywania w dowolnym skończonym obszarze, uśredniony po wszystkich przychodzących cząstkach a zatem słabością tej definicji jest nierozróżnianie kanałów rozpraszania, co w świetle wzorów Smith'a nie wydaje się być prawdą.

Wszyscy autorzy zajmujący się tunelowaniem mają poważne kłopoty w zdefiniowaniu fazowego czasu tunelowania (phase time) używając różnych matematycznych metod; **wszystkie** te podstawowe **formuły, które** w ich pracach - odnośnie czasu tunelowania - **wyprowadzono, można otrzymać posługując się spornym operatorem czasu.**

W 1991 roku ukazała się praca F.E.Low&P.F.Mende [14] pokazująca niemożność pomiaru czasu tunelowania wychodząc - co w ich pracy nie jest zaznaczone - z pierwotnych założeń takich jak np zawartych w nieaktualnym już (odnośnie czasu tunelowania) podręczniku D.Bohma.Cytuję: "A remarkable feature of barrier penetration in quantum theory is that a particle tunneling through a barrier appears to do so in zero time. We analyze the conditions that would make possible an actual measurement of an anomalously short traversal time and conclude that such a measurement cannot be made....". Dla autorów ta praca to tylko niekonstruktywna krytyka starej teorii tunelowania.

Tymczasem fizycy niezrażeni takimi wywodami kontynuowali i kontynuują eksperymenty mające na celu określenie czasu tunelowania przez barierę.

Fizycy są zgodni co do następujących skal odnośnie czasu tunelowania:

a) dla protonów odnośnie coulombowskiej bariery proton - jądro:  $\sim 10^{-22}$ sec

b) dla elektronów w ośrodku stałym:  $\sim 10^{-15} - 10^{-13}$  sec.

---

z powierzchni metalu. Zagadnienie to wiąże się m.in. z możliwością budowy skanningowego mikroskopu tunelowego.(G.Binning & H.Rohrer z laboratorium IBM w Zürichu dostali po 1/4 nagrody Nobla za skonstruowanie S.M.T, natomiast pozostała 1/2 otrzymał jeszcze żyjący E.Ruska- twórca mikroskopu elektronowego w 50! lat po dokonaniu wynalazku, wstępna praca o S.M.T posłana do poważnego czasopisma w 1981r została odrzucona jako mało ciekawa.)

c) dla promieni laserowych  $\sim 10^{-12}$  sec.

d) dla elektromagnetycznego promieniowania mikrofalowego  $\sim 10^{-9}$  sec.

Jak już nadmieniliśmy, na podstawie dokładnej analizy warunków brzegowych dla tunelowania wprowadziliśmy do rozważań dodatkową fazę  $\varphi_1$  związaną z niemożnością rozdzielania dwóch kanałów tunelowania: odbicia i przejścia przez barierę. Ta nowa reprezentacja amplitud wprowadza uproszczenia w całym matematycznym aparacie tunelowania. Przepływ energii między tymi dwoma kanałami (określony właśnie przez  $\varphi_1$ ) definiuje dodatkowy czas tunelowania i może być interpretowany jako urojona część czasu, wprowadza też on nieoznaczoność do mechaniki kwantowej - czas oddziaływania wraz z dozwoloną energią przejścia spełnia relację Heisenberga.

Największy problem dla fizyków to tzw. dwell time, czyli (rzeczywisty, mierzalny) czas pobytu cząstki pod barierą. Wydawało się do tej pory, że jest to pewna niezależna od faz wielkość. Tymczasem okazuje się być on funkcją dwóch czasów fazowych związanych odpowiednio z fazami  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ , co na gruncie teorii falowej powinno być oczywiste. Czas wynikający z obu faz (zależącymi też od właściwości ośrodka) to czas oddziaływania z ośrodkiem, w którym ciało się porusza oraz czas przemieszczenia mierzący opóźnienie (lub przyspieszenie) procesów odnośnie tzw. "equal time" (tj. danego przez:  $x/v$ ), czyli klasycznego czasu przejścia z jednego położenia do drugiego. (Istnieją matematyczne rozwiązania, w którym czas pobytu cząstki pod barierą nie zależy od jej rozmiarów, a to implikuje możliwość szybszego pokonywania układu barier niż by ich nie było! 100m "przez płotki-bariery" cząstka można przebiec szybciej niż ten sam dystans bez nich!).

Można to ująć też następująco: całkowity argument funkcji falowej to  $\phi = kd + \varphi_2 + \varphi_1$  (w rozdziale szóstym zamiast  $\varphi_2 + \varphi_1$  piszemy  $\bar{\varphi}_2$ ), w  $\tau_\phi$  "siedzi" czas niezakłóconego przemieszczenia cząstki o odległość  $d$ , jeżeli mierzymy fizycznie czas pobytu pod barierą i nakładamy na niego warunek by nie był krótszy od czasu  $\tau_C$  cząstki poruszającej się z prędkością światła, to warunek  $\tau_1^2 + \tau_2^2 \geq \tau_C^2$  może nie być spełniony gdyby się okazało, że  $\tau_\phi < \tau_C$  czyli gdy suma  $\tau_2$  oraz  $\tau_1$  jest ujemna. Poprawny mógłby być też wniosek o jednoczesnej modyfikacji komponent fazy funkcji falowej: pędu albo położenia i pędu t.j.  $\phi \rightarrow k'x \rightarrow k''x'$ , co prowadziłoby do braku elastycznego tunelowania.

W teorii rozpraszania amplitudy przejścia do różnych kanałów wiążą się ściśle z macierzą rozpraszania. Wyjściową pracą na ten temat jest artykuł E. Condon (1930) a potem F.T. Smith'a [17] z 1960r. Ta ostatnia została ostro skrytykowana przez szkołę rosyjską reprezentowaną przez A.I. Baz'a (1966). Ta bezkompromisowa polemika zwolenników stacjonarnego podejścia do tunelowania od strony struktury atomowej czy jądrowej, z sympatykami dynamicznej analizy reakcji poprzez teorię rozpraszania skutecznie uniemożliwiła zdefiniowanie tak podstawowej wielkości jaką jest czas tunelowania. Należy w tym miejscu podkreślić: teoria rozpraszania, a zwłaszcza teoria unitarnej macierzy  $S$ , to teoria budowana systematycznie w latach 40tych do 60tych naszego stulecia, a więc znacznie młodsza od wielu zjawisk odkrytych przed drugą wojną światową. Wiążą się z nią m.in. takie nazwiska jak: C. Møller, K. Watson, M. Goldberger, S. Sunakawa, Wheeler, Baz', w późniejszych latach A.O. Baruth. Efekt tunelowy nigdy nie został poddany weryfikacji przez tę teorię.

Naszym zdaniem problem czasu w mechanice kwantowej wiąże się w sposób nierozdzielny z macierzą rozpraszania, czy też lepiej użyć nazwy: macierz oddziaływania. Czas wynikający z jej struktury algebraicznej to czas wewnętrzny danego podmiotu i nie wiadomo jak się łączy (przynajmniej na razie) z tzw. czasem absolutnym, czy ogólnie przyjętym czasem poruszania - podróżowania. Jest to taka sama różnica jak między translacją (i rotacją) ciała a zmianą jego wewnętrznej struktury po zmianie położenia. Chcąc zdefiniować nowe położenie ciała w przestrzeni podajemy wektor przesunięcia oraz kąty Eulera (obrotu) dla danego ciała. Odpowiadają temu: czas przesunięcia oraz czas obrotu. Są to wielkości skorelowane, poszczególne punkty ciała zakreślają różnego rodzaju cykloidy (w odniesieniu do zewnętrznego obserwatora;

dawniej mówiono o epicyklu i dyferensie). Dla układu sztywnego możemy posługiwać się jednym wektorem swobodnym łączącym dany punkt początkowy ciała z tym samym punktem po wykonaniu przekształcenia izometrycznego. W mechanice kwantowej trudno jest określić "ten sam punkt". Natomiast możemy określić na podstawie oddziaływań jakie zaszły w ciele, wskutek zewnętrznego oddziaływania, czasy poszczególnych "procesów" w nim zachodzących konstruując dla niego odpowiednią macierz oddziaływania. Oddziaływanie wiąże się z przepływem energii, a ta zmiana energii generuje czas. A zatem nie interesuje nas czas absolutny, (zewnątrzny odnośnie badanego układu) względny czy bezwzględny; natomiast przedmiotem badań jest czas wewnętrznej ewolucji systemu oglądany z danego układu odniesienia. Podmioty "Bliźniaki" ewoluujące oddzielnie, poddane różnym zewnętrznym czynnikom przestają być "Bliźniakami" w dokładnym tego słowa znaczeniu. Dalsze ich porównywanie, ze względu na jeden - wybrany z wielu - czynnik, traci sens. Każdy podmiot ma swój "czas życia", który może być porównany z innym o ile skonstruujemy odpowiednią macierz oddziaływania dla systemu. Prowadzi to do wzajemnego zakłócania wewnętrznych czasów. Proporcjonalnie do przepływającej między nimi energii. To ta energia staje się generatorem czasu, miarą ewolucji wewnętrznej systemu. Ten wewnętrzny czas nakłada się na czas generowany przez oddziaływania grawitacyjne - powstaje **ruch**. Ponieważ trudno sobie wyobrazić przestrzeń bez grawitacji "kwant energii grawitacyjnej" napędza "cykliczny zegar" świata, który winien pozostawać w ścisłym związku z wielkością wyznaczaną naszymi współczesnymi chronometrami.

Powyższy akapit powinien stanowić główne założenie dla większości autorów (nie zawsze tak jest). Przechodząc do tunelowania postępujemy w ten sam sposób - wyodrębniamy elementarne procesy będące podstawą tego zjawiska i konstruujemy dla niego macierz oddziaływania [S]. Następnie poprzez zmiany jej elementów z energią definiujemy wynikające z tych zmian czasy. "Celowe, kształtujące i sprawcze" przyczyny - oddziaływania wyznaczają czas życia układu. Tak postrzegamy ewolucję. Prowadzi to do deterministyczno - ewolucyjnej mechaniki kwantowej. Powstaje pytanie, czy do definicji czasu możemy dojść tylko od strony macierzy [S]?

## 4 Problemy kwantowego czasu, możliwe jego definicje

W fizyce klasycznej sytuacja jest prosta, czas to wielkość mierzona uniwersalnym zegarem spełniająca elementarną zależność  $t = \text{droga}/\text{szybkość}$  lub  $t = \text{zdarzenie}/\text{częstość}$  albo wchodząca jako zmienna niezależna (parametr) do równań. (c.f. czas wg. Newtona).

W mechanice kwantowej sytuacja jest skomplikowana. W ujęciu M.Borna funkcje falowe spełniające równanie Schrödingera nie reprezentują w ogólności ruchu cząstek materii. Wyznaczają one możliwe zachowania cząstek lub raczej stany kwantowe materii. Materię można zawsze zobrazować jako składającą się z punktowych mas (elektrony i protony) ale w wielu przypadkach nie można ich wyodrębnić np. gdy tworzą jądro atomowe. Born "uwalnia" siły od ich klasycznego obowiązku wyznaczania ruchu cząstek i pozwala im wyznaczać prawdopodobieństwo stanów.

Każdą funkcję falową można zapisać  $\Psi = |\Psi| e^{i \arg \Psi} = R(\phi) e^{i\varphi}$  jednak bardziej interesujące jest wydzielenie znanych części argumentu jak  $(px - \mathcal{E}t)/\hbar$ , mamy zatem  $\Psi = A' e^{ikx - i\omega t} = A e^{-i\omega t} = e^z e^{-i\omega t}$  gdzie  $A = e^z$ ; z drugiej strony biorąc pochodną po częstości (energii) z fazy  $\frac{\partial}{\partial \omega}(\phi - \omega t) = 0$  znajdujemy czas:  $t = \partial \phi / \partial \omega$  co można zapisać też jako  $t = x / (\partial \omega / \partial k) + \partial \varphi / \partial \omega$  gdy  $z = \phi = kx + \varphi$ . Odwrócenie  $z = \ln A = \ln |A| + i \arg(A)$  prowadzi do powiązania amplitud, czasu, prędkości grupowej ( $v_{gr} = \partial \omega / \partial k$ ): działając operatorem czasu  $\frac{\hbar \partial}{i \partial \mathcal{E}} = \frac{\partial}{i \partial \omega}$  na amplitudy (fazy) definiujemy czas jak poniżej:

$$\tau(z) = \frac{\hbar \partial \ln A}{i \partial \mathcal{E}} = -i \frac{\partial |A|}{|A| \partial \omega} + \frac{\partial \arg(A)}{\partial \omega} = \frac{\partial \arg(A)}{\partial \omega} - i\tau(\varphi_1) = \tau(\phi) - i\tau(\varphi_1) \quad (4.1)$$



gdzie  $\tau(kx) = x/v_{gr}$ , jest odpowiednikiem klasycznego czasu przemieszczenia od punktu  $x_1$  do  $x_2$ . Zauważmy w tym miejscu, że przy tak określonym czasie  $\tau(z)$  jego moduł  $|\tau(z)|$  nie zawsze jest większy od  $x/v_{gr} > x/c$ , czyli oddziaływania, jakie by nie były, nie zawsze opóźniają cząstkę przy założeniu pokonywania stałej odległości tzn. jeżeli przyjąć  $|\tau(z)|$  jako wielkość charakteryzującą czas pobytu między ustalonymi punktami  $x_1$  i  $x_2$ .

Warto nadmienić w tym miejscu, iż w metodzie stacjonarnej po wydzieleniu części funkcji falowej zależnej od czasu pozostała amplituda  $A$  zależy tylko od współrzędnych przestrzennie-pędowych wchodzących do jej argumentu jako  $kx + \text{poprawka}$ . Poprawką może być przesunięcie fazowe  $\eta$  wynikające z teorii rozpraszania (w tym przesunięcie coulombowskie), ale też może ona wynikać z innych własności funkcji falowych jak odbicie i załamania przy oddziaływaniu fal z barierami potencjału. Dla tak oddziałujących fal jesteśmy w stanie skonstruować unimodularną macierz ewolucji fal odbitych i załamanych przez dowolny układ barier, sparametryzować ją by znaleźć zależność argumentów obu amplitud od energii.

W nawiązaniu do dyskusji z poprzedniego rozdziału, pojawia się pytanie, czy czas oddziaływania  $\Delta t = \partial\varphi/\partial\omega$  koryguje czas przemieszczenia w obszarze, w którym to oddziaływanie nastąpiło ( $t = x/v_{gr} + \Delta t$ ). To bardzo trudne pytanie zwłaszcza w świetle "punktowo-czasowego" rachunku perturbacyjnego i dominacji newtonowskich poglądów na czas. Dla różnych zewnętrznych obserwatorów mogą to być całkiem inne wyniki.

Jeżeli przyjmujemy, że funkcja falowa  $\Psi$  opisuje "rzeczywiste" cechy świata, to w jej zachowaniu nie ma ani śladu indeterminizmu, będącego rzekomo nieodłączną własnością teorii kwantowych - oczywiście o ile to właśnie deterministyczne równanie Schrödingera określa jej ewolucję. (Tak przedstawia to Penrose). W takiej sytuacji mówimy, że funkcja falowa ewoluuje zgodnie z procedurą U. Jednak ilekroć wykonujemy pomiar, podczas którego następuje wzmocnienie efektów kwantowych do poziomu klasycznego, musimy zmienić reguły określające ewolucję funkcji falowej. Nie korzystamy już z procedury U, lecz z zupełnie innej metody, którą Penrose nazywa procedurą R. Zgodnie z tą procedurą, aby otrzymać klasyczne prawdopodobieństwo, musimy obliczyć kwadrat modułu kwantowej amplitudy. To właśnie procedura R i tylko R wprowadza do mechaniki kwantowej nieoznaczoność i prawdopodobieństwo. (Niestety nie możemy się zgodzić z ostatnim zdaniem.)

Z problemem unitarności ewolucji funkcji falowej spotykamy się przy analizie podziału fal rozproszonych na odbite i przepuszczone przez obiekt (materię). W układzie sferycznym ze względu na specyficzne warunki brzegowe ominięto zagadnienie transmisji fal. Mamy tylko zbieżną falę padającą (inward) i rozbieżną falę wychodzącą (outward). W tej konwencji trudno fazom nadać jakieś większe fizyczne znaczenie. A fala docierająca do detektora to zmodyfikowana fala "stojąca" będąca mieszaniną fal "inward" z "outward" powiązanych macierzą  $S$ .

Fala padająca to:

$$e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l i^l j_l(kr) Y_{lm}^*(\hat{k}_i) Y_{lm}(\hat{r})$$

$$|\vec{k}_i| = k$$

jeżeli kierunek padania obrano jako oś  $z$ , falę płaską zapisujemy:

$$e^{ikz} = e^{ikr \cos(\vartheta)} = \sum_l (2l+1) j_l(kr) P_l(\cos(\vartheta))$$

pełny rozproszony pakiet to:

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t) = \int A(\vec{k}', \vec{k}) \psi_{\vec{k}'}(\vec{r}) e^{i\omega(k')t} d\vec{k}'$$

gdzie

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{ikz} + f(\vartheta) \frac{e^{ikr}}{r}$$

kombinacja fal zbieżnej i rozbieżnej

$$\begin{aligned} i^l j_l(kr) &\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{2ikr} [(-)^{l+1} e^{-ikr} + e^{ikr}] \\ j_l(kr) &\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{2} [h_l^{(2)}(kr) + h_l^{(1)}(kr)] \end{aligned}$$

daje falę  $j_l(kr)$ , nazwijmy ją stojącą, co ogólnie zapisujemy:

$$j_l(kr) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{2} [\Phi^{inw}(kr) + \Phi^{outw}(kr)]$$

Dla postaci asymptotycznej rozwiązania r.Schrödingera z amplitudą

$$f(\vartheta) = \sum_l f'_l P_l(\cos(\vartheta))$$

mamy rozwinięcia:

$$\begin{aligned} \psi_{\vec{k}}(\vec{r}) &\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sum_l [(2l+1)i^l j_l(kr) + f'_l \frac{e^{ikr}}{r}] P_l = \\ &\sum_l \frac{2l+1}{2} i^l [h_l^{(2)}(kr) + h_l^{(1)}(kr) + \frac{2ki}{2l+1} f'_l \frac{(-i)^{l+1} e^{ikr}}{kr}] P_l = \\ &\sum_l \frac{2l+1}{2} i^l [h_l^{(2)}(kr) + (1+T_l)h_l^{(1)}(kr)] P_l \end{aligned}$$

gdzie

$$2i \frac{k}{2l+1} f'_l = 2if_l = T_l = S_l - 1$$

definiują związki amplitudy z macierzami  $T$  i  $S$ .

Specjalnie przytoczyliśmy te elementarne rachunki by pokazać niemożność uwzględnienia w tym schemacie fal odbitych i przepuszczonych. Jeżeli "inward" jest falą padającą to "outward" odbitą jak w zderzeniu kulki z przeszkodą. W tym modelu wszystko schodzi się do centrum lub z niego wychodzi. Początek przestrzeni musi być dobrze określony (porównaj Fig.1).

A gdzie efekt w którym cząstka po zderzeniu przenika "na drugą stronę"? Nasuwa się pytanie czy jest jakiś związek tunelowania i określonymi warunkami brzegowymi a wyborem punktu odniesienia?

#### 4.1 Warunki brzegowe tunelowania i teorii rozpraszania

Równanie falowe jest równaniem różniczkowym drugiego rzędu

$$\begin{aligned} [\frac{d^2}{dx^2} + p(x, \xi) \frac{d}{dx} + q(x, \xi)]u(x) &= 0 \\ a < x < b; \\ \xi - parametr \end{aligned}$$

Aby rozwiązać równanie zadajemy warunki brzegowe; wśród nich wyróżniamy:

1. Warunek Dirichleta

$$\begin{aligned} u(a) &= 0 \\ u(b) &= 0 \end{aligned}$$

dla którego funkcje falowe zerują się na granicy obszaru

2. Warunek Neumanna

$$\begin{aligned}u'(a) &= 0 \\u'(b) &= 0\end{aligned}$$

pochodne funkcji falowych zerują się na granicy obszaru  
3. Mieszany warunek Dirichleta i Neumanna

$$\begin{aligned}\alpha u(a) + \alpha' u'(a) &= 0 \\ \beta u(b) + \beta' u'(b) &= 0\end{aligned}$$

4. Periodyczne warunki graniczne

$$\begin{aligned}u(a) - u(b) &= 0 \\u'(a) - u'(b) &= 0\end{aligned}$$

Teoria rozpraszania spełnia:

$$\begin{aligned}u(0) &= 0 \\ \beta u(b) + \beta' u'(b) &= 0\end{aligned}$$

i jest oparta o ewolucję rozwiązania regularnego  $u_1(0) = 0$ , a w przypadku funkcji coulombowskich to rozwiązanie regularne w zerze  $u_1(x)$  spełnia:

$$\begin{aligned}u_1(x) &\stackrel{r \rightarrow \infty}{\sim} F_l - iG_l + S_l(F_l + iG_l) \\ &= F_l + C_l(G_l + iF_l) \\ &= e^{i\eta}(F \cos(\eta) + G \sin(\eta)) \\ C_l &\equiv f_l \\ S_l &= e^{2i\eta}\end{aligned}$$

$C_l \equiv f_l$  jest amplitudą rozpraszania; rozwiązanie nieregularne w zerze

$$u_2(x) = e^{i\eta}(G \cos(\eta) - F \sin(\eta))$$

praktycznie nie jest brane pod uwagę - modyfikuje ono ewolucję  $u_1(x)$  proporcjonalnie do amplitudy  $C_l$ . Nie mamy jednoczesnej "dwutorowej" propagacji obu rozwiązań  $[u_1(x), u_2(x)]$ , a jedynie ich średnie rozprzestrzenianie podporządkowane szczególnym warunkom brzegowym tak, by  $u(x) = \psi_k(r)$  reprezentowało "deformację" wejściowej stojącej fali wg zmian zapisanych w "S"

$$u(x) = \psi_k(r) \stackrel{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{2} \left[ \Phi^{inw}(kr) + S \Phi^{outw}(kr) \right]$$

Efekt tunelowy mógłby zostać uwzględniony poprzez mieszany warunek Dirichleta Neumanna, prowadzi to do modyfikacji faz w formule na  $u(x)$  (jak w rozdz.6.4) ale faz praktycznie nie wylicza się analitycznie, są dopasowywane, więc efekt tunelowy zostaje wtopiony w inne. W przypadku fal  $R$  odbitej i  $T$  przepuszczonej należałoby zmodyfikować postać  $u(x) = \psi_k(r)$  poprzez rozwiązanie:

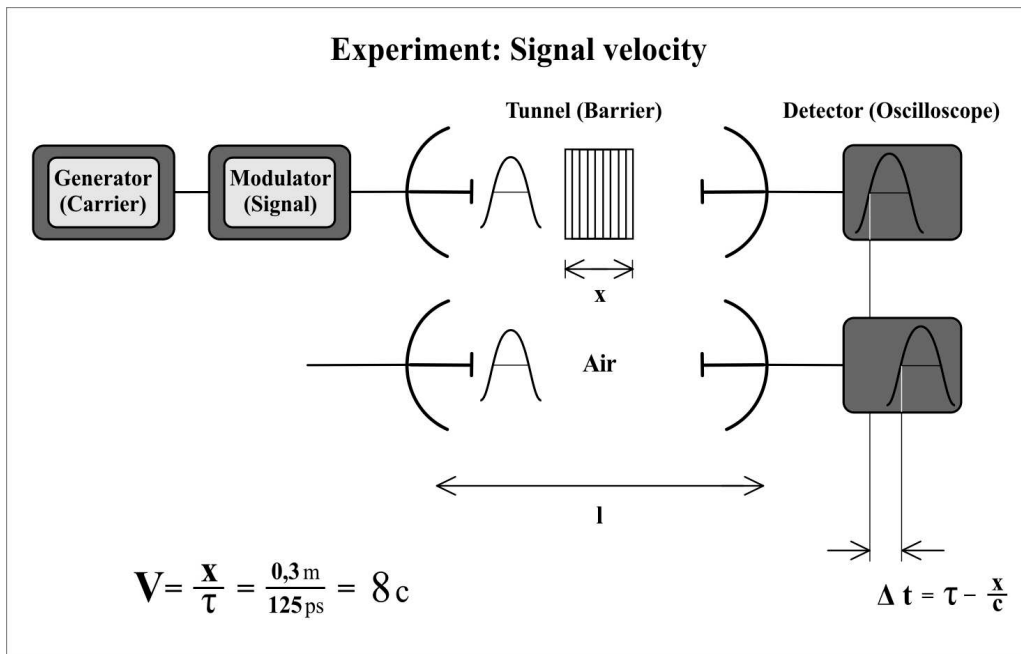
$$\begin{bmatrix} T\Phi_{inw} \\ 0 \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} \Phi_{inw} \\ R\Phi_{outw} \end{bmatrix}$$

co sprowadzałoby się do nałożenia strzałki czasu poprzez wprowadzenie asymetrii do warunków brzegowych (teoria musiałaby rozróżniać strony obiektu rozpraszanego - trudno wtedy wyobrazić sobie złotą regułę Fermiego uśrednioną w czasie).

Odmienne warunki brzegowe tunelowania w porównaniu do standardowej teorii rozpraszania powodują więc pojawienie się dodatkowej fazy, a tym samym zmianę wielkości przekrojów czynnych; niestety brak jest jakichkolwiek prac na ten temat. Ewentualny efekt od tunelowania ukryty jest w przyczynkach od innych procesów występujących przy fitowaniu danych. Narzuca się stwierdzenie - pytanie jest tunelowanie czy go nie ma; czy cząstka przenika przez inne czy tylko "przeciska" się między innymi. (Pola są skwantowane, ale jak "sfalować" materię? (bo wzór de Broglie'a nie rozwiązuje problemu, a wszechświat w przekroju ze względu na grawitację wygląda jak system wielu barier), jak kwantowo opisać reflection( $R$ )-refraction( $T$ )przyczynek do rozpraszania).

## 5 Krótki opis eksperymentów Nimitz'a dotyczących tunelowania i transmisji

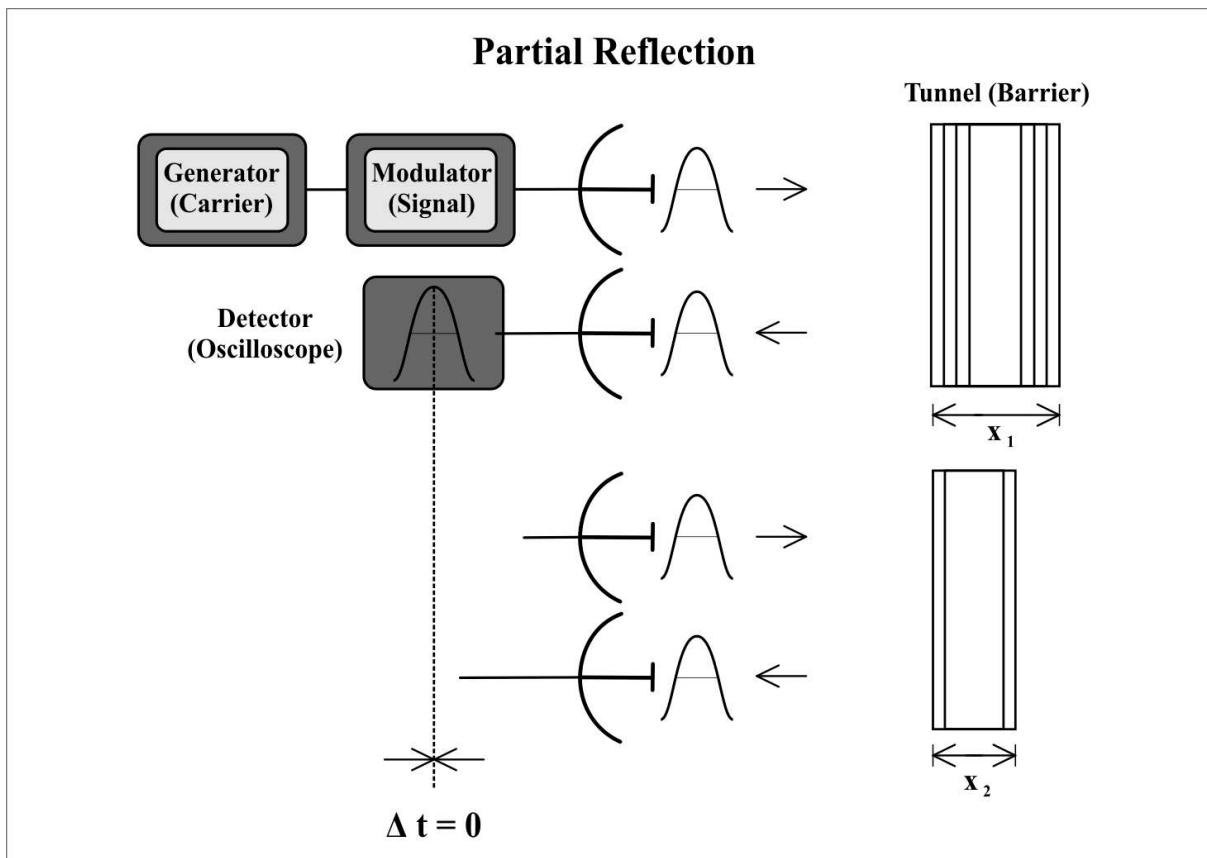
Na poniższych rysunkach przedstawiamy krótki opis eksperymentów Nimitza



Rys C: Schemat zasady pomiaru czasu przejścia w mikrofalowych eksperymentach Nimitz'a. Mierzony jest czas przejścia sygnału między nadajnikiem a odbiornikiem umieszczonymi w odległości  $l$  z układem barier pośrodku lub bez nich.

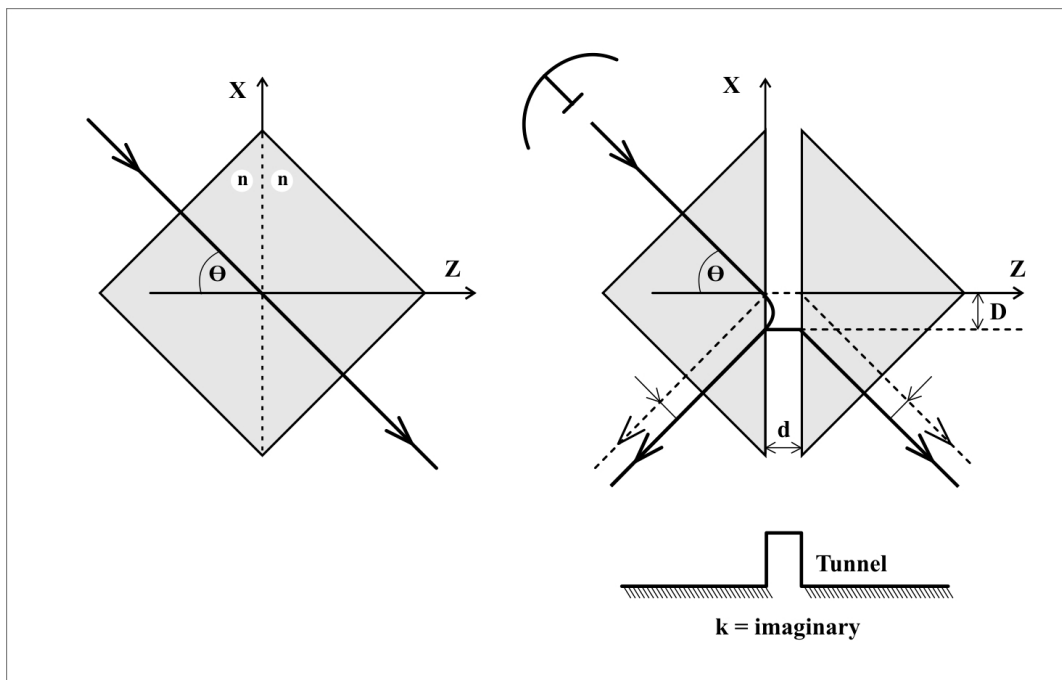
W mikrofalowych eksperymentach Nimitza mierzymy czas przejścia sygnału dla zadanej odległości  $l$  anteny i detektora z układem barier pośrodku lub bez nich. Ponieważ w obu przypadkach drogi fal różnią się tylko tym, czy na odcinku  $x$  są bariery czy też nie, porównanie sprowadza się do dystansu  $x$ . Wykonane pomiary wskazują, że sygnał szybciej dociera do detektora jeżeli na jego drodze są bariery.

Na rysunku D pokazano testowanie układu dla odbicia, dla różnych kombinacji barier i tej samej odległości pierwszej bariery od anteny otrzymujemy eksperymentalnie te same czasy.  $\Delta t = 0$  niezależnie od wnikanía sygnału do ośrodka odbijającego.

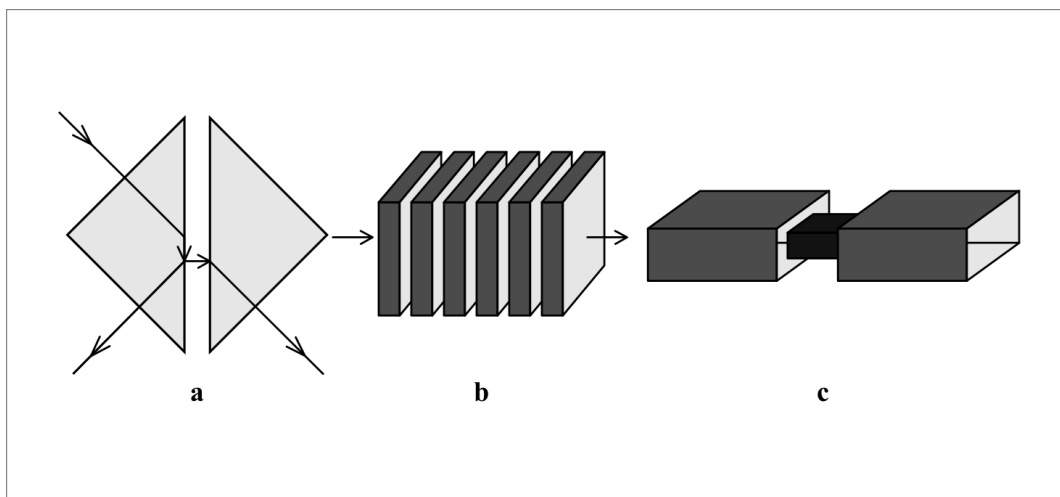


Rys D: *Testowanie zależności czasu przejścia sygnału odbitego od struktury ośrodka odbijającego.*

Rysunki E,F przedstawiają systemy barier stosowanych w eksperymentach w Kolonii. Na szczególną uwagę zasługuje rys E na którym przedstawiono podstawowy układ do badania tzw.FTIR (Frustrated Total Internal Reflection). W miarę oddalania dwóch pryzmatów od siebie zmienia się stosunek natężeń fal odbitej i przepuszczonej oraz geometria ich dróg. Przesunięcie promienia odbitego w stosunku do padającego to tzw.Goos-Hänchen efekt - postulowany przez Newtona, zmierzony po raz pierwszy przez Goos'a i Hänchen'a w 1947r. To przesunięcie  $D$  jest funkcją szerokości bariery (air gap)  $d$ , polaryzacji, kąta padania  $\vartheta$  i prawdopodobnie szerokości wiązki padającej.



Rys E: Prawdopodobny schemat przebiegu fal przez dwa pryzmaty w zależności od szczeliny  $d$  między nimi. Przesunięcie  $D$  to tzw Goos-Haenchen efekt



Rys F: Systemy barier stosowane przez Nimtza. a) dwa pryzmaty do badania FTIR, b) kombinacje barier o zadanych szerokościach i odległościach między nimi, c) zwężony falowód - podstawowy układ do badania tunelowania na podstawie analogii równań Helmholtz'a i Schrödinger'a

## 6 The tunneling times definitions with reference to $S$ (scattering) and $M$ (monodromy-transfer) matrix theories

### 6.1 Smith's method as $S$ -matrix method

Before 1960 duration of a collision was a rather ill-defined concept, depending on a more or less arbitrary choice of a collision distance  $r$ . Such a point of view was represented by F.T.Smith (1960)[17] in his paper "Lifetime Matrix in Collision Theory". In that work the author tried to

generalize delay-time  $\Delta t = \hbar(\partial\eta/\partial\mathcal{E})$  resulting from analysing the scattering of the wave packet into a concept of the general S matrix theory according to papers written by Bohm (1951)[18] and Wigner (1955)[19]. If collision time is defined as a limit for  $r \rightarrow \infty$ , then the difference between the time:

**a)** in which the interacting particle stays within distance  $r$ ,  
and the time:

**b)** it would have spent there in the absence of the interaction,

emerges as a well-defined quantity which is finite if the interaction vanishes rapidly enough at large distances  $r \rightarrow \infty$ .

"In quantum mechanics, using steady-state wave functions, average time of residence in the scattering region is the integrated (excess) density divided by the total in-or out(ward) flux, and lifetime (more precisely, time delay) is defined as the difference between these residence times with and without interaction."

$$Q = \frac{\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \int_r^{2r} dr' \int_0^{r'} (\psi^*(x)\psi(x) - \bar{\rho}) dx}{f} = \text{average integrated density/flux} \quad (6.1)$$

where average density in the absence of the potential is:

$$\bar{\rho}_\infty = \langle \bar{\rho}(x) \rangle = \langle \psi_\infty^*(x)\psi_\infty(x) \rangle = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \int_0^r (\psi_\infty^*(x)\psi_\infty(x)) dx = 2AA^* \quad (6.2)$$

and  $j_{inw/outw}$  is the inward or outward flux as defined by Smith

$$j_{inw} = AA^* \frac{\hbar k}{m} = j_{outw} = AA^* v \quad (6.3)$$

where, according to the scattering theory, the asymptotic (one-dimensional) form of  $\psi$  at large  $x$  is:

$$\psi_\infty(x) = A(e^{-ikx} - e^{i2\eta} e^{ikx}) \quad (6.4)$$

and  $A$  is normalization while density in the central region is:  $\rho(x) = \psi^*(x)\psi(x)$

$\psi_\infty$  in case of many channels and separable radial part of the Schrödinger equation can be written as

$$\psi_\infty \rightarrow \psi = A(\Phi_j^{inw} \pm \sum_i S_{j,i} \Phi_i^{outw}) \quad (6.5)$$

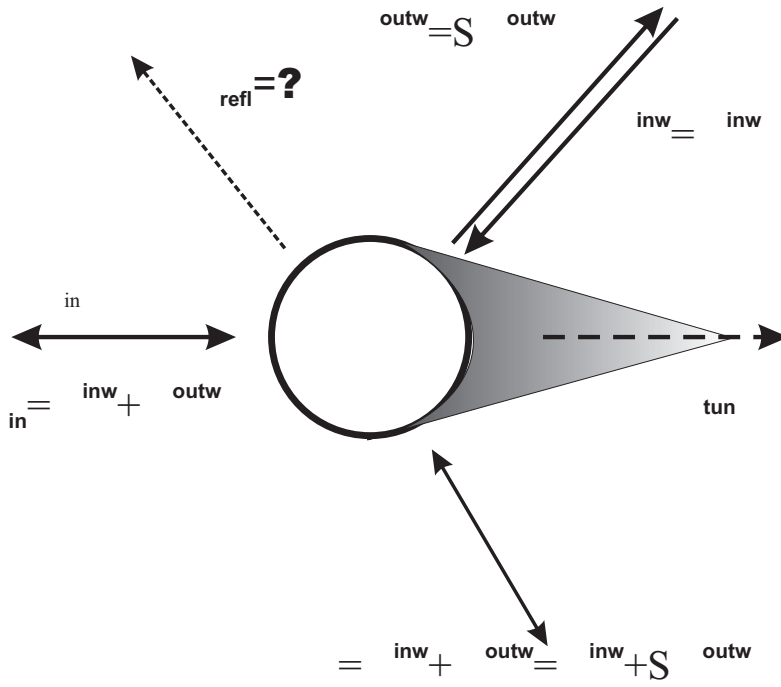


FIGURE 1. Inward, outward, tunneling etc. waves in scattering. During scattering only one wave (here) outward or inward is modified. There is no cross terms between inward and outward fluxes.  $\Psi_{tun}$  is not incorporated in  $\Psi^{outw}$  nor in  $\Psi^{inw}$ . It is not clear if the reflected wave  $\Psi_{refl}$  ( $|S| = 1$ ) is equal to  $\Psi^{outw}$ . In shadow region the complete wave function must vanish [31] ( $\psi = 0$ ), there is no place for  $\Psi_{tun}$  in  $\psi$ .

If the wave functions are normalized to inward or outward unit flux through a sphere with radius  $r \rightarrow \infty$ , than on the basis of complete wave functions (cf.fig 1) we build the lifetime matrix  $Q$ , using the time operator (there are no consistent theory till now concerning the time operator)  $t = -i\hbar\partial/\partial\mathcal{E}$

$$Q = (-i\hbar \frac{\partial S}{\partial \mathcal{E}}) S^\dagger = (tS) S^\dagger \quad (6.6)$$

where  $S$  is the scattering matrix. According to Smith's paper,  $Q$  and  $S$  contain complementary information and after diagonalization of  $Q$  its eigenvalues are the lifetimes of metastable states, while the corresponding eigenfunctions are the proper functions describing these metastable states. That's why  $Q$  is called the lifetime matrix according to the formula derived by Smith as below:

$$Q_{ij} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \left[ \int_r^{2r} dr' \int_0^{r'} (\psi_i^*(x) \psi_j(x)) dx - r \left( \frac{1}{v_i} \delta_{ij} + \sum_k S_{ik} \frac{1}{v_k} S_{jk}^* \right) \right]_{Av} \quad (6.7)$$

where the average value is taken to eliminate oscillating terms at large  $r$ .  $Q$  is introduced corollary using identity  $Q = \hbar\partial\eta/\partial\mathcal{E}$ .

Ohmura generalized above consideration on time packets :

$$\psi(r, t) \rightarrow \int A(\omega) e^{i\alpha(\omega)} [e^{ikz} - f(\omega) e^{i\beta(\omega)} \frac{e^{ikr}}{r}] e^{i\omega t} d\omega = \psi_{in} + \frac{1}{r} \psi_{sc} \quad (6.8)$$

In his method  $A, \alpha, \beta$  are real functions,  $\partial\alpha/\partial\omega$  gives time delay of incoming time packet due to reshaping before and during collision while  $\partial(\beta)/\partial\omega$  due to



reshaping only during collision ( $f^2$  is the differential cross section). Using time dependent flux formula  $j(t)$  averaged over time:

$$j = \frac{\hbar}{2im} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \psi^* - \frac{\partial \psi^*}{\partial r} \psi \right) dt \quad (6.9)$$

he got the mean time delay:

$$\Delta t = \frac{\int A^2 f^2(\omega) \frac{\partial(\alpha+\beta)}{\partial \omega} v d\omega}{\int A^2 f^2(\omega) v d\omega} - \frac{\int A^2 \frac{\partial \alpha}{\partial \omega} v d\omega}{\int A^2 v d\omega} \quad (6.10)$$

The above idea has been applied by Olkhovsky-Recami [20] in investigations of reflection and tunneling times. All these methods analyze variations of the complex wave arguments during scattering, directly (by Ohmura) indirectly in terms of fluxes in ref.[20]. Below we try to find analogue of phase functions  $\partial\beta/\partial\omega$  (distributions) as function of projectile wave-number for transmission through systems as in Nimitz superluminal experiments [28].

Depending on the problem under consideration the scattered phase shifts can be defined in reference to other known shifts (as Coulomb phase shifts or just  $kr$  the argument of undistorted  $\Phi^{inw}, \Phi^{outw}$  waves i.e. - without interaction phase at  $r$  is given simply by  $kr$  ). Now having the scatterer we replace it by potential (repulsive or attractive) and matching wave functions and their derivatives outside potential range (as solutions of corresponding wave equation with initial condition that the wave function is equal to zero at origin as well with assumption that both fluxes inward and outward are orthogonal [17], cf. fig1) we calculate scattering amplitudes. The scattering device together with incoming flux is located at c.m. and elastic channel is one usually created by the nonresonant "reflected" wave function with the same  $k$  vector. The scattering theory doesn't make difference between elastic reflected and transmitted waves. There is only one averaged elastic channel wave function. Such situation is typical for all  $S$ -matrix problems in area of nuclear reaction, the phase shifts define scattering amplitudes and these quantities define cross sections to be considered. The phase shifts are not monotonic functions of energy [21] and such dependence were not investigate due to not unique definition of potential. There were attempts to solve the inverse scattering problem (from phase shifts to restore potential) but without success.

The incoming flux when scattered by the target (barrier) is converted into the outgoing parts i.e. reflected and transmitted. On the projectile side in one dimension thought experiment there is reflected particle interfering with incident beam while on the other transmitted. But in reality it is not easy to say which particle is reflected or not. In the stationary theory we take into account only an averaged outgoing flux (mixture of reflected and transmitted particle; cf. fig1,2.). From  $S$ -matrix point of view we have in one dimension two subchannels (R,T) or as in case of the separable radial part of the Schrödinger equation we must remove l-wave degeneration. The l- wave splits into two subfunctions corresponding to the reflected and transmitted l-wave functions. In case of the radial coordinate (one dimension in three dimensional space ) we are unable to define the left - right sides even experimentally to distinguish the reflected wave from the transmitted one (the exception is the shadow region in fig. 1). This degeneracy cannot be describe with traditional  $S_l$  elements. The scattering on the set of many barriers treated as one "black box" should be described by  $S$ -matrix. But such system should be characterized by one phase shift  $\eta$  or  $\eta_l$  what cannot be true. We have two functions in output each with its own phase shift. To describe such system we must introduce unimodular M-matrix. The M-matrix conserves the mutual exclusion relation between amplitudes R and T. From the transfer matrix point of view each wave function should receive proper phase shift ( $\varphi_R, \varphi_T$  ) after scattering. Then we can find  $S$ -matrix amplitudes if  $M$ - called transfer matrix is known. There is one more problem  $S_l$  phase shifts are found from one matching while in case of transfer matrix, it is built

from multimatching conditions as consequence of many borders between media (inside nuclear structure). The scattering system is no more the "black box" type. The internal structure causes multiscattering as sequence of subsequent reflections and refractions what requires description in terms of not unitary  $M$ - matrix. The question is if both descriptions in terms of ( $S$  if exist and  $M$ ) are equivalent. There is no papers where  $S$ - matrix R,T amplitudes could be calculated independent of  $M$ . ( $S$  is deducted from  $M$  not vice versa).

Till now the transmission (tunneling) was taken into account indirectly through reaction channels. Such treatment put tunneling outside the scattering theory. The consequences are :

- Non unique solutions at the origin (from two solutions we take only regular one into consideration, analysis below shows that in tunneling case the wave function is different from zero at system origin or at least undefined-not used) <sup>13</sup>.

- In nuclear physics there are problems with hard or soft core potentials which were not tested or compared with tunneling.

- Validity of time reversal invariance or detailed balance theorem which says that the time reversed incoming state (under the operator  $\hat{K}$ ) is equal to an outgoing state with the same energy. The reversed in-state goes into the asymptotic free time reversed state  $\Phi_{i'}$  when  $t \rightarrow +\infty$  i.e.  $\hat{K}\Psi_i^{(+)} = \Psi_{i'}^{(-)}$  and  $\hat{K}\Psi_f^{(-)} = \Psi_{f'}^{(+)}$ . These relations induce  $S_{i'f'} = S_{fi}$  called detailed balancing or microreversibility. In other words the transition probability for the inverse process with time-reversed parameters is the same as that of the direct process.

But tunneling is irreversible process and -we suspect- cannot be described by function regular at origin.

In general case of the reaction  $a + A \rightarrow b + B$  (in the subbarrier collision) tunneling in out-state ( $b + B$ ) is different from that in in-state ( $a + A$ ) and tunneling disturbs scattering states. Clearly nonunitary condition breaking microreversibility relation , tunneling however can be introduced as additional indeterminance in scattering theory.

## 6.2 Weak Wigner causality and Wigner time

The Wigner time is the simplest one. According to [19] and formulated there the principle of causality, the scattered wave cannot leave the scatterer (of diameter  $r$ ) before the incident wave has reach it i.e.  $\partial\eta/\partial k > -r$ . This expression in case of positive derivatives gives retardation while negative values - advanced in time solution, for the outgoing wave as defined in [19] we can write  $t_{out} = \frac{r}{v} + \frac{2\partial\eta}{v\partial k}$ . Experimentally it is not easy to find from the excitation functions (cross sections)  $\eta(k)$ . In reality in macro world the scatterer (Coulomb or gravity field) has infinite radius what forces  $t_{out} \rightarrow \infty$ . Let  $d = 2r$  and  $t_{in} = -\frac{r}{v}$  then

$$t_{Wigner} = t_{out} - t_{in} = \frac{d}{v} + \frac{2\partial\eta}{v\partial k} \quad (6.11)$$

If we know  $\eta(k)$  the Wigner time (the group one) can be easy derived for finite systems.

## 6.3 Monodromy

To introduce  $M$  matrix we need two ingoing  $in(\pm)$  and two outgoing  $out(\pm)$  particle wave functions, (cf.Fig2).

---

<sup>13</sup>Jost functions start from two irregular solutions but physical meaning has their sum equal to zero at origin [21][ch.11, eq.(5,26,71,72)] i.e. sum is regular .

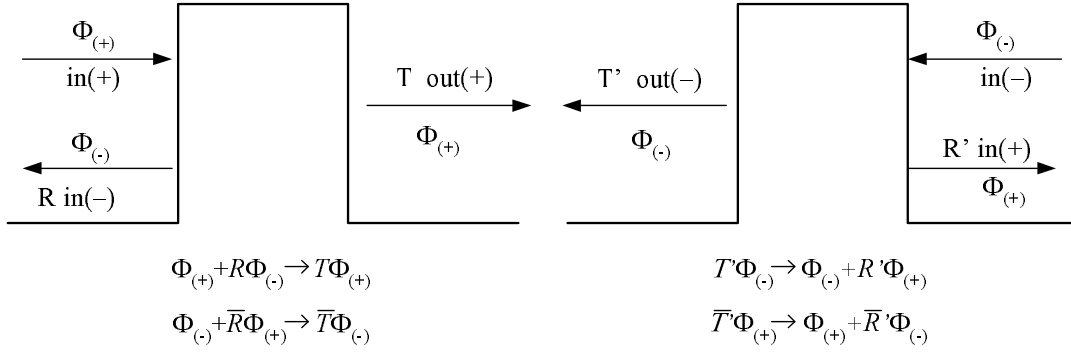


FIGURE 2. *The monodromy problem as defined in [22, 26] for one barrier. Mutual relations between ingoing and outgoing (from left or right side) particle wave functions are displayed. (In the picture bars mean complex conjugations.) The transition from initial state to final one  $\begin{pmatrix} \Phi(+)\end{pmatrix}_{in} \rightarrow \begin{pmatrix} \Phi(+)\end{pmatrix}_{out}$  is given by the unimodular  $M$  matrix  $\begin{pmatrix} 1/\bar{T} & \bar{R}/\bar{T} \\ R/T & 1/T \end{pmatrix}$  easily deduced from transitions as drawn in picture.*

The transmission or reflection through any periodic or aperiodical set of square barriers rewritten as the transformation from  $(\Phi_{in}, \Phi_R)$  to  $(\Phi_T)$  (undergoing the monodromy matrix), can be described in terms of the  $[2 \times 2]$  transfer ("monodromy") cells given by superposition of  $[O_i^\pm]$  matrices with  $[H_i]$ .  $[O_i^\pm]$  represent free wave propagation between barriers which can be interpreted as phase translation to given position (the middle and/or edge of barriers) or phase translation about relative distance if  $[O_{\Delta(i)}^\pm]$  are used. In ref. [23] authors use simply the name translation operator.  $[H_i]$  describe particle motion under any barrier and are responsible for interactive wave propagation. Superposition of both matrices  $[H_i][O_i]$  represents propagation in two opposite directions inside or outside media. In case of the square barriers unimodular  $[H_i]$  matrices have form  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & a \end{bmatrix}$  where  $a, b, c$  are real.

Monodromy (or the transfer matrix or translation operator unimodular not unitary (as well not equivalent to unitary) transforms the initial wave function amplitudes  $A_0, B_0$  or  $(1, R)$  onto outgoing one  $A_n, B_n$  or  $(T, 0)$ .

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \mathcal{M} \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix}$$

The monodromy form of  $\mathcal{M}$  depends on the basic wave functions to be chosen.  $M$  shifts the solution of the Schrödinger equation from  $x$  to  $x + d$  i.e. from beginning of the barrier system to its end. In the time depended approach the wave function underlies unitary evolution :  $\Psi(t = +\infty) = U(+\infty, -\infty)\Phi_{in}(-\infty)$ . The initial and final wave functions are separated in time in  $S$ -matrix treatment while in  $M$  matrix approach as well in space : far left, far right.

For inward, outward [(complex exponential functions, Hankel functions etc) or real basic solution like (cos, sin, regular and irregular Coulomb or Bessel functions etc.) , here both representation  $M$  and  $M'$  are connected by the unitary transformation] we get:

$$\begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 1 \\ R \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} T \\ iT \end{bmatrix} = M' \begin{bmatrix} 1 - R \\ i(1 + R) \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Monodromy  $M$  represents propagation of the wave functions through system of multiple cells as sequence of reflections and transmission (at each cell edge the wave is splitted into reflected and refracted (tunneled)) or  $M$  can be interpreted as superposition of cells characterized by two waves inward and outward. The four  $M$ - matrix elements can be expressed as function of complex variables  $T$  and  $R$ , above relations define only  $M_{21} = R/T$ ,  $M_{22} = 1/T$  elements. The remaining  $M_{12}$ ,  $M_{11}$  elements, connected by  $\det[M] = 1$  relation, we deduce from matching conditions. The monodromy is unimodular not unitary.  $M^{-1} \neq M^\dagger$  and hermitian conjugation does not describe inverse motion. Multiple reflections and transmissions are strictly correlated with multiple matching. If system is asymmetric (there exist at least one left and right matching which do not coincide), equivalent  $S$ -matrix can exist if we introduce additional phase shift  $\Delta\varphi$  between  $R$  and  $T$  waves. Monodromy can be periodic but not necessary. Without dissipation (energy loss) system consist of multiple superposition of unimodular matrices.

Now we consider transmission through certain device created by superposition of many barriers. Such systems can be equivalent any arbitrary shape potential  $U(x)$  defined on the intervals  $a_i - \epsilon_i \leq x \leq a_i + \epsilon_i$  with help of square barriers (e.g. barriers on the Cantor set etc.). There are barriers as in the fig.3:

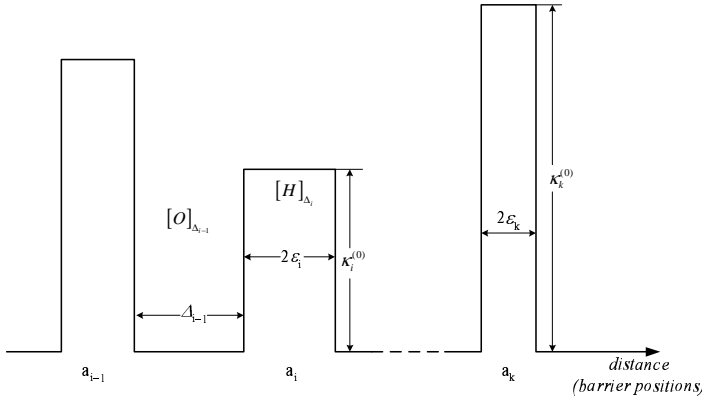


FIGURE 3. Set of barriers as used in tunneling and transmission or reflection.

The superposition of all "phase translations" describe the full transfer operator  $M$  as transformation from the initial (spinor) amplitude state to final one by means of matching conditions. By appropriate unitary transformation we can choose convenient amplitude representation. The choice depends on physics to be considered.

The  $n$ -th barriers system can be described by barrier center coordinates ( $a_j$ ) or interbarrier distances ( $\Delta_j$ ) and barrier widths and heights ( $2\epsilon_j, \kappa_j^{(0)}$ ). Then the system width is given as

$$\begin{aligned} d &= \epsilon_n + a_n - a_1 + \epsilon_1 \quad \text{or} \quad d = \sum_j (2\epsilon_j + \Delta_j) \\ a_{k+1} &= \Delta a_k + a_k \quad \quad \quad = \sum_j d_j \end{aligned} \quad (6.13)$$

where  $a_i$  is the  $i$ -barrier center position and  $2\epsilon_i$  width of the  $i$ -th barrier,  $\Delta a_k$  - interbarrier distance (between barrier centers) and  $\Delta_j$  free cell width (distance between neighbour barrier edges).

The  $M$  transfer matrix can be expanded as multiplication of  $[H_j]$  and  $[O_j^{(\pm)}]$  matrices. The first describe particle motion under the barrier (or in media) while second free motion between

barriers. The matrices  $[O]_j$  can be written as the function of  $\Delta_j$  i.e. distances between adjacent barriers given by the difference of their edge positions:

$$\Delta_j = (a_{j+1} - \varepsilon_{j+1}) - (a_j + \varepsilon_j) \quad (6.14)$$

The transfer matrix can be expressed in terms of the barriers edge i.e.  $a_i \pm \varepsilon_i$  or distances between adjacent barriers eq.(6.13) then the transfer operator  $M'$  is

$$[M'] = [H_n] \prod_{i=1}^{n-1} [O_{\Delta_i}] [H_i] \quad (6.15)$$

In representation such that  $[O_{\Delta_i}]$  is diagonal, we have the final form of the position independent complex transfer operator

$$U_M [M'] U_M^\dagger = [M]$$

in case of the cos, sin base  $U$  is the unitary matrix which make diagonal  $[O_{\Delta_i}]$  i.e

$$[O_{\Delta_j}^{(U)}] = U_M [O_{\Delta_j}] U_M^\dagger = \begin{bmatrix} e^{ik\Delta_j} & 0 \\ 0 & e^{-ik\Delta_j} \end{bmatrix}$$

$[O_{\Delta_j}^{(U)}]$  is interpreted as stream of two waves propagating in opposite directions.

All that matrices, denoted by  $[\mathcal{M}^{(U)}]$ , like  $[H_n^{(U)}]$ ,  $[M]$ , and  $[O]$  after diagonalization, belong to monodromy type [22] ,(cf fig2.) i.e.

$$[\mathcal{M}^{(U)}] = \begin{bmatrix} X + iY & -V - iW \\ -V + iW & X - iY \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

If  $[M']$  is real and  $[M] = U_M [M'] U_M^\dagger$  then  $X = (M'_{11} + M'_{22})/2$ ;  $W = (M'_{11} - M'_{22})/2$ ;  $V = (M'_{12} + M'_{21})/2$ ;  $Y = (M'_{12} - M'_{21})/2$ ;

$V$  and  $W$  gives information about asymmetry in tunneling (breakdown of balance between two waves traveling inside the "black box" in two opposite directions).

The product of  $[O_{\Delta_i}^{(U)}] [H_i^{(U)}] = M_i$  is then the element of the barrier structure named the single cell transfer operator. It can be written as:

$$M_i = [O_{\Delta_i}^{(U)}] H_i^{(U)} = \begin{bmatrix} e^{ik\Delta_i} & 0 \\ 0 & e^{-ik\Delta_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(2\kappa_i \varepsilon_i) + \frac{i}{2}(\frac{1}{\sigma_i} - \sigma_i) \sinh(2\kappa_i \varepsilon_i) & -\frac{1}{2}(\frac{1}{\sigma_i} + \sigma_i) \sinh(2\kappa_i \varepsilon_i) \\ -\frac{1}{2}(\frac{1}{\sigma_i} + \sigma_i) \sinh(2\kappa_i \varepsilon_i) & \cosh(2\kappa_i \varepsilon_i) - \frac{i}{2}(\frac{1}{\sigma_i} - \sigma_i) \sinh(2\kappa_i \varepsilon_i) \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

where  $\sigma_i = \frac{\kappa_i}{k}$  and  $\kappa_i^2 = (\kappa_j^{(0)})^2 - k^2$ ,  $k$  is the projectile momentum. Transition to  $\delta$  barrier set is done using eq.(6.17) when in  $M_i$  we put  $\lambda = 2\kappa_i^2 \varepsilon$  then we get:

$$M_j^{(\delta)} = \begin{bmatrix} e^{ik\Delta_j} & 0 \\ 0 & e^{-ik\Delta_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + i\frac{\lambda_j}{2k} & -\frac{\lambda_j}{2k} \\ -\frac{\lambda_j}{2k} & 1 - i\frac{\lambda_j}{2k} \end{bmatrix}$$

using two phase representation (of reflection and tunneling ) [24] we can rewrite the  $[M_i]$  matrix for symmetric structure in more compact form:

$$[M_i] = \begin{bmatrix} e^{ik\Delta_i} & 0 \\ 0 & e^{-ik\Delta_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{e^{i(\varphi_{1,i} + \varphi_{2,i})}}{\sin(\varphi_{1,i})} & -\cot(\varphi_{1,i}) e^{i\Delta\varphi_i} \\ -\cot(\varphi_{1,i}) e^{-i\Delta\varphi_i} & \frac{e^{-i(\varphi_{1,i} + \varphi_{2,i})}}{\sin(\varphi_{1,i})} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

where we put on the base of the single barrier transmission formula :

$$\varphi_{Monodromy,i} = \varphi_{1,i} + \varphi_{2,i} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_i} - \sigma_i\right) \tanh(2\kappa_i \varepsilon_i)\right) \quad (6.19)$$

reparation of both phases in general case (many barrier system) is not easy.

This single cell operator can also be written with aid of amplitudes  $(R_{1,i}, T_{1,i})$  and phases  $(\varphi_{2,i}, \varphi_{1,i})$  as:

$$M_i = [O_{\Delta_i}^{(U)}] H_i^{(U)} = \begin{bmatrix} e^{ik\Delta_i} & 0 \\ 0 & e^{-ik\Delta_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{1,i}} e^{i(\varphi_{2,i} + \varphi_{1,i})} & -\frac{R_{1,i}^\dagger}{T_{1,i}} e^{i\Delta\varphi_i} \\ -\frac{R_{1,i}}{T_{1,i}} e^{-i\Delta\varphi_i} & \frac{1}{T_{1,i}} e^{-i(\varphi_{2,i} + \varphi_{1,i})} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

We assume  $T_i = T_{1,i} e^{i(\varphi_{2,i} + \varphi_{1,i})}$  and  $R_i = R_{1,i} e^{i(\varphi_{2,i} + \varphi_{1,i} + \Delta\varphi_i)}$  <sup>14</sup> So the wave phase in the reflection channel differs by  $\Delta\varphi_i$  from transmitted one.  $\Delta\varphi_i$  can be calculated from the expression

$$\tan(\Delta\varphi) = \frac{W}{V} \quad (6.20)$$

$\Delta\varphi \neq 0$  for asymmetric systems, for symmetric one we can put  $\Delta\varphi = 0$

#### 6.4 Phase properties of $M$ matrix-one barrier case or the barrier set equivalent to one

Let in the equation (6.17,18)  $\Delta = const, \varepsilon_i = \varepsilon$  and  $H$  is the same for all  $i$   $H_i = H_\varepsilon$ . Then we call  $M_i = M_{\varepsilon,\Delta}$  single cell "power"(or periodic) monodromy operator. Internal structure of  $[M]$  representing certain device causing reflection and refraction defines transmission or tunnelling through the barriers as well as general (aperiodic) monodromy. We maintain that monodromy as applied to two channel elastic scattering is group property .

Let we make one more comment: periodical structure emerge with multiple application of  $[O_\Delta] H_\varepsilon$  but final boundary condition can change periodicity.

We can solve eq.(6.12) with  $M$  as in (6.16,17) to find amplitudes  $R$  and  $T$

$$iT e_n^{ik(a_n + \varepsilon_n)} = M_{11} i e_0^{ik(a_1 - \varepsilon_1)} + M_{12} e_0^{-ik(a_1 - \varepsilon_1)} R$$

$$0 = M_{21} i e_0^{ik(a_1 - \varepsilon_1)} + M_{22} e_0^{-ik(a_1 - \varepsilon_1)} R$$

The general solution of that equation is:

$$T = \frac{M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}}{M_{22}} e^{-ikd} = \frac{1}{X - iY} e^{-ik(a_n + \varepsilon_n - a_1 + \varepsilon_1)} \quad (6.21)$$

$$R = \frac{-W + iV}{X - iY} e^{2ik(a_1 - \varepsilon_1)} \quad (6.22)$$

We can calculate also the amplitude ratio

$$\frac{R}{T} = \frac{R_1}{T_1} \exp(i(\Delta\varphi + k(a_n + \varepsilon_n + a_1 - \varepsilon_1)))$$

In above formulas we put

---

<sup>14</sup>Due to relation  $|R|^2 + |T|^2 = 1$  all cyclic function can be calculated modulo  $\pi$  i.e  $T_{1,i} = |T_{1,i}| e^{\pm i\pi}$  (real (cos)sinusoidal amplitude=  $\pm$  modulus) while the phase between R and T amplitudes due to imaginary factor  $i$  modulo  $\pi/2$  (equivalence of  $\tan(nx)$  and  $\cot(nx)$  sets, see [18] ch.11, Bohm's  $\varphi_i$  are different from ours, his  $\varphi_{refl} = \varphi_{trns} \pm \pi/2$ ) ; we require only smooth behavior of phase function and its derivative.

$$M_{22} = X - iY = \frac{\exp(-i(\varphi_1 + \varphi_2))}{T_1} = \frac{\exp(-i\varphi_{Monodromy})}{\sin(\varphi_1)}$$

and system total width  $d = a_n + \varepsilon_n - a_1 + \varepsilon_1$  can be expressed by interbarrier spacing  $\Delta_i$  i.e.:  $d = \sum_i (2\varepsilon_i + \Delta_i) = \sum_i d_i$ . In that way  $d_i$  defines the single cell width (one barrier plus one interbarrier well). As we have seen in explicit formulas for  $M_{11}$  and  $M_{22}$  the argument of diagonal matrix elements is  $\arg(M_{11}) = \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_{Monodromy}$  and it depends through  $\varphi_i$  on internal system structure.

Usually for symmetric systems we have  $W = 0$  then  $V$  is real and both amplitudes have the same phase.

The expression (6.21,22) for amplitudes  $R, T$  depend on the wave function value at the "black box" edges. In case of symmetrical aperiodical systems we put  $a_n + \varepsilon_n = -a_1 + \varepsilon_1$ .

For one barrier using unimodularity, in case of  $R$  and  $T$  we get:

$$iT = \frac{i}{M_{22}} e^{-ikd} = i \sin(\varphi_1) \exp \left[ i \left( \tan^{-1} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_1} - \sigma_1 \right) \tanh(2\kappa_1 \varepsilon_1) - kd \right) \right] = i \sin(\varphi_1) \exp(i\bar{\varphi}_2) \quad (6.21)$$

$$R = \frac{-M_{21} i e^{2ik(a_1 - \varepsilon_1)}}{M_{22}} = \cos(\varphi_1) \exp \left[ i \left( \tan^{-1} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_1} - \sigma_1 \right) \tanh(2\kappa_1 \varepsilon_1) - kd \right) \right] = \cos(\varphi_1) \exp(i\bar{\varphi}_2) \quad (6.22)$$

We can rewrite  $\bar{\varphi}_2$  as follows

$$\bar{\varphi}_2 = -kd + 2 \tan^{-1} \left( \frac{1}{\sigma_1} \tanh(\kappa_1 \varepsilon_1) \right) + \tan^{-1} \frac{2\sigma_1}{(1 + \sigma_1^2) \sinh(2\kappa_1 \varepsilon_1)} = 2\eta + \varphi_1 \quad (6.23)$$

Here  $\eta$  is as in [25] (Aufgabe 57) i.e.  $\eta = -kd/2 + \tan^{-1} \left( \frac{1}{\sigma_1} \tanh(\kappa_1 \varepsilon_1) \right)$ , Flügge to solve problem put  $\psi(0) = 0$ , we do not need that condition and "translational" boundary conditions at  $r = r_0 \pm d/2$  (assuming  $r_0 = 0$ ) result in additional phase  $\varphi_1$ . Then in our methods cross section is proportional to  $\sin^2(\bar{\varphi}_2/2)$  not  $\sin^2(\eta)$ .

In fig. 4,5 we have shown transmission,  $\delta \arg T = \bar{\varphi}_2(k)$  and  $\varphi_2(k) = 2\eta + kd$  in single barrier case. The  $\bar{\varphi}_2(k)$  in allowed k-band is increasing function of k and the quantum hurdler is slower then particle without obstacle; the  $\eta(k)$  function has not such properties.

Using  $\varphi_{Monodromy} - \mathcal{E}t = 0$ , from position of the packet center we find the transmission time in the Nimtz experiments.

The heuristic time calculation fulfills typical limits :

$$\frac{\hbar \partial(\varphi_{1,i} + \varphi_{2,i})}{i \partial \mathcal{E}} \xrightarrow{\kappa \varepsilon \rightarrow \infty} -\frac{2}{v \kappa_i}$$

For typical  $\varphi_2$  expressions we get the same limit. That expressions here are not important. We presume wide systems are composed from thin elementary segments.

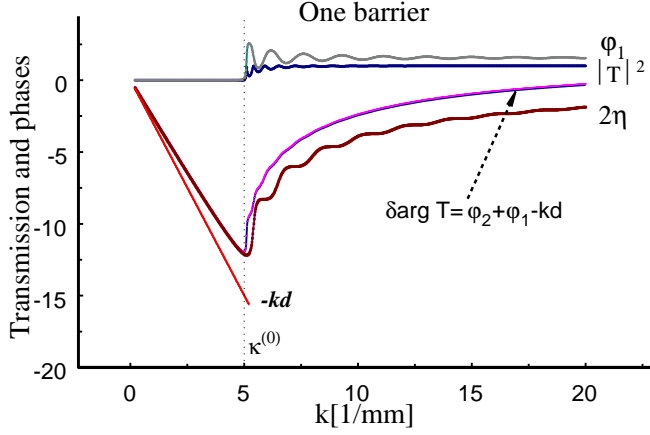


FIGURE 4. Transmission through one barrier three units [mm] wide.  $\kappa^{(0)}$  is barrier height in  $k$  units [1/mm].  $-kd$  represents maximal negative phase slope according to weak Wigner causality. Slope of  $\bar{\varphi}_2 = \varphi_2 + \varphi_1 - kd$  is connected with the group velocity in transmission through the barrier.  $(\partial/v\partial k)(\bar{\varphi}_2) = \delta\tau$  is time "delay". The wave length  $\lambda$  at  $\kappa^{(0)}$  is smaller than the barrier width.

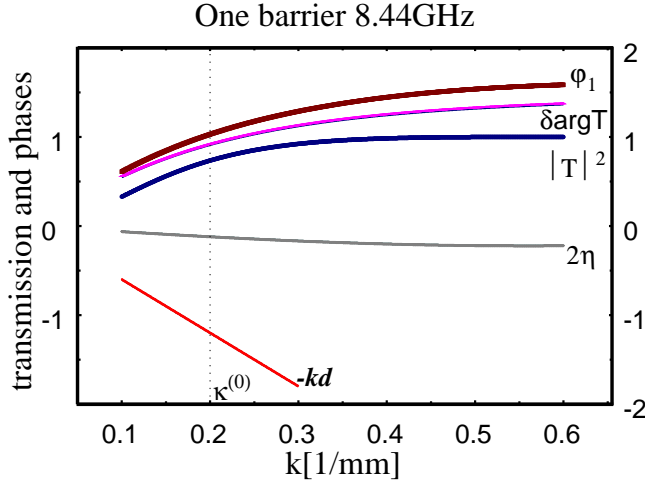


FIGURE 5. Transmission through one Nimtz barrier 6mm wide.  $\kappa^{(0)}$  is barrier height in  $k$  units (here  $\text{mm}^{-1}$ ). As in fig.4 ( $-kd$ ) represents maximal negative phase slope according to weak Wigner causality. The wave length  $\lambda$  at  $\kappa^{(0)}$  is bigger than the barrier width so phase characteristic is dominated by  $\varphi_1$ . The slopes of  $\varphi_1(k)$  and  $\delta \arg T$  phase curves are positive and give retardation. However  $\varphi_2 - kd = 2\eta$  suggests small speed advance.

In Fig.4 we have shown the phase characteristics in tunneling through one (or two barriers see fig.6). Due to weak Wigner causality applied to the sum of both phases  $(\partial/\partial k)(\bar{\varphi}_2) > -d$ . From monodromy  $\delta \arg T = \delta \arg R = \varphi_2 + \varphi_1 - kd = \bar{\varphi}_2$ . The phase  $\varphi_2 - kd$  alone is typical  $2\eta_0$  as in Q.M.-textbooks (see [21, 25]). Sometimes for one or few barriers, when  $\lambda$  is comparable with the barrier width, the height of the barriers can be easily deduced from the phase characteristics. It is not a rule cf. fig 5, 7 and others.



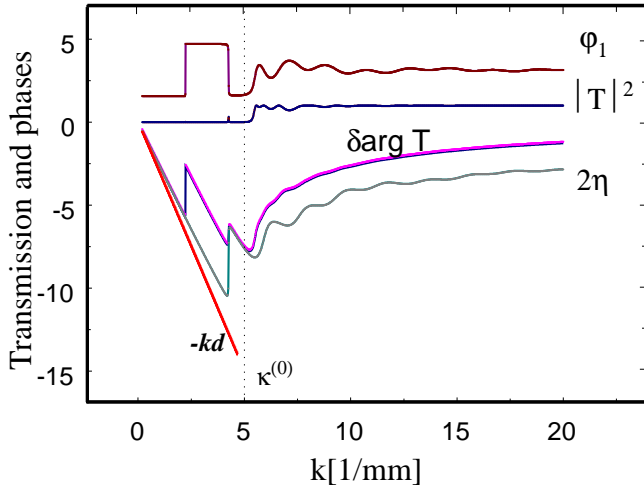


FIGURE 6. Transmission through two equal barriers each one length unit [mm] wide. The cavity diameter is one millimeter wide too.  $\kappa^{(0)}$  is barrier height in  $k$  units [1/mm] the same as for one barrier tunneling (cf. fig.4).

We can write general expression for monodromy single cell traces

$$\begin{aligned} \cos \phi_i &= \frac{1}{2} Tr [M_i] = \text{Re} \frac{\exp(-i(\varphi_{1,i} + \varphi_{2,i}))}{\sin(\varphi_{1,i})} = \frac{\cos(\varphi_{1,i} + \varphi_{2,i})}{T_{1,i}} \\ &= \cot(\varphi_{1,i}) \cos(\varphi_{2,i}) - \sin(\varphi_{2,i}) \end{aligned} \quad (6.24)$$

For each cell we can define two internal phases  $\varphi_{1,i}$ ,  $\varphi_{2,i}$  "Bloch phases" ( in analogy to  $\phi_i$  in [26]) and another one  $k\Delta_i$  as external typical for the interbarrier movement. Such method can be compared to the scattering as in [26]. Stability in classical mechanic is expressed by inequality  $TrM \leq 2$ , here in quantum mechanics  $TrM$  describes mutual ratio of reflection and transmission (tunnelling) - expressed respectively by  $\phi_i$  or  $\varphi_i$  behavior. High above the barriers  $\varphi_{1,i} \rightarrow \pi/2$  so  $\phi_i \rightarrow \varphi_{2,i} \rightarrow kd_i$ . We see that much more appropriate phases to be named "Bloch phases" are  $\varphi_{1,i}, \varphi_{2,i}$  which describe internal device structure however here we deal with the aperiodical or quasiperiodical system (periodic +boundary).

Let assume there exist average transfer operator  $\underline{M}$  equivalent to superposition of equal or different elementary monodromy cells (assuming symmetric case  $a_n + \epsilon_n = -a_1 + \epsilon_1$ ). We say there exist an equivalent "black box" barrier operator  $\underline{M}$  which preserves the single cell form (cf. eq. (6.15,17,18)).

$$\left[ O_{\Delta_n}^{(U)} \right]^{-1} \prod_{i=1}^n \left[ O_{\Delta_i}^{(U)} \right] \left[ H_i^{(U)} \right] = \underline{M} = \begin{pmatrix} \frac{e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}}{\sin(\varphi_1)} & -\cot(\varphi_1) \\ -\cot(\varphi_1) & \frac{e^{-i(\varphi_1 + \varphi_2)}}{\sin(\varphi_1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f^\dagger(d, \zeta) & g^\dagger(d, \zeta) \\ g(d, \zeta) & f(d, \zeta) \end{pmatrix} \quad (6.25)$$

The phases  $\varphi_1, \varphi_2$  are functions of device internal structure. We assume such phases exist and can be calculated while  $M$  is folded from square barriers,  $T e^{ikd} = f^{-1}(d, \zeta) = \sin(\varphi_1) e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$  where  $\zeta$  represents all internal variables needed to compute  $\varphi_1, \varphi_2$ . In most cases the product of the single cell expressions (6.18) can be computed only numerically. The total phase shift change is given approximately by ( $\underline{M}$  transforms input  $(1, R)$  onto  $(T, 0)$  output):

$$\varphi_{Monodromy} = (\varphi_1 + \varphi_2) = \arg\{f(d, \zeta)\} = \text{"} \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma} - \sigma\right) \tanh(2k\epsilon)\right)\text{"}$$

Equivalent "black box" width is  $d = 2\epsilon$ .

Well above the barriers i.e.  $\arg\{f(d, \zeta(\sigma))\}_{\sigma \rightarrow i=\sqrt{-1}} \Rightarrow kd$  there is the transmitted wave running in the initial direction nearly without distortion. Here the argument of  $\tan^{-1}$  has only symbolic meaning however we assume existence of  $\underline{\sigma}, \underline{\epsilon}, \underline{\kappa}$  for the equivalent black box barrier.

In equations (6.25), for periodic case (i.e.  $M_i = M_{\epsilon, \Delta}$ ) where Cayley ŨHamilton theorem can be applied,  $[O_{\Delta_n}^{(U)}]^{-1}$  just cancel exponential term on the diagonal of  $M_i$  matrix. The total transfer periodic matrix is if  $\cos(\phi) = \frac{1}{2}TrM_{\epsilon, \Delta}$ :

$$M = [O_{\Delta}^{(U)}]^{-1} M_{\epsilon, \Delta}^N = [O_{\Delta}^{(U)}]^{-1} \left[ M_{\epsilon, \Delta} \frac{\sin(N\phi)}{\sin\phi} - I \frac{\sin((N-1)\phi)}{\sin\phi} \right] = \\ \left[ H_{\epsilon}^{(U)} \right] \frac{\sin(N\phi)}{\sin\phi} - [O_{\Delta}^{(U)}]^{-1} \frac{\sin((N-1)\phi)}{\sin\phi}$$

it is obvious that similarity of  $M_{\epsilon, \Delta}$  trace with  $M$  trace (as in [26]) is accidentally. The trace properties are useful when we want to write any power of  $M_{\epsilon, \Delta}^N$  in terms of  $M_{\epsilon, \Delta}$  and the unit matrix (see ref [29]). However there exists an additional matrix factor  $[O_{\Delta}^{(U)}]$  which changes the final trace completely. From physical point of view we are interested only in transformations which put  $[O_{\Delta}^{(U)}]$  into diagonal form meaning that between interaction areas we have two free waves running in opposite directions. In general case for the  $i$ -cell we can define two scattering or Bloch phases  $\varphi_{2,i}, \varphi_{1,i}$  (Bloch phases suggest periodicity what is not here the case) and phase displacement  $k\Delta_i$  so each cell has different trace properties. During out of resonance tunneling, particle seems to be insensible to  $\Delta_i$  distances.

It is impossible to make diagonal both  $[O_{\Delta}^{(U)}]_i$  and  $[H_{\epsilon}^{(U)}]_i$ . Matching conditions induce the monodromy form of  $[H_{\epsilon}^{(U)}]_i$  describing particle movement under the barrier as in [22]. The total transfer matrix is composed of many matrices. We must know its final form explicitly to find mutual ratio of reflection and transmission.

In aperiodical symmetric system (like barriers on the Cantor set) the averaged term  $\underline{\varphi}_1 + \underline{\varphi}_2$  is different from the expression valid for the single barrier (6.21,22). The symmetric case is important, it is easy to calculate the phases  $\varphi_1, \bar{\varphi}_2$ : in the monodromy matrix (6.16)  $W = 0$  and as written already  $V$  is real so from (6.24)  $V = \cot(\underline{\varphi}_1) = R/T$ . From  $X, Y$  we extract the second phase. For asymmetry we get  $\cot(\underline{\varphi}_1) = \pm\sqrt{V^2 + W^2} = R/T$  and  $\tan(\Delta\underline{\varphi}) = \frac{W}{V}$ .  $\Delta\underline{\varphi}(k)$  is phase difference between amplitudes in reflection and transmission.

Resume:

Translation operators suggest "translation in time" too.  $S$ -matrix is time independent operator ( $U(t \rightarrow -\infty, +\infty)$ ) and treats the quantum wire translation device as "black box" which structure should be find out in "phase shifts" experiments. Unitarity of  $S$ -matrix suggests full symmetry of "black box". It is not clear if  $S$ -matrix phase shifts  $\eta_l$  can be used to calculate time delay for particle traveling through the investigated object cf.[17].

Only the transmitted (tunneling) waves "feel" the object size (i.e. its depth). Tunneling introduces asymmetry into experiment as well into theory. May be the motion appears in the quantum mechanics as consequence of reflection - transmission interference (which takes place only under / over the barrier or the potential well). So there exist equivalent  $S$ -matrix ( $S_M$ ) related with  $M$ -monodromy translation operator if  $M$  is symmetric. Asymmetry causes problems and microreversibility is exact up to tunneling.  $M$ -matrix can be periodic but generally it is not. To describe properly tunneling and reflection we need mixture of inward and outward solutions (or at each point of the space the true solution is mixture of regular and irregular one coupled by tunneling effect at origin where integration of the wave equation starts).

In tunneling, due to equivalence between the complex Schrödinger and two dimensional Maxwell (Helmholtz) equations, we consider photons and massive particles as well .

## 6.5 Monodromy time

Two phase shifts suggest that Wigner causality should be applied separately to reflected and transmitted waves. But if reflection has nothing common with transmission their coupling through the  $|R|^2 + |T|^2 = 1$  relation would result in completely different phases of both functions. The above analysis shows that in principle for symmetric systems both waves have common phase  $\bar{\varphi}_2 = \varphi_1 + \varphi_2 - kd$  [24] and such sum should be used in causality relation. The phase  $\varphi_2$  alone corresponds to  $\eta$  ( $\eta_l$ ) if  $k \gg \kappa^{(0)}$  where  $\kappa^{(0)}$  is the barrier height i.e.  $\sqrt{2mV/\hbar^2}$ . We can generalize the Wigner time and write

$$t_{Monodromy} = \frac{\partial(\bar{\varphi}_2 + dk)}{v\partial k} > 0; \quad \bar{\varphi}_2 = \varphi_1 + 2\eta \quad (6.26)$$

Tangent to  $\varphi_{Monodromy} = \bar{\varphi}_2(k) + dk$  cannot be negative: the scattered wave cannot leave the barrier of width  $d$  before the incoming wave has entered it - in consequence  $t_{Monodromy} > 0$ . There is additional phase  $\varphi_1$  which modifies weak causality relation (eq. 6.11). Both phases result from  $M$ -matrix.

In case of asymmetric barrier systems we can introduce times separately for reflection and transmission:

$$t_{Monodromy,refl} = \frac{\partial(\bar{\varphi}_2 + dk)}{v\partial k}; \quad t_{Monodromy,trns} = \frac{\partial(\bar{\varphi}_2 + dk + \Delta\varphi)}{v\partial k} \quad (6.27)$$

## 7 Nimitz experiments in view of the monodromy matrix

The barriers in Nimitz experiment [28] consist of two photonic lattices which are separated by an air gap. Each lattice consists between one and four equidistant Perspex layers separated by an air. The refractive index of Perspex is  $n=1.61$  in the measured frequency region. In order to build a photonic barrier for the microwave signals, the following conditions were applied: the thickness of the Perspex  $b=6.0$  (or  $5.0$ ) mm and the air layers  $a=12.0$ , ( $8.5$ ) mm present a quarter of the microwave carrier's wavelength in barrier  $\lambda_n = c/(nf_c) = 22.1$ , ( $20.4$ )mm and in air  $\lambda_0 = c/f_c = 35.5$ , ( $32.8$ )mm respectively ( $f_c$  is carrier frequency). The air space  $d_{cav} = 130$ , ( $189$ )mm between the two lattices forms a cavity and extends the total length of the barrier. The resonance frequencies of the cavity can be calculated on the base of monodromy matrix and are in case of two setups 1097.Mhz (or 764.MHz); according to Nimitz  $f_{res} = c/(2d)$  is (1153) or (794MHz).

The calculated transmission and wave function phases (according to monodromy for symmetric photonic lattices the reflection phase equals the transmission phase) are displayed in Fig(7,8). In Fig 8 we marked three areas with "anomalous dispersion".

Nimitz assumes that the frequency spectrum of the microwave signal lies completely in the nonresonant "forbidden" frequency region between  $11f_{res}$  and  $12f_{res}$ . Using the monodromy calculation method and if  $\kappa^{(0)}$  is correct,  $f_c$  should be shifted in comparison to Nimitz data (see figs 7,8) i.e.  $k$  from the value 0.1769 up to  $\sim 0.19$  equivalent,  $f_{c'} \simeq 9GHz$ . The superluminal  $k$ -regions weakly depend on small  $\kappa^{(0)}$  changes. However  $\kappa^{(0)}$  should be determined from the internal Perspex structure. Sometimes for one barrier there is the sharp change in both  $\varphi_1, \bar{\varphi}_2$  phases behaviour at  $k = \kappa^{(0)}$  if barrier width is comparable or bigger than particle wave length.

for

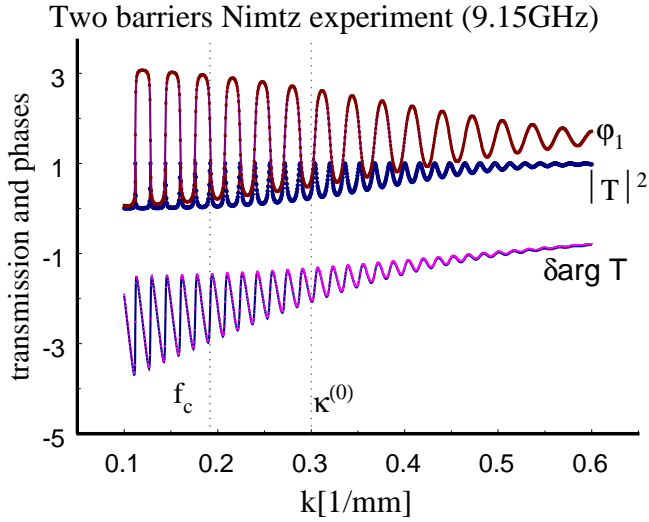


FIGURE 7. *Two barriers (9.15GHz) experiment: thickness of barrier is 5.0mm,  $d_{cav} = 189\text{mm}$ . The superluminal speed changes gradually from  $6.9c$  at  $k = 0.12$  to  $3.4c$  near  $f_c$ , cf. fig8. Total width of the system is 199mm.*

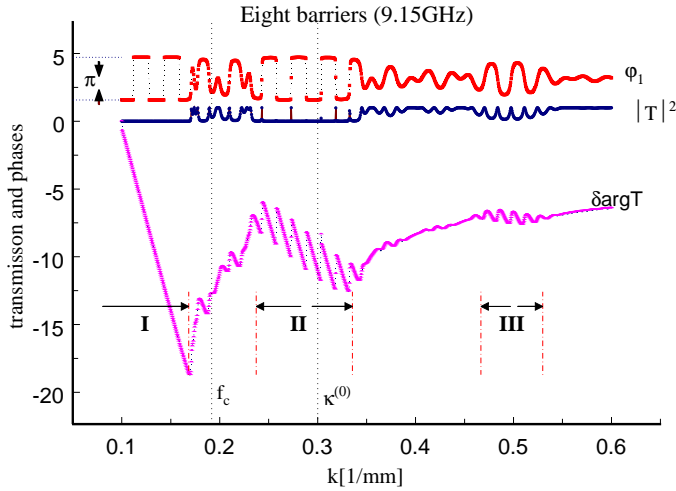


FIGURE 8. *Eight barriers (9.15GHz) experiment at 9.15GHz: thickness of barrier is 5.0mm, of air layers is 8.5mm, while  $d_{cav} = 189\text{mm}$ . The superluminal speed in region I is  $\sim 23c$  while in region II  $\sim 14c$ . Total width of the system is 280mm.*

It is not easy, from the phase curves to say where  $\kappa^{(0)}$  is placed.  $\kappa^{(0)}$  should be found by any independent method.

At the end we present phase shift analysis in case of the Kiang model with 10  $\delta$ -barriers [26, 27]. In allowed bands the "quantum hurdler" is retarded. But it is not so simple in case of forbidden bands. If the particle is reflected, negative slope can be related with penetration depth and for the transmitted wave with advance speed.

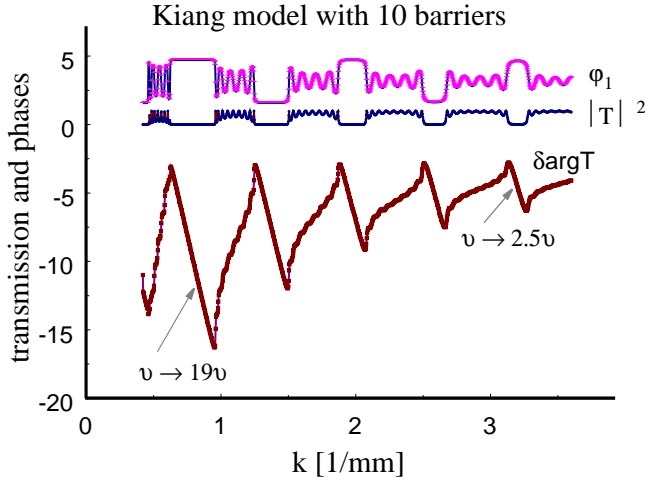


FIGURE 9. *The Kiang model with ten  $\delta$  barriers is a good example of ("superluminal") time advance effect in the successive  $k$ -forbidden regions. As in [26], we used for that model  $\Omega\Delta_\epsilon = 5$ , where  $\Omega$  is barrier penetrability and  $\Delta_\epsilon$  is the interbarrier distance. The slope of the phase line characterizes the superluminal speed i.e. for the deepest band we have  $\sim 19c$  for the next bands this speed decreases and is adequately:  $10c$ ,  $5.5c$ ,  $4c$  and  $2.5c$  in the latest band. In allowed regions the slopes are positive and give retardations. The group time delay is much bigger at resonances then between them - the phase curve oscillates strongly.*

## 7.1 Final remarks

We assume that  $d$  is system width and  $\tau^{(0)} = d/(c)$  is the "classical" time needed to travel through barriers. For symmetric device both waves - reflected and transmitted - received the same phase shift  $\bar{\varphi}_2$  (modulo  $\pi/2$ ). The monodromy phase shift analysis of reflection and transmission amplitudes rejects reflection from the front and treats both processes as occurring after the time  $\tau_{tun} = \tau^{(0)} + \tau^{(2)}$  where  $\tau^{(2)}$  results from  $\bar{\varphi}_2$ . From the  $M$ -matrix point of view reflection and transmission delay if defined as  $\tau_{tun} = (d + \partial\bar{\varphi}_2/\partial k)/v = 2d_{pen}/v$  is positive and allow us to interpret  $d_{pen}$  as penetration depth in case of reflection. But we are unable to say from which position particle is transmitted. In that case interpretation is not easy. May be the tunneling wave function is strongly repelled from forbidden bands resulting in negative phase derivative. It seems that the tunneling particle needs much shorter time to travel through barrier than in free space. Numerical calculations (with  $M$ -matrix) show that always  $d_{pen} > 0$  according to weak Wigner causality. If  $2d_{pen}$  is actual distance seeing by the tunneling particle then  $2d_{pen}/\tau_{tun}$  is typical speed ( $v$ ) in the matter, but  $d/\tau_{tun}$  gives the advance speed. We stress once more the transfer matrix enable us to find  $k$ -dependence of phases. The phase shift  $\varphi_2$  alone is not monotonic and corresponds to phase shifts from  $S$  matrix. Analysis of amplitudes from equivalent  $S$  matrix cause problems. We must define the arrival time for reflected particle and "departure" time for transmitted one. The probabilistic interpretation of  $R$  and  $T$  suggests that reflection occurs at barrier front [30] and then anomalous dispersion brakes weak Wigner causality,  $\tau^{(0)}$  time must be separately defined for the reflected and transmitted waves, in consequence there is no interference between these waves. When we calculate  $\bar{\varphi}_2(k)$  in allowed bands in simple  $\delta$ -barrier systems we recognize that it is monotonic function of  $k$  with nontypical resonance structure of another origin. The quantum hurdler is retarded as it can be seen from  $\delta \arg T$  in the Kiang model [27](fig. 9) but forbidden bands push out the particle. This structure emerges from interference effects between both (reflected and transmitted or incoming and reflected) elastic

channels in "continuum" including tunneling. Possible superluminal area are seen in Fig.(5-9). i.e. anomalous dispersion  $\frac{\partial \varphi_2}{\partial k} < 0$  but it is questionable if  $\varphi_1 = const$  or is negligible -  $\varphi_1$  is oscillating function of wave number  $k$ . We analyze anomalous dispersion (without absorption or dissipation) only from two channel interaction point of view. In usual propagation of light in refractive media we reject influence of reflected wave.

Brillouin has written in his book [2] "it is impossible to think of refractive medium without dispersion" (and energy loss) so the questions - what velocity coincides with elastic tunneling as well what the nature of anomalous dispersion is - remain open.

We thanks to Nimitz for kind scientific cooperation. For stimulating discussion we are grateful to A.Horzela, E.Kapuścik, V.S.Olkhovsky, E.Recami, A.Rudchik, S.Maydaniuk.

## 7.2 Uwagi końcowe

Istnieje wśród fizyków określenie interpretacja kopenhaska: Zestaw pojęć (nieoznaczoność, komplemenarność, prawdopodobieństwo i zaburzenie obserwowanego układu przez obserwatora) noszą wspólne miano kopenhaskiej interpretacji mechaniki kwantowej, aczkolwiek nikt nigdy nie spisał deklaracji programowej nazwanej interpretacją kopenhaską (Gribbin [16]), te pojęcia to fundament, jednak komplementarność czasu i energii nadal budzi emocje. Unitarna ewolucja nie jest w stanie opisać sekwencyjnego procesu transmisji i odbicia a tym samym pełnego transportu energii w ośrodku, (gradient fazy w teorii rozpraszania nie daje poprzez wektor Poyntinga pełnego strumienia energii). Czas wykracza poza ramy stacjonarnych rozwiązań równań które nie zawsze są w stanie opisać zjawiska zachodzące w bardzo krótkich odstępach czasu. Zakładając nieprzekraczalność prędkości światła nie potrafimy podać rozsądnej definicji prędkości cząstki tunelującej, nie jest nią ani droga/czas ani prędkość grupowa. Problemy z gęstościami continuum przestrzennego i czasowego prowadzą do niemożności porównania czasu oddziaływania i czasu pobytu w jakimś obszarze. W przypadku splecionych kanałów fali rozpraszanej-odbicia i transmisji, oba charakteryzują się, dla układu symetrycznego, tym samym przesunięciem fazowym dla różnych odległości pokonywanych odpowiednio przez cząstkę odbitą i przepuszczonej. Natomiast, jak wiemy dziś, wszystkie organizmy żywe w swojej najistotniejszej strukturze zawierają asymetrię, (np:DNA)....różne są hipotezy pochodzenia organizmów żywych. Pasteur twierdził, że przy powstaniu życia musiała działać jakaś asymetria wszechświata. Wydaje się, że tunelowanie jest takim efektem. Asymetria powoduje pojawienie się procesów nieodwracalnych, a tym samym strzałki czasu. Przepływ strumienia energii między obiektem a otoczeniem powinien definiować czas życia obiektu. Nie wydaje się możliwe by móc to osiągnąć w ramach unitarnej teorii z czasem jako parametrem a na pewno ze stacjonarnym strumieniem cząstek nie dających pełnego bilansu energetycznego (strumień energii a wektor Poyntinga). Stąd tyle różnych koncepcji definicji czasu, które i tak można otrzymać stosując (problematiczny) operator czasu. Nie mamy tych trudności gdy analizę ograniczymy do obszarów dozwolonych energetycznie, wtedy podział na falę odbitą i przepuszczonej wydaje się być zbędny.

W części filozoficznej stwierdziliśmy **"Stan układu kwantowego, jako zespół faz początkowych i ich zmian (zadanych pochodnymi po energii) zadanych w kolejnych aktach oddziaływania, określa jednoznacznie ruch i czas "życia" układu."** Komentując tą tezę należy stwierdzić, że przy obecnym stanie wiedzy nie ma żadnych możliwości teoretycznych jak i eksperymentalnych jedno-jednoznacznego wyliczenia tych faz, tj przypisania ich do ściśle określonych oddziaływań (ich wzajemne proporcje pozostaną nieznane).

Chciałbym w tym miejscu wyrazić podziękownie profesorom: E.Kapuścikowi; V.S.Olkhovsky'emu i A.Rudchik'owi z Kijowskiego Instytutu Badań Jądrowych oraz E.Recami z mediolańskiego INFN za cenne uwagi i dyskusję wielu problemów.

## References

- [1] *Encyklopedia geograficzna* Kraków (1999)
- [2] Brillouin,L. *Wave propagation and group velocity* Academic Press New York (1960)
- [3] Pauli,W. *Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik* Handbuch der Physik Band V, teil 1, Springer Verlag(1958)
- [4] Bohm,D. *Wholeness and the implicate order* London (1980)
- [5] Janik,J.*Nauka, Religia, Dzieje; z cyklu Seminaria w Castel Gandolfo*, Wydawnictwo UJ
- [6] Platon *Dialogi* w przekładzie W.Witwickiego
- [7] Einstein,A.,Podolsky,B.,Rosen,N.*Phys. Rev.* **47** 777 (1936). *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*
- [8] Heller,M. *Filozofia Świata* ZNAK (1992)
- [9] Leibniz,G.W. *Wyznanie wiary filozofa* Warszawa 1969
- [10] Jakiel,J. dissertation
- [11] Einstein,A. *Autobiographical Notes*
- [12] Olkhovsky,V.S.,Recami,E.,Jakiel,J.*Phys.Rep* **398** 133 (2004)
- [13] Hartman,T.E. (1962) *J.Appl.Phys.***33**,3427
- [14] Low,F.E.,&Mende,P.F. (1991), *Ann.Phys.***210**, 380.
- [15] Feynman,R.P.& A.R.Hibbs,(1965), *Quantum Mechanics and Path Integrals* (McGraw-Hill, New York)
- [16] Gribbin,J. (1984) *In Search of Schrödinger Cat. Quantum Physics Reality*
- [17] Smith, F.T, *Phys.Rev.* **118** 349 (1960) ; Ohmura,T. *Progress of Theor.Phys.* **29** 108 (1964).
- [18] Bohm, D.(1951),*Quantum Theory*, Prentice-Hall, New York.
- [19] Wigner,E.P.,*Phys. Rev.* **98** 145 (1955).
- [20] Olkhovsky,V.S., Recami,E. *Phys. Rep.* **214** 340 (1992).
- [21] Joachain,Ch.J., ., *Quantum Collision Theory* ,North Holland Publishing Co., (1975) Ch.4.4; Taylor,J.R., *Scattering theory* J.Wiley & Sons., N.Y. London, Sydney, Toronto (1972), Ch.11;
- [22] Arnold,V.I. ., *Geometric Methods in the Theory of Ordinary Differential Equations* ,Springer, (1987)
- [23] Jaworski,W. Wardlaw,D.M. *Phys.Rev.* **A37** 2843 (1988).
- [24] Jakiel,J. Olkhovsky,V.S. Recami,E. *Phys.Lett.* **A248** 156 (1998)
- [25] Flügge,S. ., *Rechenmethoden der Quantentheorie*, Springer-Verlag 1990
- [26] Sprung, D.W.L. Hua Wu, Martorell,J. *Am.J.Phys.***61** 1118 (1993)

- [27] Kiang,D. *Am.J.Phys.***42** 785 (1974)
- [28] Nimtz,G. *Nonlocal reflection by photonic barriers*, CERN *physics/0103073*, /0204043
- [29] Vezzetti,D.J. Cahay,M.M. *J.Phys.D* **19** L53 (1986)
- [30] Hauge,E.H. Støvneng,J.A.*Rev. of Mod.Phys.* **61** 917 (1989)
- [31] Peierls,R. *Surprises in theoretical physics* Princeton (1979)